

Pascal Romon

Master
Écoles
d'ingénieurs

Introduction à la géométrie différentielle discrète

2^e édition



ellipses

Table des matières

I	Courbes discrètes planes	1
1	Courbes discrètes et variation angulaire	2
2	Cercles osculateurs discrets	5
3	La courbure comme variation de la longueur	7
4	Convergence et approximation	9
5	Flot par la courbure	11
II	Surfaces et polyèdres	19
1	Combinatoire des surfaces discrètes	19
2	Orientation et topologie	23
3	Géométrie intrinsèque : le défaut angulaire	27
4	Courbure géodésique	32
5	Géométrie extrinsèque	35
6	Convergence et approximation	41
6.1	Influence du degré du sommet	41
6.2	Le problème de l'approximation quadratique	44
6.3	Lanterne de SCHWARZ (ou vénitienne)	45
III	Le flot par courbure moyenne appliqué au débruitage et au lissage	47
1	Lissage et débruitage	47
2	Courbure moyenne et variation de l'aire	49
3	Courbures et directions principales	53
4	Flot par courbure moyenne	55
5	Flot anisotrope et par courbure moyenne prescrite	57
6	Flot par courbure conforme	60
6.1	Les limites du flot par courbure moyenne	60
6.2	Transformations conformes d'une surface discrète	62
IV	Calcul différentiel et remaillages	69
1	Topologie des surfaces	70
1.1	Formes différentielles et simple connexité	70
1.2	Coupures et intégration	74
1.3	Surface duale et caractéristique d'EULER	78

2	Opérateurs différentiels métriques	86
2.1	Vecteurs tangents et fonctions PL	86
2.2	Gradient et rotationnel	88
2.3	Divergence et gradient conjugué	94
2.4	Décomposition de HODGE–HELMHOLTZ	96
2.5	Laplacien et fonctions harmoniques	100
3	Application : le remaillage par courbures principales	108
3.1	Les maillages quadrangulaires	108
3.2	Quadrillage local	112
3.3	Courbure et revêtements	114
3.4	Lignes de niveau et cartes affines projetées	119
3.5	Obstructions topologiques et métriques	122
4	Extensions possibles	123
V	Maillages quadrangulaires et offsets	125
1	Géométrie discrète et architecture	125
2	Surfaces parallèles et offsets	130
3	Axes nodaux et image de GAUSS	131
4	Maillages circulaires	143
5	Maillages coniques	144
6	Polyèdres de KOEBE	152
7	Courbures relatives	156
8	Quadrillages conjugués (<i>Q</i> -nets)	163
9	Optimisation des maillages	168
A	Géométrie différentielle	171
1	Courbes planes	171
2	Surfaces de l'espace	175
2.1	Immersion et coordonnées	175
2.2	Sections planes et courbures	176
2.3	Courbure géodésique et GAUSS–BONNET	179
B	Géométrie sphérique	181
1	Cercles et polygones sphériques	181
2	Transformations de MÖBIUS	187
C	Géométrie affine et éléments finis	189
1	Fonctions affines et barycentres	189
2	Éléments finis	190
D	Triangulation de DELAUNAY	191
	Solutions des exercices	193
	Bibliographie	207