Errata du livre ‘’Notions fondamentales d’Analyse réelle et complexe”

Daniel Li

December 9, 2025

Je remercie tout d’abord monsieur Joncour pour sa lecture très attentive.

Chapitre I

• page 11, ligne 12: remplacer $[0, 2\pi]$ par $[0, 2]$
• page 11, ligne13: remplacer 2) par c)
• page 11, ligne 14, dans l’indice du bas du signe de sommation, remplacer $n + 1$ par $n = 1$
• page 18, ligne 1 de la Proposition I.3.13: remplacer $R\,\mathrm{e}^{it}$ par $R\,\mathrm{e}^{int}$
• page 21, ligne -3: remplacer $\int \partial T_{j_0} f(z)\,dz$ par $\int_{\partial T_{j_0}} f(z)\,dz$
• page 25, dans le texte de la Proposition I.3.23, après “*alors*” (ligne 2), ajouter *pour tout* $a \in \Omega$
après “*série entère*”, ajouter: *en* $(z - a)$
après “disque ouvert”, ajouter: de centre a
• page 42, ligne 4: remplacer $f^{-1}(w')$ dans le numérateur de la fraction au premier membre par $f^{-1}(w') - f^{-1}(w)$
• page 46, dernière ligne: remplacer $h(z)$ par $h'(z)$
• page 48, ligne 6: remplacer $= z^p$ par $[f(z)]^p$
• page 48, dernière ligne du Théorème I.6.1: ajouter après “*sur tout compact de* Ω”: *vers* $f^{(p)}$
• page 60, ligne -6: dans la définition de B, remplacer ≤ 1 par $\leq \pi$
• page 95, ligne 1 après la Définition II.2.2: remplacer $x \in \overline{\mathbb{R}}$ par $a \in \overline{\mathbb{R}}$
• page 112, ligne -10: remplacer $\mu(]x, x + \delta_n[) = \mu([x, x + \delta_n[) - \mu([a, x])$ par $\mu(]x, x + \delta_n[) = \mu([a, x + \delta_n[) - \mu([a, x])$
• page 112, ligne -8: remplacer $\mu([x, x + \delta_n]) = \mu([x, x + \delta_n]) - \mu([a, x[)$ par $\mu([x, x + \delta_n]) = \mu([a, x + \delta_n]) - \mu([a, x[)$
• page 113, ligne 2 de la preuve du Théorème II.5.17, remplacer $G(x_n)$ par $G(x_n^-)$ (dans le second crochet)
• page 116, dans la Définition II.5.21, remplacer “*intervalles ouverts* $]a_k, b_k[$” par: *intervalles fermés* $[a_k, b_k]$
et remplacer “*deux à deux disjoints.*” par: *d’intérieurs deux à deux disjoints.*

• page 117, lignes 3, 5 et 7: il manque des parenthèses fermantes: remplacer $G(y_{j+1}$ par $G(y_{j+1})$, ligne 3 et 5, et $G(x_{k+1}$ et $G(y_{l+1}$ par $G(x_{k+1})$ et $G(y_{l+1})$, respectivement, ligne 7

• page 118, dernière ligne: il manque le signe de sommation après le premier signe $\leq$; remplacer $(b_k - a_k)$ par $\sum\limits_{k\in D}(b_k - a_k)$

• page 119, lignes 4 et 5, des Remarques: supprimer deux fois "presque partout"

• page 119, ligne 1 de la preuve du corollaire: après "Nous avons vu", ajouter: (Théorème II.5.7)

• page 120, ligne -2, avant le II.6, remplacer $F \in W^1(]a,b[)$ par $F \in W^{1,1}(]a,b[)$

• page 120, dernière ligne avant le II.6, et après $F(x) - F(x_0) = \int_{x_0}^x f(t)\,dt$, ajouter: presque partout

• page 133, lignes 3 et 10 de la preuve, dans l'intégrale, remplacer $\varphi(t)$ par $\varphi(\mathrm{e}^{it})$
idem, ligne 7, dans la première intégrale

• page 135, ligne 3, dans l'intégrale, remplacer $\varphi(t)$ par $\varphi(\mathrm{e}^{it})$

• page 139, lignes 5 et 7: remplacer $\mathrm{e}^{i\theta_r}$ par $\mathrm{e}^{-i\theta_r}$

• page 145, ligne 3: remplacer $M_{\mathrm{rad}}u \leq a$ par $(M_{\mathrm{rad}}u)(\mathrm{e}^{i\theta}) \leq a$

• page 151, dernière ligne: remplacer $\geq d$ par $= d$

• page 154, ligne -3: dans l'intégrale, remplacer $\psi(t)$ par $\psi(\mathrm{e}^{it})$

• page 165, ligne -4: supprimer: ", en utilisant la continuité de Φ_ε" (la continuité ne sert à rien ici)

• page 167, ligne 13 (donnant l'expression de $G(t)$): remplacer $|b_l|^p$ par $|b_l|^{q^*}$

• page 167, ligne 16, après "lorsque $q = \infty$.", ajouter la phrase suivante: Dans la suite, on se place dans les cas $p < \infty$ et $q < \infty$ (les autres cas ne présentant que des différences d'écriture).

• page 167, ligne -5: remplacer $[G(t)]^{\frac{1-z}{q_0}+\frac{z}{q_1}}$ par $[G(t)]^{\frac{1-z}{q_0^*}+\frac{z}{q_1^*}}$

• page 168, ligne 9: remplacer $\|f_{iy}\|$ par $\|f_{iy}\|_{p_0}$ et $\|g_{iy}\|$ par $\|g_{iy}\|_{q_0^*}$

• page 171, dans la Définition IV.2.4, remplacer $(\sigma, \mathcal{T}, \nu)$ par $(\Sigma, \mathcal{T}, \nu)$

• page 171, ligne 2 de la Remarque 1: remplacer $\mu(\{|f| > a\})$ par $\nu(\{|f| > a\})$

• page 172,ligne 2 du Lemme IV.2.6: remplacer $p \geq 1$ par $p > 0$

• page 172, ligne 3 du Lemme IV.2.6: dans l'intégrale, remplacer dx par da

• page 173, ligne -3, deuxième ligne de la formule: remplacer $|f(t)| < c\,a/C_\infty$ par $|f(t)| > c\,a/C_\infty$

• page 176, ligne 7, remplacer $\leq \dfrac{M}{a}\,\|f * F_n\|_1$ par $\leq \limsup\limits_{n\to\infty} \dfrac{M}{a}\,\|f * F_n\|_1$

• page 177, ligne -2: remplacer $|h(\mathrm{e}^{i\theta})| > \lambda$ par $|h(\mathrm{e}^{i\theta})| \geq \lambda$

• page 178, ligne 10: remplacer $\mathrm{Re}\,h(\mathrm{e}^{i\theta}) > 0$ par $\mathrm{Re}\,h(\mathrm{e}^{i\theta}) \geq 0$ et $\mathrm{Re}\,(\mathscr{R}Q)(\theta) > 1/2$ par $\mathrm{Re}\,(\mathscr{R}Q)(\theta) \geq 1/2$

• page 185, Théorème V.1.6, ligne 2: remplacer "*fonction intégrable*" par *fonction à valeurs dans* $\mathbb{R}$*, intégrable*

• page 186, à la fin de la Proposition V.1.8: après "*compacct K de X*", ajouter: "*, et elle atteint sa borne supérieure*"

• page 186, à la fin de la preuve de la Proposition V.1.8, ajouter le nouveau paragraphe:
Ensuite, les ensembles ouverts $\big\{x \in X\,;\ u(x) < \sup_{y\in K} u(y) - \frac{1}{n}\big\}$ ne peuvent recouvrir le compact K, car sinon l'un d'eux recouvrirait déjà K, ce qui contredirait la définition de $\sup_K u$. Cela signifie qu'il existe $x_0 \in K$ tel que $u(x_0) = \sup_K u$.

• page 188, ligne 9 de la preuve: remplacer $\leq$ par $<$ et $< a$ par $= a$

• page 190, la preuve donnée du Théorème V.1.13 n'est pas correcte car on ne peut pas utiliser le Théorème V.1.12; il faut la remplacer par la suivante.
Soit h la fonction égale à u sur $\partial D(0,r)$ et harmonique dans $D(0,r)$. On a

$$u(z) \leq h(z) \qquad \forall z \in \overline{D(0,r)}\,.$$

En effet, la fonction $v = u - h$ est *s.c.s.* sur $\overline{D(0,r)}$; il existe donc $z_0 \in \overline{D(0,r)}$ tel que $v(z_0) = \max_{|z|\leq r} v(z)$.

Comme v est nulle sur $\partial D(0,r)$, on a $v(z_0) \geq 0$.

Si $z_0 \in \partial D(0,r)$, on a $v(z) \leq v(z_0) = u(z_0) - h(z_0) = 0$ pour tout $z \in \overline{D(0,r)}$, et l'on a terminé.

Si $z_0 \in D(0,r)$, le Théorème V.1.11 implique, vu que v est sous-harmonique dans $D(0,r)$, que v est constante dans $D(0,r)$. Comme v est *s.c.s.* sur $\overline{D(0,r)}$, on a, pour $|z| = r$: $0 = v(z) \geq \limsup_{\zeta\to z\,,\,|\zeta|<r} v(\zeta)$. Cette limite supérieure est égale à $v(z_0)$, par la constance de v dans $D(0,r)$. Donc $v(z_0) \leq 0$. Mais on a aussi $v(z_0) \geq 0$; donc $v(z_0) = 0$. On a donc bien $v(z) \leq v(z_0) = 0$ pour tout $z \in \overline{D(0,r)}$, ce qui est l'inégalité annoncée.
La suite de la preuve (à partir de la ligne 4) reste inchangée.

• page 201, ligne -7: sous le signe de sommation, remplacer $j = 1$ par $j = n+1$

• page 203, ligne -4, avant le V.5: remplacer $h = g/B$ par $h = gB$

• page 206, ligne 9: remplacer "$\leq \|g\|_0 \leq \|g\|_1$" par $\leq \log \|g\|_0 \leq \log \|g\|_1$

• page 208, ligne -7: dans l'intégrale, remplacer la fraction par $\dfrac{d\mu(\mathrm{e}^{it})}{1 - z\,\mathrm{e}^{-it}}$

• page 208, ligne -4: remplacer le signe intégrale du milieu $\displaystyle\int_0^{2\pi}$ par $\displaystyle\int_{\mathbb{T}}$

• page 209, ligne 1 après le Corollaire V.5.8: remplacer $L^1(\mathbb{T})/H_0^1(\mathbb{T})$ par $L^1(\mathbb{T})/\overline{H}_0^1(\mathbb{T})$

• page 209, ligne 3 après le Corollaire V.5.8: modifier la définition de $H_0^1(\mathbb{D})$ en
$\overline{H}_0^1(\mathbb{D}) = \{\bar{f}\,;\ f \in H^1(\mathbb{D}) \text{ et } f(0) = 0\}$

• page 209, dernière ligne: remplacer G' par G'_n

• page 212, ligne 3: dans la première intégrale, remplacer $\varphi(t)$ par $\varphi(\mathrm{e}^{it})$

• page 212, ligne 12: remplacer la première fraction par $\dfrac{2\,|\sin t|}{\frac{1}{r} + r - 2\cos t}$

• page 213, dans la définition V.6.4, remplacer cotan $\left(\dfrac{t}{2}\right)$ par cotan $\left(\dfrac{\theta - t}{2}\right)$

• page 215, lignes 7 et 9: ajouter $\dfrac{2}{\varepsilon}$ en facteur devant chaque terme

- page 217, ligne 12, remplacer $M(z) = \dfrac{z+1}{z-1}$ par $M(z) = \exp\Big(\dfrac{z+1}{z-1}\Big)$
- page 217, lignes -12 et -11: remplacer “Par le principe du maximum, les valeurs de $|g^*|$ ne peuvent être < 1; donc $|g^*| = 1$ presque partout sur $\mathbb{T}$.” par: Comme $|f^*| = 1$ presque partout et $|B^*| = 1$ presque partout, on a $|g^*| = 1$ presque partout sur $\mathbb{T}$.
- page 219, ligne 4: dans l'intégrale du milieu, remplacer $u(t)$ par $\log h(t)$
- page 219, ligne 6: remplacer $P_r(\,\cdot - t)\, dt/2\pi$ par $P_r(\theta - \,\cdot\,)\, d\theta/2\pi$
- page 219, lignes 7, 8 et 9: remplacer $u(t)$ par $\log h(t)$
- page 220, ligne 2 du Lemme V.7.7: remplacer $\mathbf{P}\,[\log|f^*|]$ par $\mathbf{P}\,[\log|f^*|](z)$
- page 220, ligne 5 de la preuve: remplacer $\log|g|$ par $\log|g_r|$
- page 221, lignes -2 et -1: supprimer “telle que $F(0) = 0$”
- page 221, dernière ligne: remplacer $|B^*|\,|J_2^*|\,|F^*|$ par $|B^*|\,|S^*|\,|F^*|$
- page 223, ligne 7 du paragraphe V.7.3: remplacer $n \leq 0$ par $n \geq 0$
- page 223, après le paragraphe suivant le Théorème V.7.10, ajouter: Notons aussi que, Z étant invariant et w^*-fermé, on a $H^\infty Z \subseteq Z$, car les polynômes sont w^*-denses dans H^∞.
- page 224, ligne 12: dans la première intégrale, remplacer $F_n(\mathrm{e}^{it})$ par $F_n^*(\mathrm{e}^{it})$
- page 224, après la ligne 12: insérer la phrase: Comme $H^\infty Z \subseteq Z$, on a $F_n f_n \in Z$.
- page 224, ligne 16: remplacer $\displaystyle\int_{\{|f_n|>1\}}$ par $\displaystyle\int_{\{|f_n^*|>1\}}$
- page 224, ligne -8: supprimer le c dans la formule
- page 225, ligne -4: remplacer $F \in N$ par $f \in N$
- page 237, dans la figure de droite, ne pas tenir compte du cercle , qui ne représente rien (et avait juste servi à faire le dessin)
- page 238, ligne 12: remplacer $\overline{\gamma_1}$ par $\overline{\gamma(t_1)}$
- page 239, dans la deuxième formule encadrée: remplacer, dans la première intégrale: f^* par $f^\sharp$
- page 247, dans la formule du Théorème V.8.22: remplacer φ par φ^*
- page 250, ligne 3: il manque des puissance p; lire:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |g(r\,\mathrm{e}^{it})|^p\, dt \leq \liminf_{k\to\infty} \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |g_{n_k}(r\,\mathrm{e}^{it})|^p\, dt \leq \sup_{n\geq 1} \|g_n\|_p^p\,.$$

- page 250, ligne 5 de la preuve de la Proposition V.8.28: remplacer $z_0 \in \mathbb{D}$ par $z_0 \in \overline{\mathbb{D}}$, et $|\varphi(z_0)| = 1$ par $|\varphi^\sharp(z_0)| = 1$, et $|\varphi(z_0)|^n = 1$ par $|\varphi^\sharp(z_0)|^n = 1$
- page 250, dernière ligne: à la fin de la formule, remplacer $m(A) > 0$ par $m(A) \geq 0$
- page 251, ligne 6 de la Preuve: remplacer l'expression finale par:

$$2\,\frac{\sqrt{1-r^2}}{2-r}\,\frac{1}{1 - rz/(2-r)}$$

- paage 251, ligne 8 de la Preuve: remplacer le deuxième terme dans la suite d'égalités par

$$4\,\frac{1-r^2}{(2-r)^2}\sum_{n=0}^{\infty}\Big(\frac{r}{2-r}\Big)^2$$

• page 255, ligne 1: remplacer $1-h < |\varphi^*(\mathrm{e}^{it})|$ par $1-h \leq |\varphi^*(\mathrm{e}^{it})|$, et $1-h < \cos(\theta/2)$ par $1-h \leq \cos(\theta/2)$

• page 255, ligne 4: remplacer $1-h < 1-(\theta/2)^2/5$ par $1-h \leq 1-(\theta/2)^2/5$

• page 255, ligne 9: dans la dernière expression, supprimer le 2 devant le h

• page 255, ligne 15: remplacer le 3 par 5

• page 257, à la fin de la ligne 1 de l'Exercice 1: ajouter: telle que $u > -\infty$ presque partout. On suppose que u

• page 257, ligne 2 de l'Exercice 1: supprimer “ayant”

• page 273, ligne -5: remplacer $\|f\|_{L^1\cap L^\infty}$ par $\|f\|_{L^1+L^\infty}$

• page 275, ligne 2 du Théorème VI.2.6: remplacer $a > 0$ par $a \geq 0$

• page 277, ligne 3: remplacer $\sup\limits_{\lambda(E)=t}$ par $\sup\limits_{\mu(E)=t}$

• page 278, supprimer les lignes 15 et 16 et les remplacer par:
Donc

$$\int_{E_t} |f|\,d\mu \leq \int_0^t f^*(s)ds < +\infty\,.$$

• page 279, ligne 2 de la Preuve, dans l'intégrale: remplacer $f(s)$ par $|f(s)|$

• page 280, ligne 5: remplacer $j \geq 0$ par $j \in \mathbb{Z}$

• page 280, ligne 4 de la Preuve: remplacer $\widetilde{Q}(x) \subseteq \Omega$ par $\mathrm{int}\,[\widetilde{Q}(x)] \subseteq \Omega$

• page 285, ligne 13: remplacer le signe $=$ par $\leq$

• pge 286, ligne 4: ajouter une puissance $1/q$ à l'intégrale, soit:

$$\left(\int_0^1 t^{-\theta q}[K_t(x)]^q\,\frac{dt}{t}\right)^{1/q}$$

• page 288, à la fin de la ligne 3 du Théorème VI.4.1: remplacer $(X_0^* \cap X_1^*)$ par $(X_0 \cap X_1)^*$

• page 288, ligne 10 de la Preuve: remplacer $X_0 \oplus X_1$ par $X_0 \oplus_1 X_1$

• page 372, ligne -6: remplacer $\Delta\cap]-1,1[$ par $\Delta \cap (]-1,1[\times\{0\})$

• page 373, lignes 2 et 4: dans les intégrales de droite, remplacer les domaines d'intégration $\partial\Delta_\varepsilon$ par $\partial\Delta'_\varepsilon$

• page 439, Exercice 20, à la ligne 1: remplacer $[2/3,]$ par $[2/3,1]$; à la ligne 2, remplacer $3x/2-1$ par $3x/2-1/2$
à la ligne 6, remplacer 2^n par 2^{n+1}

• page 463, lignes 4 et 5 du 2) de l'Exercice 1: supprimer la phrase: “elle ne pourrait pas (...) fonctions sous-harmoniques.”; la remplacer par:
contrairement à l'hypothèse.