VOTRE COACHING PERSONNALISÉ

2de

MATHS

Contenus additionnels en ligne

BONNE NOTE ASSURÉE !

Nathalie Defloraine

ellipses

Chapitre 1

MANIPULER DES NOMBRES

Le point coaching

En seconde vous allez manipuler des nombres. Ces nombres sont groupés dans des ensembles qui portent des noms précis qu'il faut connaître par cœur.

LES ENSEMBLES DE NOMBRES $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ET $\mathbb{R}$

Les entiers naturels

Un nombre **entier naturel** est un nombre entier positif ou nul. L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{N}$. $\mathbb{N}=\{0\,;1;2\,;3\,;\dots\}$.

Si on ne veut pas de 0 dans cet ensemble on notera $\mathbb{N}^*$ ou $\mathbb{N}-\{0\}$ ou $\mathbb{N}\setminus\{0\}$ (cette écriture sera valable pour tous les ensembles).

Les entiers relatifs

Un nombre **entier relatif** est un nombre entier positif, nul ou négatif. L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{Z}$. $\mathbb{Z}=\{\dots\,;-2\,;-1;0\,;1;2\,;\dots\}$.

Un entier naturel est donc un entier relatif. On notera $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$ ($\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$).

Les nombres décimaux

Un nombre **décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\dfrac{a}{10^p}$ où a est un entier relatif et p un entier naturel. L'ensemble des décimaux est noté $\mathbb{D}$. On écrit $\mathbb{D}=\left\{\dfrac{a}{10^p}\,;a\in\mathbb{Z},p\in\mathbb{N}\right\}$. Pour faire plus simple ce sont tous les nombres qui ont un nombre fini de chiffres après la virgule comme par exemple 16,347.

Les nombres rationnels

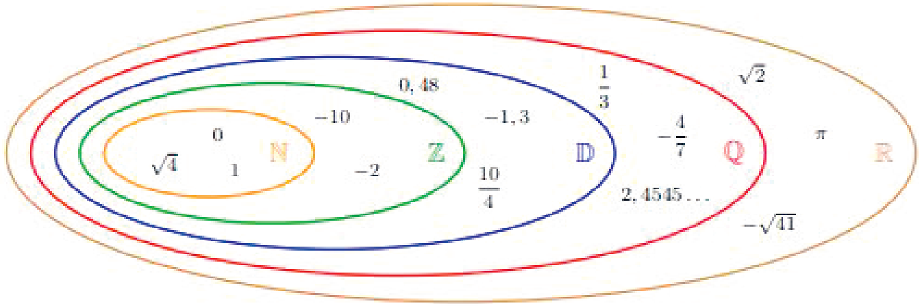
Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\dfrac{a}{b}$ où a est un entier relatif et b un entier naturel non nul. L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$. $\mathbb{Q}=\left\{\dfrac{a}{b}\,;a\in\mathbb{Z},b\in\mathbb{N}^*\right\}$. Ce sont donc toutes les fractions comme par exemple $\dfrac{1}{3}=0{,}33333$ ....

Les nombres réels

Ce sont tous les nombres connus en seconde, ceux énoncés précédemment bien sûr et les autres (les nombres « bizarres » que vous avez déjà rencontrés, qu'on ne peut pas écrire sous forme de fraction, comme par exemple $\pi\simeq3{,}14159$ ....,$\sqrt{2}\simeq1{,}414213\dots$ on les appelle les **irrationnels**). Cet ensemble se note $\mathbb{R}$.

Pour représenter l'ensemble $\mathbb{R}$ on dispose d'une droite graduée (appelée droite numérique) sur laquelle on dispose les réels en utilisant les graduations.

Tous ces ensembles sont imbriqués les uns dans les autres. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathrm{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.



$\mathbb{N}$ comme entier, $\mathbb{D}$ comme décimal, $\mathbb{R}$ comme réel on comprend l'origine de ces notations mais pourquoi $\mathbb{Z}$ pour les relatifs et $\mathbb{Q}$ pour les rationnels ? La réponse est européenne. $\mathbb{Z}$ vient de Zahlen qui signifie compter en allemand et $\mathbb{Q}$ vient de Quotiente qui signifie quotient en italien.
Historiquement, $\mathbb{N}$ est l'initiale de Naturale et $\mathbb{R}$ celle de Real. Toutes ces notations (sauf $\mathbb{D}$ qui est française) sont en réalité allemandes et italiennes comme leurs inventeurs l'allemand Richard Dedeskind (1831-1916) et l'italien Giuseppe Peano (1858-1932).

LA MINUTE CULTURE

TOPO MÉTHODO 1

Déterminer la nature d'un nombre

- ★ Simplifier au maximum son écriture (réduire les fractions, simplifier les racines carrées, effectuer toutes les opérations).
- ★ Regarder la partie décimale : si elle est finie, le nombre est décimal, si elle est infinie et présente un motif qui se répète (par exemple 0,0769230769…) le nombre est rationnel, si elle ne présente aucun motif, le nombre est probablement réel non rationnel.

CHRONO-TEST 1

Corrigé p. 30

Déterminer la nature d'un nombre

Déterminer la nature des nombres suivants :

a. 2,4 **b.** $-4{,}67$ **c.** $\sqrt{5}$ **d.** 2π **e.** 1,333... **f.** $\frac{-2}{7}$ **g.** $-\frac{30}{5}$ **h.** $\sqrt{49}$

INTERVALLES ET ENCADREMENT DÉCIMAL

Intervalles

a et *b* désignant deux réels, l'**intervalle [*a*;*b*]** est l'ensemble des nombres réels compris entre *a* (inclus) et *b* (inclus). *a* et *b* sont les **bornes** de l'intervalle, *b*-*a* est l'**amplitude** de l'intervalle.

Il existe différents types d'intervalles indiqués dans le tableau suivant.

Intervalle	Ensemble des réels x tels que ...	Représentation graphique
$[a\,;\,b]$ fermé	$a \leqslant x \leqslant b$	
$[a\,;\,b[$ fermé à gauche, ouvert à droite	$a \leqslant x < b$	
$]a\,;\,b]$ ouvert à gauche, fermé à droite	$a < x \leqslant b$	
$]a\,;\,b[$ ouvert à gauche, ouvert à droite	$a < x < b$	
$[a\,;+\infty[$	$a \leqslant x$	
$]a\,;+\infty[$	$x > a$	
$]-\infty\,;\,b[$	$x < b$	
$]-\infty\,;\,b]$	$x \leqslant b$	

Tout nombre réel x peut être encadré par deux nombres décimaux *a* et *b* avec $a < b$. On appelle **amplitude** de l'encadrement la valeur *b*-*a*. Généralement cette amplitude est une puissance de 10.

On appelle **arrondi à** 10^{-n} de *x* la valeur la plus proche de x parmi *a* et *b*, avec $b - a = 10^{-n}$.

Intersection et réunion

Soient **I** et **J** deux intervalles.

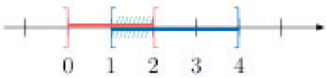
L'**intersection** de **I** et de **J**, notée $I \cap J$, est l'ensemble des nombres appartenant à la fois à I **et** à J.

La **réunion** de I et de J, notée $I \cup J$, est l'ensemble des nombres appartenant à I **ou** à J.

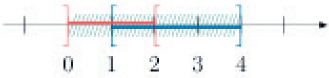
Remarque : En mathématiques, « appartenir à I ou à J » signifie « appartenir à l'un des deux ou aux deux ».

Exemples : Si $I =]0\,;2[$ et $J = [1;4]$ alors :

- $I \cap J = [1;2[$



- $I \cup J =]0\,;4]$



TOPO MÉTHODO 2

Utiliser les caractérisations d'appartenance à un intervalle

★ Lorsque le crochet entoure le nombre on dit que l'intervalle est fermé, dans le cas contraire on dit qu'il est ouvert. Par exemple [3 ;5] est fermé en 3 et en 5 cela signifie qu'il contient 3 et 5,]3 ;5[est ouvert en 3 et en 5 il ne contient ni 3, ni 5, [3 ;5[est fermé en 3 ouvert en 5, il contient 3 mais pas 5 et]3 ;5] est ouvert en 3 fermé en 5, il ne contient pas 3 mais contient 5.

★ On ne ferme jamais le crochet en l'infini (l'infini n'est jamais atteint !).

Donner un encadrement d'un réel donné par des décimaux d'amplitude donnée

★ Pour obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-n}, il faut obtenir *n+1* décimales avec la calculatrice.

Traduire une inégalité par un intervalle et réciproquement

★ Utiliser le tableau du point coaching en faisant attention au sens des crochets car ils indiquent si la borne appartient ou non à l'intervalle.

CHRONO-TEST 2

Corrigé p. 30

★ **Donner un encadrement d'amplitude 10^{-5} de $\sqrt{3}$ par deux décimaux.**

CHRONO-TEST 3

Corrigé p. 30

Traduire des inégalités sous forme d'intervalles réciproquement

1 Traduire les inégalités suivantes, où x est un réel, sous forme d'intervalles.

a. $-2 \leq x < 3$ **b.** $x \geq 4$ **c.** $x < 8$

2 On donne les intervalles suivants. Traduire par une inégalité l'appartenance d'un nombre réel x à chacun de ces intervalles.

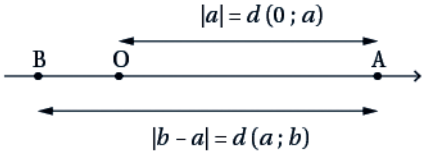
a. $I = [-4\,;5]$ **b.** $J =]-\infty\,;3[$ **c.** $K = [2\,;+\infty[$ **d.** $L =]2\,;5]$

DISTANCE ET VALEUR ABSOLUE

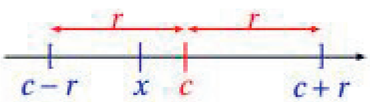
La **valeur absolue** d'un nombre a notée $|a|$ est le nombre réel positif égal à la distance OA où O et A sont les points de la droite graduée d'abscisses respectives 0 et a.

Si $a \geq 0$, $|a| = a$ et si $a \leq 0$, $|a| = -a$ (en gros, une valeur absolue change le négatif en positif).

La **distance** entre deux nombres réels a et b notée *d(a ;b)* est égale à la mesure du segment *AB où A et B* sont les points d'abscisses respectives a et b. Pour calculer cette distance on calcule : **grande abscisse – petite abscisse** (c'est justement la valeur absolue) donc $d(a\,;b) = |a-b|$.



L'intervalle $[c-r\,;c+r]$ où c est un nombre réel strictement positif est l'ensemble des réels x tels que $|x-c| \leq r$. Le nombre c est appelé **centre** et le nombre r est appelé **rayon** de l'intervalle $[c-r\,;c+r]$.



TOPO MÉTHODO 3

Simplifier une valeur absolue

★ On applique la formule : $|a| = a$ si $a \geq 0$ et $|a| = -a$ si $a \leq 0$, (en gros, une valeur absolue change le négatif en positif).

Représenter et caractériser l'intervalle [c-r ;c+r]

★ Pour reconnaître l'intervalle formé des réels x tels que $|x - c| \leq r$ commencer par expliciter c et r.

CHRONO-TEST 4

Corrigé p. 30

★ Écrire sans valeur absolue

Écrire sans valeur absolue

a. $|-5|$ **b.** $|1 - \sqrt{2}|$ **c.** $|-3 - \pi|$ **d.** $|16 - 25|$

★ Représenter et caractériser l'intervalle [c-r ;c+r]

1 On donne les intervalles suivants. Traduire par une inégalité l'appartenance d'un nombre réel x à chacun de ces intervalles.

a. $I = [-4\,;5]$ **b.** $J =]-\infty\,;3[$ **c.** $K = [2\,;+\infty[$ **d.** $L =]2\,;5]$

2 Représenter et caractériser l'intervalle $I = [-4\,;2]$.

3 Caractériser l'ensemble des réels x tels que $|x + 2| \leq 3$.

Carte mentale n° 1

DÉTERMINER LA NATURE D'UN NOMBRE

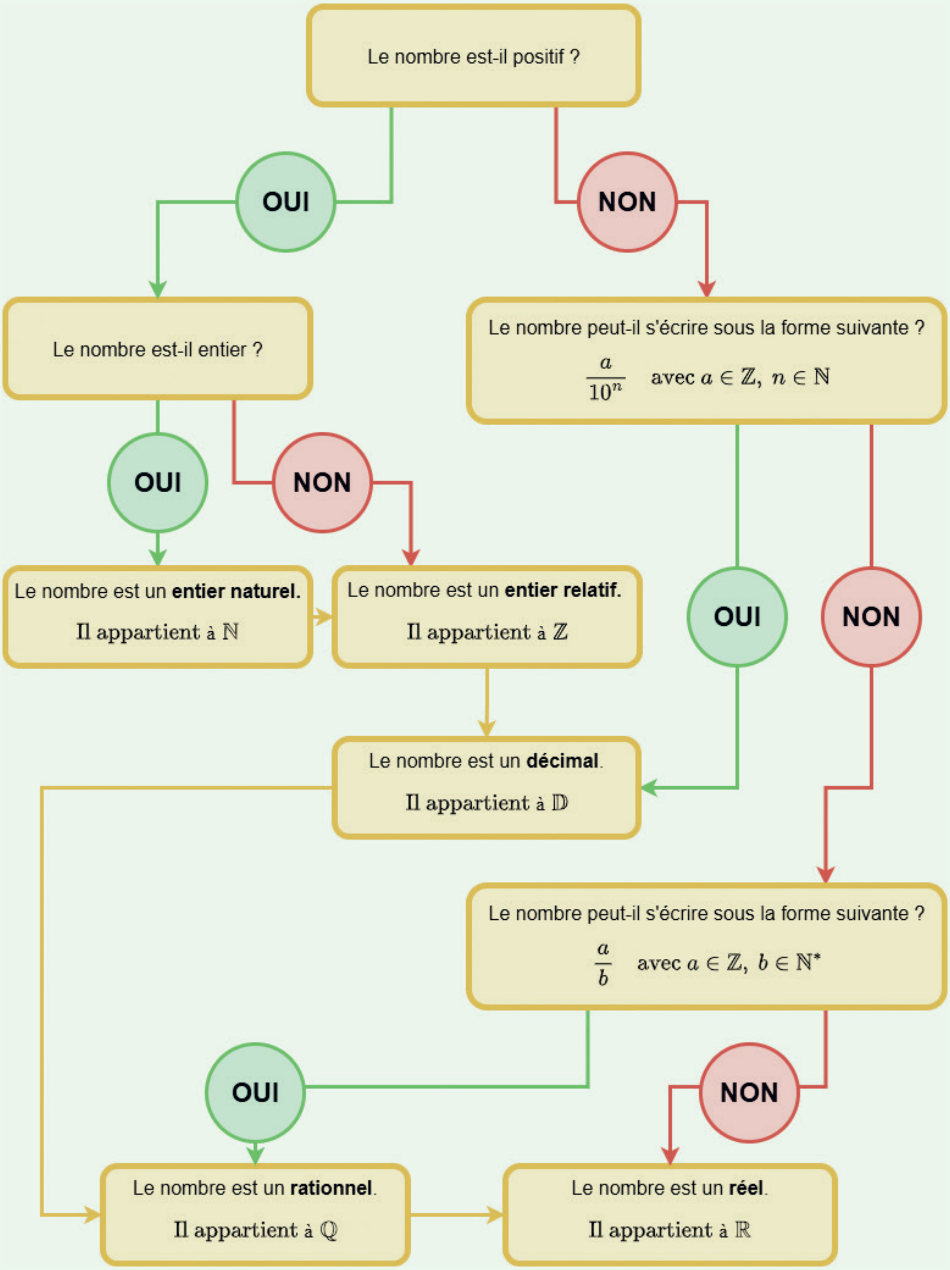


Tableau (Réflexes mathématiques)

	SITUATIONS	RÉFLEXES MATHÉMATIQUES
1.	Déterminer la nature d'un nombre	Fraction de deux entiers : rationnel Développement décimal fini : décimal et rationnel Développement décimal infini régulier : rationnel Développement décimal infini irrégulier : irrationnel
2.	Encadrer un nombre réel	Encadrer par une valeur approchée par défaut et une valeur approchée par excès
3.	Donner une valeur approchée d'un nombre	Quelle est la question posée ? Valeur approchée par défaut ? Par excès ? Arrondie ?
4.	Traduire des inégalités par des intervalles et inversement.	Utiliser le tableau du point coaching
5.	Représenter et caractériser l'intervalle $[c-r\,;c+r]$.	Commencer par expliciter c et r
6.	Déterminer la distance entre a et b.	Calculer $\lvert a-b\rvert$

RENFORCEZ LES AUTOMATISMES

Corrigé p. 31

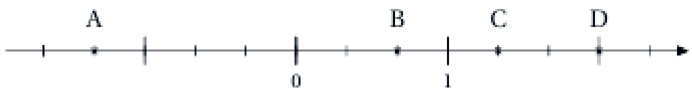
1 ***Parmi ces nombres, lesquels sont décimaux ?***

a. $\frac{3}{2}$ **b.** $\frac{151}{3}$ **c.** $\frac{0{,}12}{0{,}49}$ **d.** 3,444

2 ***Parmi ces nombres, lesquels sont rationnels ?***

a. 12,34 **b.** $-12+0{,}12$ **c.** $\frac{\sqrt{3}}{33}$ **d.** $\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2$

3 ***Lire graphiquement l'abscisse de chaque point de la droite graduée***



a. A **b.** B **c.** C **d.** D

4 ***Donner un encadrement décimal de 0,134679***

a. d'amplitude 0,1 **b.** d'amplitude 0,001

5 ***Soit x $\in [2\,;5[$. Traduire cette appartenance en une inégalité.***

a. $2 \geq x > 5$ **b.** $2 < x \leq 5$ **c.** $2 > x \geq 5$ **d.** $2 \leq x < 5$

6 ***Soit $3 < x < 8$. Traduire cette inégalité par un intervalle.***

a. $x \in [3\,;8]$ **b.** $x \in [3\,;8[$ **c.** $x \in]3\,;8[$ **d.** $x \in]3\,;8]$

7 ***Écrire chaque nombre sans utiliser la notation valeur absolue***.

a. $|\pi - 3|$ **b.** $|3 - \pi|$ **c.** $|-3{,}459|$ **d.** $|4{,}512|$

8 ***Calculer***

a. $|-5| + |-12|$ **b.** $|9| - 5$ **c.** $-|-4| + |-4|$ **d.** $|1 - 4|$

9 ***Calculer la distance entre les nombres a et b***.

a. $a = 4$ et $b = 8$
b. $a = -4$ et $b = 3$
c. $a = -2{,}5$ et $b = -3{,}5$
d. $a = 5$ et $b = -0{,}2$

10 ***Compléter sans utiliser la notation valeur absolue***.

a. $|x - 3| = ...$ si $x \geq ...$ et $|x - 3| = ...$ si $x < ...$

b. $|x + 6| = ...$ si $x \geq ...$ et $|x + 6| = ...$ si $x < ...$

11 ***Compléter avec « $\in$ » ou « $\notin$ »***.

a. $5 ... [0\,;5[$ **b.** $2{,}5 ... [0\,;5[$ **c.** $-0{,}7 ... [-0{,}5\,;1[$ **d.** $-2{,}5 ... [-3\,;-2[$

ENTRAÎNEZ-VOUS !

Corrigé p. 32

DÉTERMINER LA NATURE D'UN NOMBRE

1 *Pour chacun des nombres, indiquer à quel(s) ensemble(s) $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, et $\mathbb{R}$ il appartient.*

$a = 5$ $b = 0{,}4$ $c = \sqrt{2}$ $d = \frac{1}{3}$ $e = \frac{1}{4}$ $f = 0$

2 *Pour chacun des nombres suivants, indiquer quel est le plus petit ensemble auquel il appartient.*

a. $a = -\frac{7}{2}$ **b.** $b = 8$ **c.** $c = \frac{6}{3}$ **d.** $d = 1{,}3333$ **e.** $e = \frac{1}{7}$ **f.** $f = \frac{1}{16}$

3 *Sur la droite graduée (unité :1 cm. représenter le plus précisément possible les nombres entiers en vert, les rationnels non décimaux en rouge,les décimaux non entiers en noir et les irrationnels en bleu.*

$\sqrt{2}\,; -3\,; -2{,}5\,; \frac{1}{3}\,; -\frac{3}{7}\,; \sqrt{5}\,; -1,4\,; 10^{-1}\,; \frac{56}{10}\,; \pi$

4 $\frac{65}{91}$ *est-il un nombre décimal ? Justifier.*

5 *On considère un nombre réel x. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Indiquer ensuite si sa réciproque est vraie ou fausse.*

a. *Si $x \in \mathbb{N}$, alors $x \in \mathbb{Z}$.*
b. *Si $x \in D$, alors $x \in \mathbb{Q}$.*
c. *Si $x \in \mathbb{N}$, alors $2x \in \mathbb{N}$*
d. *Si $x \in \mathbb{Z}$, alors $-x \in \mathbb{N}$*

6 *Donner un encadrement d'amplitude 0,001 de* $\frac{\sqrt{3}-2}{5}$.

7 *Soit* $A=-\frac{1}{3}+\frac{x}{6}+\frac{9}{2}$ *et* $B=0{,}25-\frac{\sqrt{x+2}}{2}$

a. *Donner un nombre* $x \in \mathbb{N}$ *tel que* $A \in \mathbb{N}$.
b. *Donner un nombre* $x \in \mathbb{Z}$ *tel que* $A \in \mathbb{Q}$.
c. *Donner un nombre* $x \in \mathbb{Z}$ *tel que* $B \in D$.
d. *Donner un nombre* $x \in \mathbb{Z}$ *tel que* $B \in \mathbb{R}$.

UTILISER DES INTERVALLES

1 *Écrire l'inégalité ou l'encadrement vérifié par les réels x tels que :*
a. $x \in [-2;15]$ **b.** $x \in]-4;+\infty[$ **c.** $x \in]-\infty;-1{,}2]$ **d.** $x \in [-4;1[$

2 *Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que :*
a. $-3 < x \leq 12$ **b.** $3 \geq x$ **c.** $x > 2$ **d.** $5 < x < 9$

3 *Compléter les pointillés par le symbole* $\in$ *ou* $\notin$
a. $3.....[0;5]$ **b.** $2....[-3;1]$ **c.** $\sqrt{2}....\left[\frac{3}{2};2\right]$ **d.** $3...]3;7]$ **e.** $0{,}9999....]0;1[$

4 *Compléter les pointillés par le symbole* $\subset, \not\subset, \in$ *ou* $\notin$.
a. $7..[1;5]$ **b.** $]-1;3]...[0;+\infty[$ **c.** $]-1;+\infty[....[2;+\infty[$ **d.** $[0;2]...\mathbb{N}$ **e.** $\mathbb{N}...[-5;+\infty[$

5 *Dans chaque cas, indiquer si* $I \cap J$ *et* $I \cup J$ *sont des intervalles. Simplifier leur expression le cas échéant.*
a. $I=[3;5]$ et $J=[4;7]$
b. $I=[-3;1[$ et $J=[0{,}9;2[$
c. $I=[1;+\infty[$ et $J=[2;+\infty[$
d. $I=]3;+\infty[$ et $J=]-\infty;5]$

CALCULER ET INTERPRÉTER DES VALEURS ABSOLUES

1 *Sachant que* $2{,}64 < \sqrt{7} < 2{,}65$, *écrire sans la notation valeur absolue.*
a. $\left|\sqrt{7}-5\right|$ **b.** $\left|\sqrt{7}+5\right|$ **c.** $\left|1-\sqrt{7}\right|$

2 *x est un nombre réel tel que* $\left|x+\frac{1}{3}\right| \leq \frac{1}{2}$. *À quel intervalle appartient x ?*

3 *Traduire les phrases suivantes par une inégalité en utilisant une valeur absolue.*
a. *L'ensemble des réels x dont l'écart à 3 est inférieur ou égale à un centième.*
b. *L'ensemble des réels x compris au sens strict entre* $-2{,}5$ *et* -1.
c. *L'ensemble des réels égaux à* $\sqrt{2}$ *à* 10^{-3} *près.*

4 *Compléter le tableau ci-dessous en suivant l'exemple de la première ligne.*

Intervalle	Ensemble des réels x tels que ...	Représentation graphique	Valeur absolue
$[1\ ;\ 5]$	$1 \leqslant x \leqslant 5$		$\lvert x-3\rvert \leqslant 2$
	$2 \leqslant x \leqslant 6$		
$]-1\ ;\ 1[$			
			
			
			$\lvert x-5\rvert < 3$
			$\lvert x+1\rvert \leqslant 3$
			$\lvert x-1{,}33\rvert < 10^{-2}$
			$\lvert x+3{,}54\rvert < 10^{-1}$
			$\lvert x-\pi\rvert \leqslant 1$

JE M'ENTRAÎNE EN LIGNE

Quiz

Corrigé p. 35

1 **L'ensemble des nombres entiers relatifs se note :**

A. $\mathbb{R}$

B. $\mathbb{N}$

C. $\mathbb{Q}$

D. $\mathbb{Z}$

2 **Le nombre $\sqrt{3}$ n'appartient qu'à un ensemble :**

A. $\mathbb{Q}$

B. $\mathbb{Z}$

C. $\mathbb{D}$

D. $\mathbb{R}$

3 $\left|1-\sqrt{3}\right| =$

A. $1-\sqrt{3}$

B. $-1+\sqrt{3}$

C. $1+\sqrt{3}$

D. $-1-\sqrt{3}$

4 **Si x et 2 sont les abscisses respectives des points *M* et *A* alors :**

A. $AM = x - 2$

B. $AM = |x+2|$

C. $AM = |x-2|$

D. $AM = x + 2$

5 **Si $-3 \leq x < 2$ alors x appartient à l'intervalle :**

A. $[-3\,;2]$

B. $[-3\,;2[$

C. $]-3\,;2]$

D. $]-3\,;2[$

Corrigés

CHRONO-TEST 1

a. $2{,}4 = \frac{24}{10}$ donc 2,4 est un décimal (le développement décimal est fini)

b. $-4{,}67 = \frac{-467}{100}$ donc $-4{,}67$ est un décimal (le développement décimal est fini).

c. $\sqrt{5}$ est un irrationnel donc un réel ($\sqrt{5} \simeq 2{,}236067977..$ a un développement décimal infini et irrégulier).

d. 2π est un irrationnel puisqu'il fait intervenir π qui est irrationnel donc c'est un réel.

e. 1,333... a un développement décimal infini et périodique (il s'agit de la fraction $\frac{4}{3}$) donc 1,333... est un rationnel.

f. $\frac{-2}{7}$ est un quotient de deux entiers donc c'est un rationnel et donc un réel.

g. $-\frac{30}{5} = -6$ est un entier négatif c'est donc un entier relatif.

h. $\sqrt{49} = 7$ est un entier naturel.

CHRONO-TEST 2

La calculatrice fournit $\sqrt{3} \simeq 1{,}732050808$.

Ainsi $\sqrt{3}$ est supérieur à 1,73205 et inférieur 1,73206.

D'où l'encadrement d'amplitude 10^{-5} de $\sqrt{3}$: $1{,}73205 < \sqrt{3} < 1{,}73206$

CHRONO-TEST 3

1. **a.** $-2 \leq x < 3$ équivaut à $x \in [-2\,;3[$

   b. $x \geq 4$ équivaut à $x \in [4\,;+\infty[$

   c. $x < 8$ équivaut à $x \in]-\infty\,;8[$

2. **a.** $x \in I$ équivaut à $-4 \leq x \leq 5$

   b. $x \in J$ équivaut à $x < 3$

   c. $x \in K$ équivaut à $x \geq 2$

   d. $x \in L$ équivaut à $2 < x \leq 5$

CHRONO-TEST 4

1. **a.** $|-5| = 5$

   b. $\left|1 - \sqrt{2}\right| = \sqrt{2} - 1$ car $1 - \sqrt{2} < 0$

   c. $\left|-3 - \pi\right| = 3 + \pi$

   d. $\left|16 - 25\right| = 9$

1. **a.** $x \in [-4\,;5]$ équivaut à $-4 \leq x \leq 5$
   b. $x \in]-\infty\,;3[$ équivaut à $x < 3$
   c. $x \in [2\,;+\infty[$ équivaut à $x \geq 2$
   d. $x \in]2\,;5]$ équivaut à $2 < x \leq 5$
2. Le centre de l'intervalle est $\dfrac{-4+2}{2} = -1$. Ainsi $-4 = -1-3$ et $2 = -1+3$. Donc *I* est l'intervalle $[-1-3\,;-1+3]$, c'est-à-dire l'ensemble des réels *x* tels que $|x-(-1)| \leq 3$ ou encore $|x+1| \leq 3$. *I* est l'ensemble des réels situés à une distance inférieure ou égale à 3 du réel -1.
3. Puisque $|x+2| \leq 3$ s'écrit aussi $|x-(-2)| \leq 3$. L'intervalle est $[-2-3\,;-2+3]$c'est-à-dire l'intervalle $[-5\,;1]$

RENFORCEZ LES AUTOMATISMES

1. Parmi ces nombres, lesquels sont décimaux ?

   a. $\dfrac{3}{2} = \dfrac{15}{10} \in \mathbb{D}$ **b.** $\dfrac{151}{3} \simeq 50{,}333... \notin \mathbb{D}$

   c. $\dfrac{0{,}12}{0{,}49} = \dfrac{12}{49} \notin \mathbb{D}$ **d.** $3{,}444 \in \mathbb{D}$
2. Parmi ces nombres, lesquels sont rationnels ?

   a. $12{,}34 = \dfrac{1234}{100} = \dfrac{617}{50} \in \mathbb{Q}$

   b. $-12 + 0{,}12 = -11{,}88 \in \mathbb{Q}$

   c. $\dfrac{\sqrt{3}}{33} \notin \mathbb{Q}$

   d. $\left(\dfrac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 = \dfrac{16}{3} \in \mathbb{Q}$
3. Lire graphiquement l'abscisse de chaque point de la droite graduée

   a. $A\left(-\dfrac{4}{3}\right)$ **b.** $B\left(\dfrac{2}{3}\right)$

   c. $C\left(\dfrac{4}{3}\right)$ **d.** $D\,(2)$
4. Donner un encadrement décimal de 0,134679
   a. d'amplitude 0,1 : $0{,}1 < 0{,}134679 < 0{,}2$
   b. d'amplitude 0,001 : $0{,}134 < 0{,}134679 < 0{,}135$
5. Soit $x \in [2\,;5[$. Traduire cette appartenance en une inégalité.
   Réponse **d.** $2 \leq x < 5$
6. Soit $3 < x < 8$.Traduire cette inégalité par un intervalle.
   Réponse **c.** $x \in]3\,;8[$

7. Écrire chaque nombre sans utiliser la notation valeur absolue.

a. $|\pi - 3| = \pi - 3$ **b.** $|3 - \pi| = \pi - 3$

c. $|-3{,}459| = 3{,}459$ **d.** $|4{,}512| = 4{,}512$

8. **a.** $|-5| + |-12| = 5 + 12 = 17$

b. $|9| - 5 = 9 - 5 = 4$

c. $-|-4| + |-4| = -4 + 4 = 0$

d. $|1 - 4| = |-3| = 3$

9. Calculer la distance entre les nombres a et b

a. $|4 - 8| = |-4| = 4$

b. $|-4 - 3| = |-7| = 7$

c. $|-2{,}5 + 3{,}5| = |1| = 1$

d. $|5 + 0{,}2| = 5{,}2$

10. Compléter sans utiliser la notation valeur absolue

a. $|x - 3| = x - 3$ si $x \geq 3$

et $|x - 3| = -x + 3$ si $x < 3$

b. $|x + 6| = x + 6$ si $x \geq -6$

et $|x + 6| = -x - 6$ si $x < -6$

11. Compléter avec « $\in$ » ou « $\notin$ »

a. $5 \notin [0\,;5[$ **b.** $2{,}5 \in .[0\,;5[$

c. $-0{,}7 \notin [-0{,}5\,;1[$ **d.** $-2{,}5 \in [-3\,;-2[$

ENTRAÎNEZ-VOUS

DÉTERMINER LA NATURE D'UN NOMBRE

1. **a.** $5 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ **b.** $0{,}4 \in \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

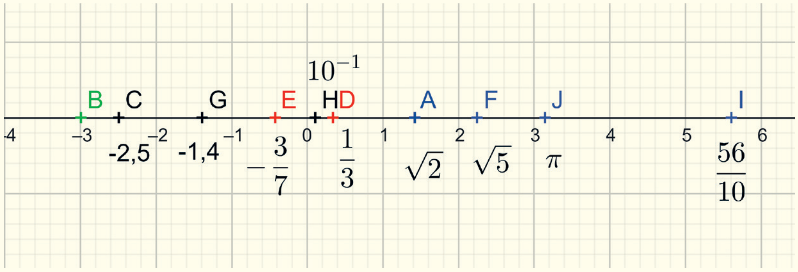
c. $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ **d.** $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

e. $\frac{1}{4} \in \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ **f.** $0 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

2. **a.** $a \in \mathbb{D}$ **b.** $b \in \mathbb{N}$

c. $\frac{6}{3} = 2 \in \mathbb{N}$ **d.** $d = \frac{13333}{10^5} \in \mathbb{D}$

e. $e \in \mathbb{Q}$ **f.** $f = \frac{625}{10000} \in \mathbb{D}$

3. 

4. $\frac{65}{91} = \frac{13 \times 5}{13 \times 7} = \frac{5}{7} \notin \mathbb{D}$

5. **a.** $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$ (affirmation vraie). Réciproque fausse : $-2 \in \mathbb{Z}$ mais $-2 \notin \mathbb{N}$.

   b. $x \in \mathbb{D} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$ (affirmation vraie). Réciproque fausse : $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ mais $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$.

   c. $x \in \mathbb{N} \Rightarrow 2x \in \mathbb{N}$ (affirmation vraie). Réciproque fausse : $2 \times \frac{1}{2} \in \mathbb{N}$ mais $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$.

   d. $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow -x \in \mathbb{N}$ (affirmation fausse) : $2 \in \mathbb{Z}$ mais $-2 \notin \mathbb{N}$. Réciproque vraie.

6. $\frac{\sqrt{3}-2}{5} \simeq -0{,}0535$ donc $-0{,}054 < \frac{\sqrt{3}-2}{5} < -0{,}053$

7. **a.** Pour que A soit un entier il faut que $\frac{-2+x+27}{6}$ soit un entier donc que $25 + x$ soit un multiple de 6. De plus x doit être entier (x positif) $x = 5$ convient.

   b. Pour que A soit un rationnel il faut que $A = \frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$, $x = -1$ convient.

   c. Pour que B soit un décimal il faut que $\frac{\sqrt{x+2}}{2}$ soit un décimal, de plus $x + 2 \geq 0$. $x = -2$ convient.

   d. Pour que B soit un réel il faut simplement que $x + 2 \geq 0$. $x = 4$ convient.

UTILISER DES INTERVALLES

1. **a.** $x \in [-2\,;15] \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 15$

   b. $x \in]-4\,;+\infty[\Leftrightarrow x > -4$

   c. $x \in]-\infty\,;-1{,}2] \Leftrightarrow x \leq -1{,}2$

   d. $x \in [-4\,;1[\Leftrightarrow -4 \leq x < 1$

2. **a.** $-3 < x \leq 12 \Leftrightarrow x \in]-3\,;12]$

   b. $3 \geq x \Leftrightarrow x \in]-\infty\,;3]$

   c. $x > 2 \Leftrightarrow x \in]2\,;+\infty[$

   d. $5 < x < 9 \Leftrightarrow x \in]5\,;9[$

3. **a.** $3 \in [0\,;5]$ **b.** $2 \notin [-3\,;1]$ **c.** $\sqrt{2} \notin \left[\frac{3}{2}\,;2\right]$

   d. $3 \notin]3\,;7]$ **e.** $0{,}9999 \in]0\,;1[$

4. **a.** $7 \notin [1;5]$

b. $]-1;3] \not\subset [0;+\infty[$

c. $]-1;+\infty[\not\subset [2;+\infty[$

d. $[0;2] \subset \mathbb{N}$

e. $\mathbb{N} \not\subset [-5;+\infty[$

5. **a.** $I \cap J = [4;5]$; $I \cup J = [3;7]$

b. $I \cap J = [0{,}9;1[$; $I \cup J = [-3;2[$

c. $I \cap J = [2;+\infty[$; $I \cup J =]1;+\infty[$

d. $I \cap J =]3;5]$; $I \cup J =]-\infty;+\infty[$

CALCULER ET INTERPRÉTER DES VALEURS ABSOLUES

1. **a.** $\left|\sqrt{7}-5\right| = 5-\sqrt{7}$

b. $\left|\sqrt{7}+5\right| = \sqrt{7}+5$

c. $\left|1-\sqrt{7}\right| = \sqrt{7}-1$

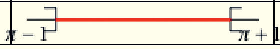
2. $\left|x+\dfrac{1}{3}\right| \leq \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{5}{6} \leq x \leq \dfrac{1}{6}$

3. **a.** $|x-3| \leq 0{,}01$

b. $|x+1{,}75| \leq 0{,}75$

c. $\left|x-\sqrt{2}\right| = 10^{-3}$

4.

Intervalle	Ensemble des réels x tels que ...	Représentation graphique	Valeur absolue
$[1\,;\,5]$	$1 \leqslant x \leqslant 5$		$\lvert x-3\rvert \leqslant 2$
$[2\,;\,6]$	$2 \leqslant x \leqslant 6$		$\lvert x-4\rvert \leqslant 2$
$]-1\,;\,1[$	$-1 < x < 1$		$\lvert x\rvert \leqslant 1$
$]3\,;\,6[$	$3 < x < 6$		$\lvert x-4,5\rvert < 1,5$
$[-7\,;\,-6]$	$-7 \leqslant x \leqslant -6$		$\lvert x+6,5\rvert \leqslant 0,5$
$]2\,;\,8[$	$2 < x < 8$		$\lvert x-5\rvert < 3$
$[-4\,;\,2]$	$-4 \leqslant x \leqslant 2$		$\lvert x+1\rvert \leqslant 3$
$]1,32\,;\,1,34[$	$1,32 < x < 1,34$		$\lvert x-1,33\rvert < 10^{-2}$
$]-3,64\,;\,-3,44[$	$-3,64 < x < -3,44$		$\lvert x+3,54\rvert < 10^{-1}$
$[\pi-1\,;\,\pi+1]$	$\pi-1 \leqslant x \leqslant< \pi+1$		$\lvert x-\pi\rvert \leqslant 1$

QUIZ

1. D
2. D
3. B
4. C
5. B

Chapitre 2

ARITHMÉTIQUE

Le point coaching 1

Les multiples, les diviseurs c'est la base de l'arithmétique, vous avez déjà abordé ces notions au collège. Les nombres premiers quant à eux sont utilisés partout, notamment dans les algorithmes permettant de crypter et de décrypter les messages et transactions sur Internet.

DIVISION EUCLIDIENNE

Soit $m \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{Z}^*$. Il existe un unique $q \in \mathbb{Z}$ et un unique $r \in \mathbb{N}$ tels que $0 \leq r < n$ et pour lesquels $m = n \times q + r$.

Cette égalité est appelée l'égalité d'Euclide. On dit que q est le **quotient** et r est le **reste** de la **division euclidienne** de m par n.

MULTIPLES ET DIVISEURS

Multiples

Soit m et n deux entiers. On dit que m est un **multiple** de n s'il existe un entier relatif k tel que $m = k \times n$. Autrement dit, m est un multiple de n si « m est dans la table de n ».

Pour tout entier n, $0 = 0 \times n$ donc **0** est un **multiple** de tout nombre entier.

Diviseur

Soit d et n deux entiers. On dit que d est un **diviseur** de n s'il existe un entier relatif k tel que $n = k \times d$. On dit également que d **divise** n ou que n **est divisible** par d.

Si m est un multiple de n alors n est un diviseur de m.

Parité

Un nombre entier n est **pair** s'il est multiple de 2 donc si $n = 2 \times k$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Un nombre entier n qui n'est pas pair est **impair**. Il s'écrit donc $n = 2 \times k + 1$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Critères de divisibilité (à connaître par cœur)

Un nombre est divisible par 2 si et seulement si le chiffre des unités est 0,2,4,6 ou 8.

Un nombre est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Un nombre est divisible par 4 si et seulement si ses deux derniers chiffres constituent un nombre divisible par 4.

Un nombre est divisible par 5 si et seulement si le chiffre des unités est 0 ou 5.

Un nombre est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Un nombre est divisible par 10 si et seulement si le chiffre des unités est 0.

Le point coaching 2

Ces critères de divisibilité sont particulièrement utiles pour décomposer des nombres en produits de facteurs premiers afin de rendre certaines fractions irréductibles.

CHRONO-TEST 1

Corrigé p. 49

Multiples et diviseurs

1 Parmi les nombres suivants, donner les multiples de 5, les multiples de 6 et les multiples de 17.

a. 10 **b.** 85 **c.** 510 **d.** 28 **e.** 34 **f.** 60 **g.** 72 **h.** 97

2 Écrire la liste de tous les diviseurs de chacun des nombres ci-dessous.

a. 100 **b.** 82 **c.** 59 **d.** 6 **e.** 48

NOMBRES PREMIERS

Nombres premiers

Un nombre entier naturel non nul est dit **premier** s'il a exactement deux diviseurs 1 et lui-même.

Exemples

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 sont des nombres premiers. 1 n'est pas premier car il n'a qu'un diviseur.

TOPO MÉTHODO 1

Déterminer si un entier est premier

- Si le nombre est petit, on étudie tous les diviseurs entre 1 et lui-même.
- Si le nombre est grand on utilise le théorème d'Eratosthène (un savant grec de l'Antiquité) qui dit que si aucun entier compris entre 2 et $\sqrt{n}$ ne divise n alors n est premier.

Décomposition en facteurs premiers

Tout nombre entier peut se décomposer en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est unique.

Exemple

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$ est la décomposition du nombre 150 en produit de facteurs premiers.

Le point coaching 3

La décomposition en facteurs premiers vous sera très utile pour simplifier des fractions et les rendre irréductibles.

TOPO MÉTHODO 2

Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

- Diviser tant que l'on peut par 2, puis par 3, puis par 5, etc. (c'est-à-dire par les nombres premiers).
- Penser à utiliser les critères de divisibilité.

CHRONO-TEST 2

Corrigé p. 49

Décomposition en produit de facteurs premiers

Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants.

a. 100 **b.** 258 **c.** 375 **d.** 450

TOPO MÉTHODO 3

Utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers pour simplifier une fraction

- Décomposer numérateur et dénominateur en produit de facteurs premiers.
- Simplifier tous les facteurs premiers en commun entre le numérateur et le dénominateur. La fraction résultante obtenue est alors irréductible.

CHRONO-TEST 3

Corrigé p. 49

Simplifier une fraction

Mettre sous forme irréductible les fractions suivantes.

a. $\frac{45}{30}$ **b.** $\frac{63}{42}$ **c.** $\frac{121}{56}$ **d.** $\frac{51}{85}$

PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR PGCD, PLUS PETIT COMMUN MULTIPLE PPCM

PGCD

On appelle PGCD entre deux entiers a et b le **plus grand commun diviseur** de a et b noté $\text{PGCD}(a,b)$.

Exemple

PGCD(12,15)=3 car :
Les diviseurs de 12 sont : 1,2,3,4,6,12
Les diviseurs de 15 sont : 1,3,5,15. Donc le plus grand commun diviseur est 3.

TOPO MÉTHODO 4

Trouver le PGCD pour rendre une fraction irréductible

★ Diviser numérateur et dénominateur par le PGCD de ces deux nombres

Exemple : $\frac{12}{15} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{4}{5}$. $\frac{4}{5}$ est donc la fraction irréductible de $\frac{12}{15}$

PPCM

On appelle PPCM entre deux entiers a et b le **plus petit commun multiple de** a et b noté $\text{PPCM}(a,b)$.

Exemple

PPCM(12,15)=60 car : $12 = 2^2 \times 3$ et $15 = 3 \times 5$
Donc le plus petit commun multiple est 60.

TOPO MÉTHODO 5

Utiliser le PPCM pour additionner des fractions

★ Prendre le PPCM comme dénominateur commun aux fractions à additionner

Exemple : $\frac{7}{12} + \frac{3}{15} = \frac{7 \times 5}{12 \times 5} + \frac{3 \times 4}{15 \times 4} = \frac{35}{60} + \frac{12}{60} = \frac{47}{60}$

Les nombres premiers intéressent les mathématiciens depuis l'antiquité. Le savant grec Erathostène (276-195 av. J.-C.) avait mis au point un système appelé crible pour les déterminer. Le principe est le suivant : construire un tableau 10×10 contenant tous les entiers de 1 à 100. Barrer 1 qui n'est pas premier. Barrer tous les multiples de 3 sauf 3. Barrer tous les multiples de 5 sauf 5. Barrer tous les multiples de 7 sauf 7. Les nombres non barrés sont les nombres premiers compris entre 1 et 100.

LA MINUTE CULTURE

Carte mentale n° 2

ARITHMÉTIQUE

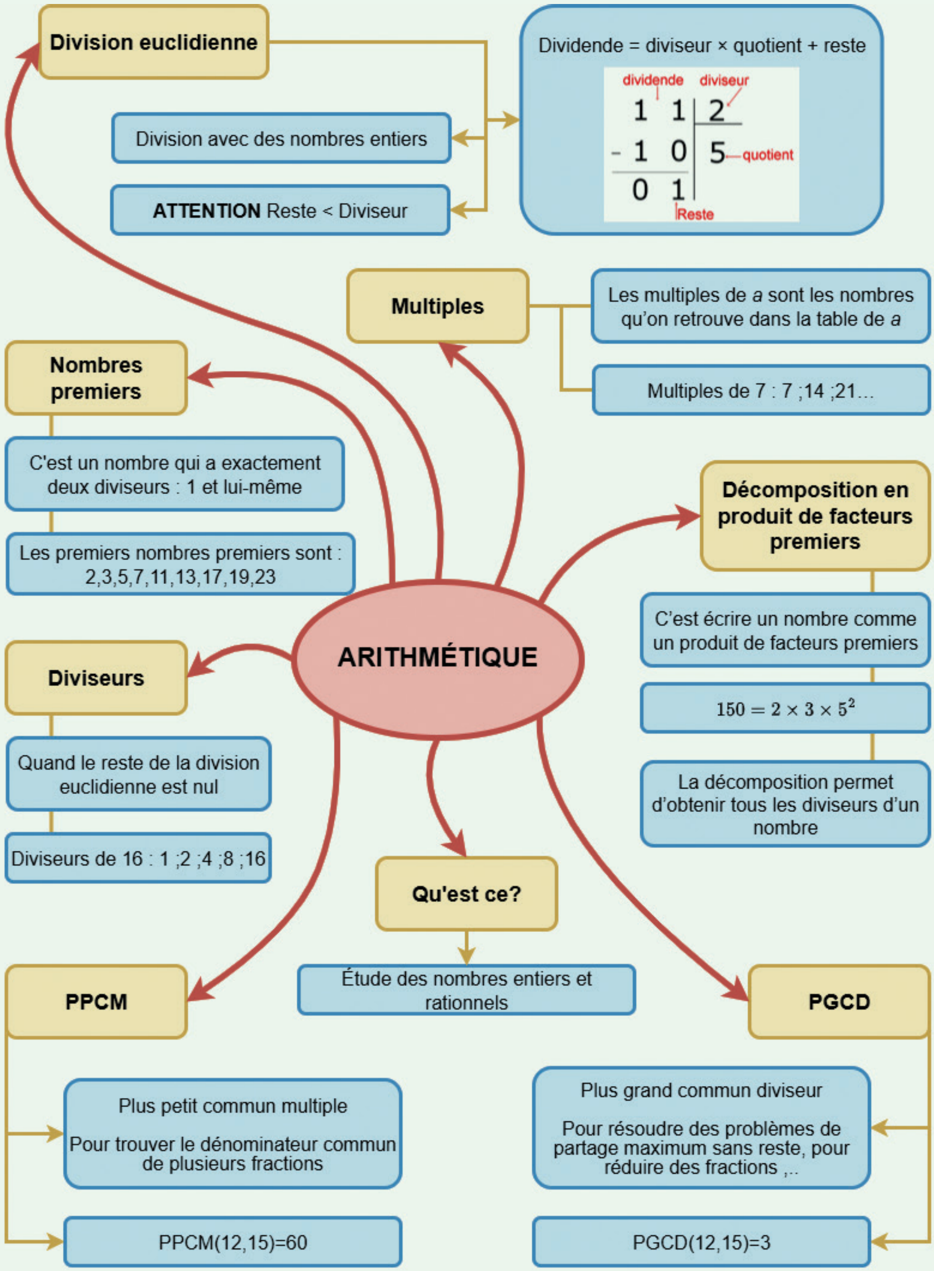


Tableau (Réflexes mathématiques)

	SITUATIONS	RÉFLEXES MATHÉMATIQUES
1.	Critères de divisibilité	Un entier est divisible par 2 (pair) si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8. Un entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3. Un entier est divisible par 4 si ses deux derniers chiffres constituent un entier divisible par 4. Un entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5. Un entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9. Un entier est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.
2.	Déterminer si un entier n est premier	Utiliser le théorème d'Erathostène : « si aucun des entiers compris entre 2 et $\sqrt{n}$ ne divisent n alors n est premier.
3.	Trouver la décomposition en facteurs premiers d'un entier n	Diviser autant qu'on peut par 2, puis par 3, puis par 5, etc.
4.	Trouver PGCD(a ;b) où a,b, entiers	Effectuer la décomposition en facteurs premiers de a et de b, prendre uniquement les facteurs communs à ces décompositions en prenant la plus petite puissance en cas de facteurs communs.
5.	Trouver PPCM(a ;b) où a,b, entiers	Effectuer la décomposition en facteurs premiers de a et de b, prendre tous les facteurs de ces décompositions en prenant la plus grande puissance en cas de facteurs communs.
6.	Rendre une fraction irréductible.	Utiliser la division en facteurs premiers ou le PGCD
7.	Additionner des fractions	Utiliser le PPCM pour trouver le dénominateur commun

RENFORCEZ LES AUTOMATISMES

Corrigé p. 49

1 ***Compléter avec « multiple » ou « diviseur ».***

a. 6 est un ... de 36 **b.** 21 est un ... de 7

c. 120 est un ... de 5 **d.** 15 est un ... de 75

2 ***Donner la liste des diviseurs positifs de 46 ?***

3 ***Donner la liste des diviseurs communs à 44 et 116.***

4 ***Donner le plus grand diviseur commun de 80 et 106.***

5 ***Simplifier*** $\frac{64}{72}$.

6 ***La somme de trois nombres impairs est un nombre :***

a. *premier* **b.** *parfois pair, parfois impair* **c.** *pair* **d.** *impair*

7 **La somme d'un nombre impair et d'un nombre pair est un nombre :**
a. premier b. parfois pair, parfois impair c. pair d. impair

8 **Combien y a-t-il de nombres pairs compris entre 87 et 143 :**

9 **Dire pour chaque nombre s'il est premier.**
a. 17 b. 51 c. 103 d. 147

10 **Décomposer chacun des nombres a et b en produit de facteurs premiers puis déterminer la forme irréductible de la fraction $\frac{a}{b}$.**

a. $a = 920$ et $b = 644$
b. $a = 153$ et $b = 1275$
c. $a = 231$ et $b = 468$
d. $a = 204$ et $b = 231$

ENTRAÎNEZ-VOUS !

Corrigé p. 50

MULTIPLES DIVISEURS

1 *Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse.*
a. L'entier 4 divise 10
b. L'entier 5 est un diviseur de 65
c. L'entier 17 est un diviseur de 51
d. L'entier 5 est un multiple de 15
e. L'entier 34 est un multiple de 8
f. L'entier 1024 est un multiple de 4
g. L'entier 1025 est un multiple de 3
h. L'entier 2034 est un multiple de 3

2 *En utilisant la calculatrice, déterminer le plus petit multiple de 7 qui est strictement supérieur à 367.*

3 *Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.*
a. La somme de deux multiples de 11 est un multiple de 11.
b. La somme de deux diviseurs de 7 est un diviseur de 7.
c. La somme d'un multiple de 3 et d'un multiple de 6 est un multiple de 3.
d. La somme d'un multiple de 3 et d'un multiple de 6 est un multiple de 6.

4 *Montrer que la somme de trois nombres entiers naturels consécutifs est un multiple de 3.*

5 *Montrer que le produit de trois nombres entiers naturels consécutifs est un multiple de 2.*

6 *Dans chaque cas, déterminer l'ensemble des diviseurs entiers de n.*
a. $n = 22$ b. $n = 24$ c. $n = 25$ d. $n = 97$ e. $n = 256$ f. $n = 210$

NOMBRES PREMIERS

1 *Pour chacun des nombres suivants, indiquer sans calculatrice s'il est premier ou non en justifiant.*
a. $n = 17$ b. $n = 102$ c. $n = 1011$ d. $n = 101$ e. $n = 527$ f. $n = 521$

2 *Déterminer l'ensemble des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30.*

DÉCOMPOSITION EN FACTEURS PREMIERS

1 *Dans chaque cas, déterminer sans calculatrice la décomposition en produit de nombres premiers de n.*

a. $n = 24$ **b.** $n = 30$ **c.** $n = 40$ **d.** $n = 111$ **e.** $n = 256$ **f.** $n = 105$

NOMBRES PAIRS, NOMBRES IMPAIRS

1 **a.** *Montrer que la proposition suivante est vraie : « Si n est un nombre entier naturel tel qu'il existe* $k \in \mathbb{N}$ *tel que* $n = k(k+1)$*, alors n est pair. »*

b. *Énoncer la réciproque de cette proposition. Est-elle vraie ou fausse ? Justifier.*

2 *Montrer que si n est un entier naturel pair, alors* n^3 *est un entier naturel pair.*

3 *Montrer que si n est un entier naturel impair, alors* n^3 *est un entier naturel impair.*

PGCD, PPCM

1 *Dans chaque cas, déterminer le PGCD et le PPCM de n et m.*

a. $n = 15$ et $m = 37$ **b.** $n = 32$ et $m = 36$ **c.** $n = 40$ et $m = 8$

2 *Un fleuriste possède 105 roses rouges et 63 roses blanches. Il souhaite composer des bouquets tous identiques. En utilisant toutes les fleurs, quel est le plus grand nombre de bouquets qu'il pourra créer ?*

3 **a.** *Déterminer les cinq premiers multiples de 54.*

b. *Déterminer les cinq premiers multiples de 90.*

c. *Deux bus A et B quittent une station en même temps. Le bus A revient à la station toutes les 54 minutes et le bus B toutes les 90 minutes. Au bout de combien de temps les deux bus se retrouveront-ils ensemble à cette station pour la première fois ?*

FRACTIONS IRRÉDUCTIBLES

Mettre les fractions suivantes sous forme irréductible sans calculatrice

a. $\frac{1}{3} + \frac{5}{2}$ **b.** $\frac{1}{4} + \frac{4}{3}$ **c.** $-\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ **d.** $\frac{5}{12} - \frac{5}{8}$ **e.** $\frac{7}{8} \times \frac{6}{13}$

f. $5 - \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{2}\right)$ **g.** $\dfrac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$ **h.** $\dfrac{-3}{\frac{2}{3} - \frac{8}{7}}$ **i.** $\dfrac{\frac{6}{35}}{\frac{3}{5}}$ **j.** $\frac{24}{36}$ **k.** $\frac{63}{42}$

l. $\frac{165}{435}$ **m.** $\frac{1350}{3000}$

JE M'ENTRAÎNE EN LIGNE

Quiz

Corrigé p. 52

1 **882 est divisible par :**

A. 2
B. 3
C. 5
D. 9

2 **15 est un diviseur de :**

A. 3
B. 5
C. 60
D. 525

3 **Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies :**

A. Tout nombre divisible par 2 et 3 est divisible par 6
B. Tout nombre divisible par 3 est divisible par 9
C. Tout nombre divisible par 4 est divisible par 2
D. Tout nombre pair peut s'écrire sous la forme $2k+1$ avec $k \in \mathbb{Z}$

4 **S'il existe un entier k tel que $n = 3k$ alors :**

A. n divise 3
B. k divise n
C. n est un nombre premier
D. n est un multiple de 3

5 **Parmi les nombres suivants lesquels sont premiers :**

A. 23
B. 79
C. 91
D. 117

6 **La décomposition en facteurs premiers du nombre 46 200 est :**

A. $2 \times 3 \times 4 \times 5^2 \times 7 \times 11$
B. $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11$
C. $2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$
D. $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

Corrigés

CHRONO-TEST 1

1. Multiples de 5 (nombres qui se terminent par 0 ou 5) : 10, 85, 150, 60.
   Multiples de 6 : $510(85 \times 6)$, $60(10 \times 6)$, $72(12 \times 6)$.
   Multiples de 17 : $85(5 \times 17)$, $510(30 \times 17)$, $34(2 \times 17)$.
2. Liste des diviseurs de 100 : 1 ; 2 ; 4 ; 10 ; 20 ; 25 ; 50 ; 100. Liste des diviseurs de 82 :1 ; 2 ; 41 ; 82.
   Liste des diviseurs de 59 : 1 ; 59. Liste des diviseurs de 6 : 1 ; 2 ; 3 ; 6.
   Liste des diviseurs de 48 :1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 48.

CHRONO-TEST 2

$100 = 2^2 \times 5^2$ $\quad 258 = 2 \times 3 \times 43$ $\quad 375 = 3 \times 5^3$ $\quad 450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$.

CHRONO-TEST 3

$$\frac{45}{30} = \frac{3^2 \times 5}{2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2} ; \frac{63}{42} = \frac{3^2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{3}{2} ; \frac{121}{56} = \frac{11^2}{2^3 \times 7} = \frac{121}{56} ; \frac{51}{85} = \frac{3 \times 17}{5 \times 17} = \frac{3}{5}.$$

RENFORCEZ LES AUTOMATISMES

1. Compléter avec « multiple » ou « diviseur ».
   a. 6 est un diviseurde36 **b.** 21 est un multiple de7
   c. 120 est un multiple de5 **d.** *15 est un diviseur de 75*
2. La liste des diviseurs positifs de 46 est 1,2,23,46.
3. La liste des diviseurs communs à 44 et 116 est 1,2,4.
4. Le plus grand diviseur commun de 80 et 106 est 2.
   En effet $80 = 2^4 \times 5$ et $106 = 2 \times 53$.
5. $\frac{64}{72} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{8}{9}$
6. La somme de trois nombres impairs est un nombre impair.
7. La somme d'un nombre impair et d'un nombre pair est un nombre impair.
8. Il y a nombres pairs compris entre 87 et 143.
   En effet entre 0 et 87 il y a 43 nombres pairs et entre 0 et 143 il y a en a 71. $(71 - 43 = 28)$
9. **a.** 17 est un nombre premier : il n'a que 2 diviseurs 1 et 17.
   b. 51 n'est pas premier : il est divisible par 3.
   c. 103 est premier : il n'a que 2 diviseurs 1 et 103.
   d. 147 n'est pas premier : il est divisible par 3.

10. **a.** $920 = 2^3 \times 5 \times 23$, $640 = 2^7 \times 5$ et $\dfrac{920}{640} = \dfrac{2^3 \times 5 \times 23}{2^7 \times 5} = \dfrac{23}{2^4} = \dfrac{23}{16}$

b. $153 = 3^2 \times 17$, $1275 = 3 \times 5^2 \times 17$ et $\dfrac{153}{1275} = \dfrac{3^2 \times 17}{3 \times 5^2 \times 17} = \dfrac{3}{5^2} = \dfrac{3}{25}$

c. $231 = 3 \times 7 \times 11$, $468 = 2^2 \times 3^2 \times 13$ et $\dfrac{231}{468} = \dfrac{3 \times 7 \times 11}{2^2 \times 3^2 \times 13} = \dfrac{7 \times 11}{2^2 \times 3 \times 13} = \dfrac{77}{156}$

d. $204 = 2^2 \times 3 \times 17$, $231 = 3 \times 7 \times 11$ et $\dfrac{204}{231} = \dfrac{2^2 \times 3 \times 17}{3 \times 7 \times 11} = \dfrac{2^2 \times 17}{7 \times 11} = \dfrac{68}{77}$

ENTRAÎNEZ-VOUS

MULTIPLES DIVISEURS

1. **a.** Faux **b.** Vrai **c.** Vrai **d.** Faux **e.** Faux **f.** Vrai **g.** Faux **h.** Vrai

2. $52 \times 7 = 364$ et $53 \times 7 = 371$. Le nombre cherché est donc 371.

3. **a.** VRAI. Si m et m' sont deux multiples de 11 cela signifie que $m = 11 \times k$ et $m' = 11 \times k'$ où k et k' sont des entiers relatifs. Donc $m + m' = 11 \times (k + k')$ qui est un multiple de 11.

b. VRAI. Si d et d' sont deux diviseurs de 7 cela signifie que $d = 7 \times k$ et $d' = 7 \times k'$ où k et k' sont des entiers relatifs. Donc $d + d' = 7 \times (k + k')$ donc $d + d'$ divise 7.

c. VRAI. Si m' est un multiple de 6 cela signifie que m' est également multiple de 3. Donc la somme est un multiple de 3.

d. FAUX. 3 est un multiple de 3 et 6 un multiple de 6 mais $3 + 6 = 9$ n'est pas multiple de 6.

4. 3 entiers consécutifs peuvent s'écrire n, $n + 1$ et $n + 2$ avec n entier.

Or $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1)$ qui est un multiple de 3.

5. Si on prend 3 entiers consécutifs l'un au moins est pair donc leur produit est un multiple de 2.

6. **a.** Les diviseurs de 22 sont 1 ; 2 ; 11 ; 22.

b. Les diviseurs de 24 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24.

c. Les diviseurs de 25 sont 1 ; 5 ; 25.

d. Les diviseurs de 97 sont 1 ; 97.

e. Les diviseurs de 256 sont 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; 128 ; 256.

f. Les diviseurs de 210 sont 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10 ; 14 ; 15 ; 21 ; 30 ; 35 ; 42 ; 70 ; 105 ; 210.

NOMBRES PREMIERS

1. 17 est premier il n'a que 2 diviseurs 1 et lui-même. 102 n'est pas premier, il est divisible par 2 ; 1011 n'est pas premier, il est divisible par 3 (la somme de ses chiffres est divisible par 3) ; 101 est premier. 527 n'est pas premier, il est divisible par 17 ; 521 est premier.

2. La liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30 est 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

DÉCOMPOSITION EN FACTEURS PREMIERS

1. **a.** $24 = 2^3 \times 3$; **b.** $30 = 2 \times 3 \times 5$ **c.** $40 = 2^3 \times 5$ **d.** $111 = 3 \times 37$ **e.** $256 = 2^8$
   f. $105 = 3 \times 5 \times 7$

NOMBRES PAIRS, NOMBRES IMPAIRS

1. **a.** Si $n = k(k+1)$ cela signifie que n est le produit de deux entiers consécutifs donc l'un de ces entiers est pair donc n est pair.
   b. La réciproque est « Si n est pair alors n peut s'écrire comme le produit de deux entiers consécutifs. ». Cette réciproque est fausse. 4 est pair mais on ne peut pas l'écrire comme le produit de deux entiers consécutifs.
2. Si n est pair alors n peut s'écrire $n = 2 \times k$ avec k entier. $n^3 = (2k)^3 = 8k^3 = 2(4k^3)$; $4k^3 \in \mathbb{N}$ donc n^3 est pair.
3. Si n est impair alors n peut s'écrire $n = 2 \times k + 1$ avec k entier.
   $n^3 = (2k+1)^3 = (2k+1)^2 \times (2k+1) = 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1 = 2(4k^3 + 6k^2 + 3k) + 1.$
   Or $4k^3 + 6k^2 + 3k \in \mathbb{N}$ donc n^3 est impair.

PGCD, PPCM

1. **a.** $n = 3 \times 5$ et $m = 37$ donc $PGCD(15\,;37) = 1$, $PPCM(15\,;37) = 15 \times 37 = 555$.
   b. $n = 2^5$ et $m = 2^2 \times 3^2$ donc $PGCD(32;36) = 2^2$, $PPCM(32;36) = 2^5 \times 3^2 = 288$.
   c. $n = 2^3 \times 5$ et $m = 2^3$ donc $PGCD(40\,;8) = 2^3$, $PPCM(40\,;8) = 2^3 \times 5 = 40$.
2. On cherche le plus grand diviseur commun à 105 et 63.
   $105 = 3 \times 5 \times 7$ et $63 = 3^2 \times 7$. $PGCD(105\,;63) = 3 \times 7 = 21$. Il composera 21 bouquets contenant 8 fleurs chacun.
3. **a.** 54, 108, 162, 216,**270** sont les cinq premiers multiples de 54.
   b. 90, 180, **270**, 380, 450 sont les cinq premiers multiples de 90.
   c. Les deux bus se retrouvent donc à cette station pour la première fois, au bout de 270 minutes.

FRACTIONS IRRÉDUCTIBLES

a. $\frac{1}{3} + \frac{5}{2} = \frac{2}{6} + \frac{15}{6} = \frac{17}{6}$

b. $\frac{1}{4} + \frac{4}{3} = \frac{3}{12} + \frac{16}{12} = \frac{19}{12}$

c. $-\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{-4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

d. $\frac{5}{12} - \frac{5}{8} = \frac{10}{24} - \frac{15}{24} = \frac{-5}{24}$