1re

Maths Techno

10 sujets-type corrigés

ÉPREUVE ANTICIPÉE DU BAC

QCM • Exercices de synthèse

ellipses

Sujet 1

Épreuve anticipée de mathématiques

Voie technologique

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1

On donne ci-dessous le tableau des effectifs d'une série statistique.

Valeurs	5	7	8	11	13
Effectifs	6	5	7	4	6

Le troisième quartile de cette série est égal à :

A	**B**	**C**	**D**
11	8	13	4

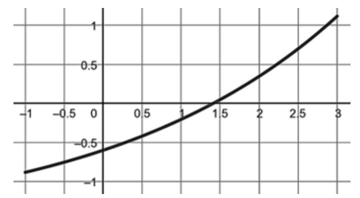
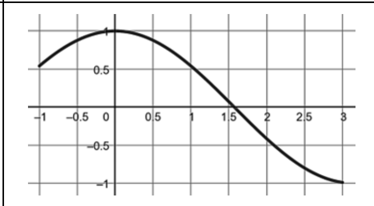
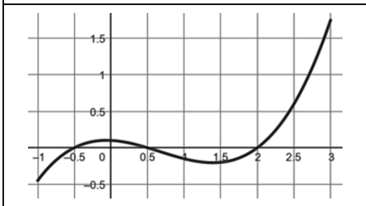
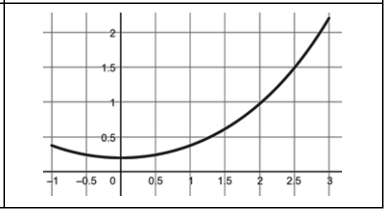
Question 2

Parmi les 4 expressions ci-dessous, déterminer celle qui correspond à une fonction affine.

A	**B**	**C**	**D**
$\frac{1}{x} + 3x - 1$	$x^2 - (x+1)^2$	$x^2 - x - 1$	$5\sqrt{x} + 2$

Question 3

On donne ci-dessous 4 courbes. Déterminer celle qui représente une fonction strictement croissante sur l'intervalle $[-1; 3]$.

A	B
	
C	**D**
	

Question 4

La production d'une usine a diminué d'un tiers en 2025 par rapport à son niveau de 2024. Pour retrouver son niveau de 2024, la production devra en 2026 augmenter de :

A	B	C	D
33,33%	40%	$\frac{1}{3}$	50%

Question 5

La forme factorisée de $5a^2 - 2a$ est :

A	B	C	D
$a(5a-2)$	$a(25a-2)$	$8a$	$a(-5a+2)$

Question 6

La quantité de chaleur échangée par un corps de masse m (en kg) qui passe d'une température T_1 à une température T_2 (en K) est donnée en joules par $Q = mc(T_2 - T_1)$ où c est la chaleur massique du corps.

Si $c = 4\,200\ \mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}$, $m = 2$ kg, $T_1 = 290$ K et $T_2 = 300$ K alors :

A	B	C	D
$Q = 2\,520\,000$ J	$Q = 84\,000$ J	$Q = 42\,000$ J	$Q = 8\,400$ J

Question 7

On note $\mathcal{S}$ l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $2x + 3 < x + 5$. On a :

A	B	C	D
$\mathcal{S} =]-\infty; 8[$	$\mathcal{S} =]-\infty; 2[$	$\mathcal{S} = \left]-\infty; \frac{8}{3}\right[$	$\mathcal{S} = \left]-\infty; \frac{2}{3}\right[$

Question 8

La forme développée réduite de $(x + 2)^2 - (x - 3)^2$ est :

A	B	C	D
$10x - 7$	$-2x - 5$	$10x - 5$	$x^2 - 2x - 5$

Question 9

On interroge un groupe de 200 personnes. Les réponses sont consignées dans le tableau ci-dessous :

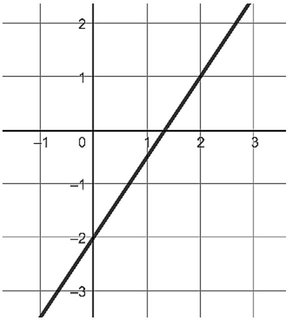
	Pratique au moins un sport	Ne pratique pas de sport	Total
Moins de 40 ans	90	30	120
40 ans et plus	20	60	80
Total	110	90	200

On choisit une personne de ce groupe au hasard. Elle pratique un sport. Quelle est la probabilité qu'elle ait plus de 40 ans ?

A	B	C	D
0,1	0,5	$\frac{2}{11}$	$\frac{9}{11}$

Question 10

On donne ci-contre le tracé d'une droite Δ. On note m le coefficient directeur de Δ et p son ordonnée à l'origine.



On a :

A	B	C	D
$m = 3$ et $p = -2$	$m = 1{,}5$ et $p = -2$	$m = -2$ et $p = 1{,}5$	$m = 0{,}67$ et $p = -2$

Question 11

Un agriculteur a vendu 500 kg de pommes ce qui représente 4 cinquièmes de sa production. La production totale de pommes représente :

A	B	C	D
400 kg	600 kg	625 kg	650 kg

Question 12

Le périmètre p d'un rectangle de longueur L et de largeur l vérifie $p = 2(L + l)$. L'expression de L en fonction de l et p est :

A	B	C	D
$L = \frac{p}{2} - l$	$L = \frac{p-2}{l}$	$L = p - 2 - l$	$L = \frac{p+2l}{2}$

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1

Julien, un ingénieur en travaux publics, est chargé de réaliser les plans d'un viaduc devant enjamber la vallée de la Meuse dans les Ardennes.
Le viaduc comporte un arc inférieur parabolique que Julien veut modéliser par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 20]$ par :

$$f(x) = 10x - \frac{x^2}{2} \quad \text{où } x \text{ est exprimé en mètres}$$

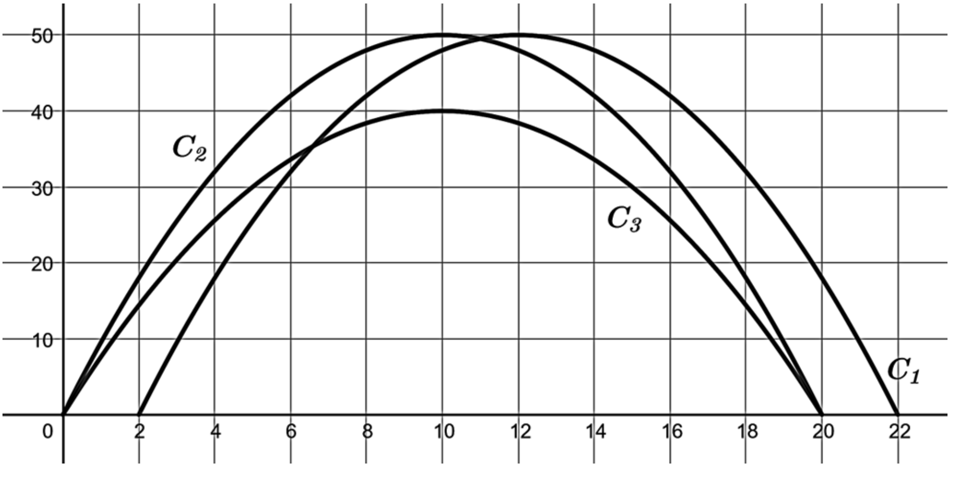
1- Montrer que pour tout $x \in [0; 20]$:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x(x - 20)$$

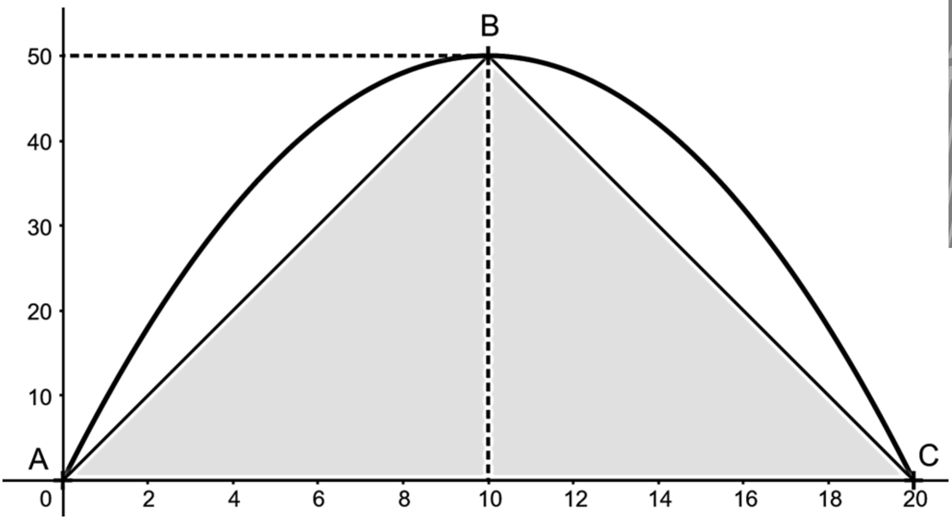
2- Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 20]$.

3- Calculer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0; 20]$.
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

4- Parmi les trois courbes ci-dessous, indiquer celle qui représente la fonction f.
Justifier votre réponse.



5- Lou-Anne est associée à Julien dans ce projet. Elle est chargée de travailler à l'intégration de l'édifice dans l'environnement.
A cet effet, elle doit connaître la valeur exacte de l'aire sous l'arche et vérifier que cette aire est au moins égale à 600 m^2.
Elle souhaite utiliser pour cela un très ancien résultat de géométrie dû à Archimède : l'aire sous l'arche parabolique est égale à l'aire du triangle ABC multipliée par $\frac{4}{3}$.



Calculer l'aire sous l'arche en m^2 et déterminer si Lou-Anne peut valider le projet de Julien.

Exercice 2

Jean était fumeur et a décidé d'arrêter de fumer afin de préserver sa santé. Il fumait en moyenne un paquet et demi de cigarettes par jour à 10 € le paquet. Il a décidé pour se motiver dans sa démarche, d'ouvrir une cagnotte de 200 € et d'y ajouter chaque jour l'argent qu'il consacrait aux cigarettes.

On note pour tout entier naturel n, c_n l'argent disponible dans la cagnotte n jours après l'arrêt du tabac. Ainsi $c_0 = 200$.

1- Calculer c_1 et c_2.

2- Déterminer la nature de la suite (c_n).

3- Déterminer pour tout entier naturel n, l'expression de c_n en fonction de n.
Vérifier que $c_{60} = 1\ 100$.

4- Jean qui est passionné de football, aimerait s'offrir le maillot porté par Osvaldo Piazza lors de la finale de la Coupe d'Europe des Clubs Champions le 12 mai 1976. Il évalue le prix de ce maillot à 12 000 €.

Déterminer le nombre de jours nécessaires pour que Jean puisse s'offrir ce maillot grâce à sa cagnotte.

> Aide au calcul :
> $$\frac{11\ 800}{15} \simeq 786{,}7$$

Corrigé du sujet 1

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM

Question 1

On calcule les effectifs cumulés croissants (ECC) :

Valeurs	5	7	8	11	13
Effectifs	6	5	7	4	6
ECC	6	11	18	22	28

L'effectif total est $N = 28$ donc $\frac{3N}{4} = 3 \times 7 = 21$: c'est le rang du troisième quartile Q_3 dans la série rangée par ordre croissant. Ainsi $Q_3 = 11$.

Réponse A

Méthode : la valeur 22 sur la troisième ligne du tableau signifie qu'il y a 22 valeurs de la série inférieures ou égales à 11. Parmi elles 18 sont inférieures ou égales à 8. La 21ᵉ est donc bien égale à 11.

Question 2

L'expression de la proposition A n'est pas définie pour $x = 0$, celle de la propostion B n'est pas définie pour $x < 0$: elles ne peuvent pas être l'expression d'une fonction affine car une fonction affine est définie sur $\mathbb{R}$. Par ailleurs, l'expression de la proposition C est une expression du second degré alors qu'une fonction affine est du premier degré.

Il reste donc la proposition B. On vérifie que pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$x^2 - (x+1)^2 = x^2 - (x^2 + 2x + 1) = x^2 - x^2 - 2x - 1 = -2x - 1$ qui est bien l'expression d'une fonction affine.

Réponse B

Question 3

La seule courbe qui monte sans interruption sur l'intervalle $[-1; 3]$ est celle de la proposition A.

Réponse A

Question 4

Le coefficient multiplicatif associé à une baisse de $\frac{1}{3}$ est $c = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.
Le coefficient multiplicatif réciproque est alors $c_r = \frac{1}{c} = \frac{3}{2} = 1{,}5$.
Le pourcentage de hausse correspondant est $t_r = (c_r - 1) \times 100 = 50$.

$\boxed{\text{Réponse D}}$

<u>Rappel</u> : le pourcentage d'évolution t *associé à un coefficient multiplicatif* c *est* $t = (c-1) \times 100$. *Si* $t > 0$ *il s'agit d'une hausse, si* $t < 0$ *il s'agit d'une baisse.*

Question 5

Pour tout $a \in \mathbb{R}$: $5a^2 - 2a = a \times 5a - a \times 2 = a(5a - 2)$

$\boxed{\text{Réponse A}}$

<u>Attention</u> : $5a^2 = 5 \times a^2$ *alors que* $(5a)^2 = 25 \times a^2$.

Question 6

$Q = 2 \times 4\,200 \times (300 - 290) = 8\,400 \times 10 = 84\,000$

$\boxed{\text{Réponse B}}$

<u>Méthode</u> : il est préférable de réduire les expressions dans les parenthèses avant de calculer les produits.

Question 7

Dans $\mathbb{R}$:
$2x + 3 < x + 5 \Leftrightarrow 2x - x < 5 - 3$ (on a retranché x et 3 à chaque membre)
$2x + 3 < x + 5 \Leftrightarrow x < 2$

$\boxed{\text{Réponse B}}$

Question 8

Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$(x+2)^2 - (x-3)^2 = x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 6x + 9)$

$(x+2)^2 - (x-3)^2 = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 6x - 9 = 10x - 5$

Réponse C

Attention : ne pas oublier le double produit $2ab$ dans les développements de $(a+b)^2$ et de $(a-b)^2$.

Question 9

Le choix se fait au hasard, il y a donc équiprobabilité.

L'événement « la personne pratique au moins un sport » est réalisé : il y a donc 110 cas possibles pour 20 cas favorables. La probabilité p cherchée est par conséquent $p = \frac{20}{110} = \frac{2}{11}$.

Réponse C

Rappel : lorsque chaque événement élémentaire (événement réalisé par une unique issue) a la même probabilité de réalisation, on dit qu'il y a équiprobabilité. Dans ce cas la probabilité d'un événement A est le quotient du nombre de cas favorables à la réalisation de A par le nombre de cas possibles.

Question 10

p est par définition l'ordonnée du point de Δ d'abscisse 0. On lit directement $p = -2$.

Les points de coordonnées $(0; -2)$ et $(2; 1)$ sont des points de Δ. On en déduit que $m = \frac{1-(-2)}{2-0} = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

Réponse B

Rappel : le coefficient directeur d'une droite non verticale est le quotient de l'accroissement suivant les ordonnées par l'accroissement suivant les abscisses. Ainsi si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points distincts d'une même droite non verticale, le coefficient directeur de cette droite est donné par $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Question 11

Si T est la production totale alors $\frac{4}{5} \times T = 500$ donc $T = \frac{500}{\frac{4}{5}} = 500 \times \frac{5}{4}$.

Ainsi : $T = \frac{500}{4} \times 5 = 125 \times 5 = 625$.

$\boxed{\text{Réponse C}}$

Question 12

$p = 2(L + l) \Leftrightarrow \frac{p}{2} = L + l$ donc $L = \frac{p}{2} - l$.

$\boxed{\text{Réponse A}}$

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1

1- Pour tout $x \in [0; 20]$:

$$-\frac{1}{2}x(x - 20) = -\frac{1}{2}(x^2 - 20x) = -\frac{1}{2} \times x^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) \times 20x$$

$$-\frac{1}{2}x(x - 20) = -\frac{x^2}{2} + 10x = f(x)$$

2- $f(x)$ est de la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $a < 0, x_1 = 0$ et $x_2 = 20$.

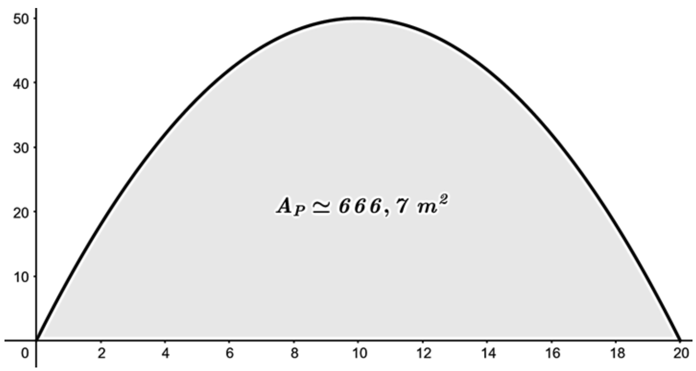
On sait alors que f change de monotonie en $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = 10$.

$a < 0$ donc f est strictement croissante sur l'intervalle $[0; 10]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[10; 20]$.

3- On sait que f atteint son extremum en $x = \frac{x_1+x_2}{2} = 10$.
Ici $a < 0$ donc il s'agit d'un maximum. On a alors :
$$f(10) = 10 \times 10 - \frac{10^2}{2} = 100 - \frac{100}{2} = 100 - 50 = 50$$
Le maximum de f sur l'intervalle $[0; 20]$ est donc égal à 50.
Cela signifie que la hauteur maximale sous l'arche parabolique est égale à 50 mètres.

4- La courbe $\mathcal{C}_1$ représente une fonction définie sur l'intervalle $[2; 22]$ donc on peut l'éliminer.
La courbe $\mathcal{C}_3$ représente une fonction admettant 40 comme maximum sur l'intervalle $[0; 22]$ donc on peut l'éliminer.
La courbe $\mathcal{C}_2$ quant à elle, respecte les variations et la valeur du maximum trouvées dans les questions précédentes.

5- On calcule l'aire $\mathcal{A}_T$ tu triangle ABC par la formule :
$$\mathcal{A}_T = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$
On a en m^2 :
$$\mathcal{A}_T = \frac{20 \times 50}{2} = 10 \times 50 = 500$$
On obtient alors pour l'aire $\mathcal{A}_P$ sous l'arche parabolique en m^2 :
$$\mathcal{A}_P = \frac{4}{3} \times 500 = \frac{2\,000}{3}$$
De plus $600 = \frac{1\,800}{3}$ donc $\mathcal{A}_P > 600$
Lou-Anne peut donc valider le projet de Julien.



□

Exercice 2

1- Le premier jour Jean a économisé une fois et demie 10 € donc :
$c_1 = 200 + 1{,}5 \times 10 = 200 + 15 = 215$.
De même : $c_2 = c_1 + 1{,}5 \times 10 = 215 + 15 = 230$.

2- Chaque jour Jean ajoute 15 € à la cagnotte donc la suite (c_n) modélise une évolution absolue constante. (c_n) est par conséquent une suite arithmétique.
Pour tout entier naturel n, $c_{n+1} = c_n + 15$.

3- (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $c_0 = 200$ et de raison 15.
Pour obtenir c_{60} à partir de c_0, il faut donc appliquer la relation de récurrence 60 fois de suite i.e ajouter 60 fois 15 à c_0.
Ainsi :
$c_{60} = 200 + 15 \times 60 = 200 + 150 \times 6 = 200 + 150 \times 2 \times 3$
$c_{60} = 200 + 300 \times 3 = 200 + 900 = 1\,100$.

4- On cherche la première valeur de n telle que $c_n \geq 12\,000$.
Il s'agit donc ici de résoudre dans $\mathbb{N}$ l'inéquation $c_n \geq 12\,000$.
Or pour passer de c_0 à c_n, on ajoute n fois 15 à c_0.

Dans $\mathbb{N}$:
$c_n \geq 12\,000 \Leftrightarrow 200 + 15n \geq 12\,000$
$c_n \geq 12\,000 \Leftrightarrow 15n \geq 11\,800$
$c_n \geq 12\,000 \Leftrightarrow n \geq \dfrac{11\,800}{15}$ car $15 > 0$
$c_n \geq 12\,000 \Leftrightarrow n \geq 787$ car n est entier

Jean disposera donc de la somme nécessaire après 787 jours.

<u>Remarque</u> : la première valeur qui convient est le premier entier supérieur ou égal à $\frac{11\,800}{15}$*, c'est bien* 787*. Mais cela ne signifie pas que* $\frac{11800}{15}$ *est égal à* 787*.*

□

Corrigé du sujet 1

Sujet 2

Épreuve anticipée de mathématiques

Voie technologique

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1

La forme factorisée de $(x+1)^2 - 9$ est :

A	B	C	D
$x^2 - 8$	$x^2 + 2x - 8$	$(x-2)(x+4)$	$(x-4)^2$

Question 2

On résume des relevés de température dans le tableau ci-dessous :

Température en °C	7	8	9	10
Effectif	1	4	2	3

La température moyenne relevée est égale à :

A	B	C	D
8,5 °C	2,5 °C	8 °C	8,7 °C

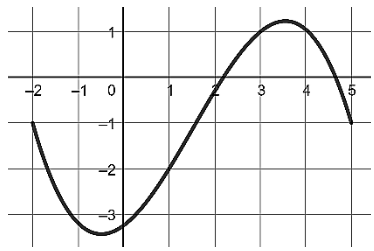
Question 3

Le prix du baril de pétrole Brent a diminué de 7% au cours d'une journée. Cela signifie que son prix a été multiplié par :

A	B	C	D
0,93	0,07	1,07	Cela dépend du prix initial du baril

Question 4

On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction g définie sur l'intervalle $[-2; 5]$.

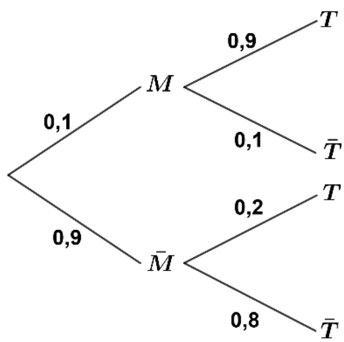


L'ensemble des solutions de l'équation $g(x) = -2$ est :

A	B	C	D
$\{-1\}$	$\{-2\}$	$\{-2{,}3; 1\}$	$\{-1{,}7; 1\}$

Question 5

Une étude s'intéresse à l'efficacité d'un test de dépistage. On choisit une personne au hasard et on définit les événements suivants : M « la personne est malade » et T « le test est positif ». On modélise cette situation par un l'arbre pondéré ci-contre.



La probabilité que la personne soit malade sachant que le test est positif est égale à :

A	B	C	D
0,9	0,27	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Sujet 2

Question 6

On considère deux réels x et y non nuls et on note $q = \frac{(xy)^3}{x^2y^4}$.

On peut affirmer que :

A	B	C	D
$q = \dfrac{1}{xy}$	$q = \dfrac{x}{y}$	$q = xy$	$q = \dfrac{y}{x}$

Question 7

Indiquer l'égalité qui est vraie parmi les quatre propositions :

A	B	C	D
$\dfrac{12}{15} = \dfrac{2}{5}$	$\dfrac{12}{15} = \dfrac{1}{15} + \dfrac{2}{15}$	$\dfrac{12}{15} = \dfrac{4}{5}$	$\dfrac{12}{15} = 75\%$

Question 8

On multiplie les premiers entiers non nuls entre eux : $1 \times 2 \times 3$ ...

On s'arrête à 10. Le résultat obtenu sera de l'ordre de :

A	B	C	D
10^{10}	2^{10}	1 000	4 000 000

Question 9

Une forme factorisée de $ax + \frac{x}{a}$ est :

A	B	C	D
$ax(1 + a)$	$x\left(a + \dfrac{1}{a}\right)$	$\dfrac{ax^2}{1 + a}$	$a \times x \times \dfrac{x}{a}$

Question 10

Un boxeur perd 20% de son poids durant le mois précédent un combat. Le mois suivant son poids augmente de 40%. Sur ces deux mois le poids du boxeur :

A	B	C	D
est globalement resté stable	a globalement augmenté de 20%	a globalement augmenté de 12%	a globalement diminué de 8%

Question 11

On considère la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 4$.

Si M est le point de la courbe d'abscisse 1 alors son ordonnée est égale à :

A	B	C	D
3	-4	1	-1

Question 12

La forme développée réduite de $(2 - 3x)(5x - 1)$ est :

A	B	C	D
$17x - 2$	$15x^2 + 7x - 2$	$-15x^2 + 13x - 2$	$-15x^2 + 7x - 2$