

L'ÉVOLUTION DES IDÉES en **ASTRONOMIE** et en **PHYSIQUE**

De Pythagore à Isaac Newton



Gianni Pascoli



Introduction

En la genèse d'une doctrine scientifique, il n'est pas de commencement absolu si haut que l'on remonte la lignée des pensées qui ont préparé, suggéré, annoncé cette doctrine, on parvient toujours à des opinions qui, à leur tour, ont été préparées, suggérées et annoncées et si l'on cesse de suivre cet enchaînement d'idées qui ont procédé les unes des autres, ce n'est pas qu'on ait mis la main sur le maillon initial, mais c'est que la chaîne s'enfonce et disparaît dans les profondeurs du temps.

Pierre Duhem (1861-1916)

La science s'est lentement libérée, au cours des siècles passés, de l'emprise de la religion, avec laquelle elle a si longtemps cohabité. On peut ainsi penser à cette pseudoscience qu'est l'astrologie, conçue comme une « voie privilégiée de communication entre l'Homme et le divin ».

L'étymologie du mot science

Le mot science vient du latin *scientia* qui désigne la connaissance. Au singulier il s'agit de la Science avec un S majuscule, mais on utilise aussi le pluriel, les sciences. Il appartient au philosophe (plus spécifiquement à l'épistémologue) de se prononcer sur l'usage du singulier ou du pluriel. L'équivalent de *scientia* en grec ancien est ἐπιστήμη, d'où dérive le mot épistémologie. Le mot logos signifiant selon le contexte, parole, discours ou jugement, l'épistémologie est donc un discours critique sur la science. Elle s'emploie à discuter du bien-fondé et de la portée des propositions et des méthodes scientifiques. Comme nous venons de le préciser, on utilise aussi volontiers le pluriel, les sciences, car on peut partitionner la science en différentes composantes avec, pour chacune d'entre elles, des spécificités qui lui sont propres : la physique, la chimie, etc. On définit encore les sciences dites « dures » : les mathématiques, la physique, la chimie, la géologie et la biologie. Que l'on sépare d'un autre champ des sciences qui sont par contraste dites « molles », auxquelles appartiennent les sciences humaines (sociologie, psychologie et anthropologie, etc.).

Dans un sens plus large l'épistémologie est relative à la philosophie de la connaissance. Pour en savoir plus sur l'épistémologie, on pourra se reporter utilement à l'article suivant : G.G. Granger, *À quoi sert l'Épistémologie ?*, *Droit et Société*, 1992, 20-21, p. 39 ; https://www.persee.fr/doc/dreso_0769-3362_1992_num_20_1_1134.

Durant des millénaires, l'astrologie, pseudo-science, n'était pas dissociée de l'astronomie ; mais cette dernière est devenue désormais, quant à elle, une vraie science, dont le but est de discuter de faits célestes objectifs, en traitant un vaste ensemble de données physiques. Ainsi au début du XVII^e siècle l'astronome « mystique » Johannes Kepler était aussi un astrologue réputé¹.

Mais le divorce est aujourd'hui entièrement consommé ; alors que dans les religions on subjective (on ramène à soi), à l'opposé la science s'appuie dorénavant sur un rationalisme objectif, nourri de l'expérimentation et de l'observation du monde sensible. Mais la science s'est aussi désormais assez nettement distanciée de la philosophie. Un scientifique aujourd'hui se sent très éloigné des grandes questions métaphysiques qui hantaient, par exemple, le philosophe grec Aristote au IV^e siècle av. J.-C. ; ce dernier dissertant sur l'existence, sur l'étant ou le non-être. Finalement la science dite « dure » s'est également séparée des applications pratiques ou vulgaires, elle se veut rigoureuse. Elle s'inscrit dans l'universalité, plutôt que dans une étude restreinte à tel ou tel aspect d'un objet particulier. Partant d'expérimentations de plus en plus précises, et suivant une méthodologie stricte, la science est formalisée par l'outil mathématique.

Elle s'est développée petit à petit au fil du temps, en s'inscrivant tout entière dans la grande histoire de l'humanité. De nombreux peuples ont participé à cette formidable aventure. Pour faire très court, on pourrait bien dire que la science a été écrite en grec ancien entre le VI^e siècle av. J.-C. et le IV^e siècle ap. J.-C., en sanskrit entre le II^e siècle av. J.-C. et l'an 1200, chevauchant avec l'arabe entre 750 et 1200, puis enfin elle a été rédigée en latin à partir de l'an 1100 et ce jusqu'au XIX^e siècle. Ceci n'est pas faux, mais il s'agit ici d'une vision synoptique, et par là-même aussi un raccourci extrêmement simplificateur. On sait en effet que les Romains ont dans leur grande majorité pratiqué l'ingénierie, et ont délaissé quelque peu la *philosophia naturalis*, qu'ils reléguaient volontiers dans le domaine de l'otium.

Pourtant dans tout l'Empire romain, entre le II^e et le VI^e siècles ap. J.-C., il y a toujours eu quelques commentateurs qui ont su préserver le savoir hérité des anciens Grecs (la philosophie d'Aristote, les mathématiques d'Euclide, l'astronomie d'Hipparque et de Ptolémée). D'autre part, et contrairement à ce que l'on prétend quelquefois, l'Empire romain d'Occident ne s'est pas totalement écroulé, après sa « chute » en l'an 476. Les barbares « vainqueurs » ont très rapidement adopté la langue (le latin) et les mœurs des « vaincus ». Il a aussi été dit que le Moyen Âge en Occident (entre 500 et 1100) a été une période d'ignorance et de discrédit de la culture scientifique, une longue nuit ténébreuse où régnait partout un discours obscurantiste. En fait en Occident, entre l'an 500 et l'an 1100, le savoir hellénique a continué d'être dispensé dans les écoles monastiques, où l'on enseignait le quadrivium (arithmétique, géométrie, astronomie et musique). Mais il est vrai qu'aux alentours de 1100-1200, la science hispano-arabe, qui est alors à son apogée, vient apporter un souffle nouveau à sa soeur latine qui peine à suivre. À cette époque, en effet, le quadrivium est de moins en moins enseigné dans les

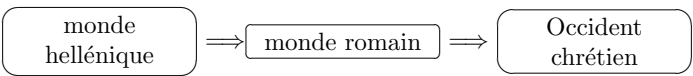
1. Cf. G. Simon, 1979, *Kepler astronome astrologue*, Eds. Gallimard.

écoles, comme s'en plaint Gerbert d'Aurillac (né vers 950 et mort en 1003), cherchant désespérément un lieu pour l'apprendre¹.

Ce sang neuf a essentiellement été insufflé à partir des hauts lieux culturels d'al-Andalus (Cordoue et Tolède)², là où les érudits chrétiens et musulmans se côtoyaient. Adélarde de Bath, Jean de Séville, Hermann de Carinthie et Gérard de Crémone, tous les quatre arabisants, entreprennent au cours du XII^e siècle un très long travail de traduction de nombreux textes de philosophie, de mathématiques et d'astronomie de l'arabe vers le latin. L'Occident put ainsi renouer avec la science hellénique, critiquée et prolongée (algèbre et chiffres indo-arabes) par les penseurs arabo-musulmans. Au XII^e siècle Roger Bacon souligne l'importance de la méthode expérimentale dans les sciences. Au XIV^e siècle, Guillaume d'Ockham s'oppose au pouvoir temporel des papes, et propose de séparer la science de la religion (ou encore la raison de la foi). En ce même siècle Jean Buridan et Nicole Oresme entament tous deux un début de réflexion sur ce qui conduira, trois siècles plus tard, à la formalisation du principe de l'inertie (pierre angulaire de la mécanique).

Au XVI^e siècle Nicolas Copernic ressuscite le système héliocentrique du grec Aristarque de Samos. Enfin au XVII^e siècle la physique prend son envol sous l'impulsion de deux géants de la science, avec Galileo Galilei tout d'abord (dit Galilée), père de la physique expérimentale, puis Isaac Newton, fondateur de la mécanique. Mais entre ces deux géants, d'autres éminents savants se sont aussi illustrés, Johannes Kepler, Evangelista Torricelli, Blaise Pascal, Robert Hooke, Christian Huygens, Denis Papin, et bien d'autres beaucoup moins connus. On peut dire, sans contestation possible, que la physique telle qu'on l'enseigne aujourd'hui, est née au XVII^e siècle.

Il faut cependant bien comprendre que l'évolution de la science, et de la physique en particulier, n'a pas été du tout linéaire, loin s'en faut. On doit dire que l'histoire des sciences a constamment « bégayé » au cours des siècles. Là où, au tout début du XX^e siècle, un Duhem semble apparemment décrire une continuité assez nette :



On admet plutôt aujourd'hui un schéma bien plus complexe, avec des branches parallèles (tableau 1). Ce diagramme est encore sans aucun doute par trop réducteur, car les grandes civilisations en se succédant, ont toutes participé à la formidable aventure de la science ; et elles se sont mutuellement enrichies au cours des siècles (les savants se déplaçaient très souvent et parfois très loin à la recherche d'un mécène). Les querelles de clocher (ou de minaret) sont donc finalement assez vaines.

1. On doit à Gerbert d'Aurillac l'introduction en Europe des chiffres indo-arabes. Il fut pape, sous le nom de Sylvestre II, de 999 à 1003.

2. Al-Andalus désigne les territoires de la péninsule Ibérique (Espagne et Portugal) qui furent sous domination musulmane entre 711 (conquête omeyyade de Tāriq ibn Ziyād) et 1236 (cette seconde date correspondant à la prise de Cordoue par Ferdinand III de Castille, si l'on exclut le petit émirat de Grenade qui ne tombera que très tardivement en 1492, marquant ainsi l'achèvement de la Reconquista).

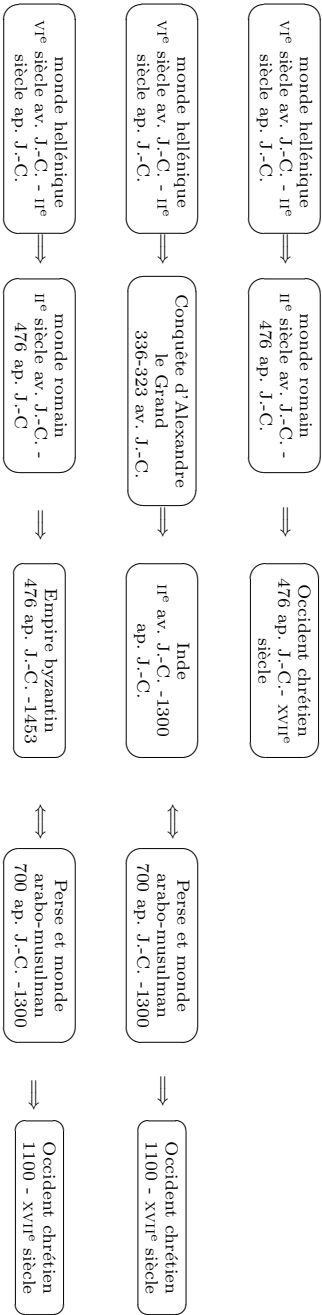


Tableau 1 Historique de l'évolution des idées en science. On constate que les chemins qui mènent de la période grecque au XVII^e siècle européen sont multiples, se chevauchent et interagissent dans le temps. Notons que les périodes ainsi que les dates transitionnelles sont simplement données à titre indicatif. La date de 476 ap. J.-C. correspond à la déposition du dernier empereur romain Romulus Augustule par le barbare Odoacre, et qui marque la fin de l'Empire romain d'Occident ; et 1453 est la date de la prise de Constantinople par les troupes ottomanes de Mehmed II (fin de l'Empire romain d'Orient, appelé aussi Empire Byzantin).

Ce qui a conduit à l'avènement de la science occidentale est analogue au processus d'évolution biologique ayant mené à l'Homme moderne, résultat de millions d'années d'essais et d'errements de la nature. Au cours des temps géologiques, la sélection naturelle et les mutations génétiques (le hasard) ont constamment été à l'œuvre, avec des périodes longues de stagnation, ponctuées par des étapes d'évolution très rapide ; une lignée s'éteint, tandis qu'une autre apparaît, résultant du recyclage d'un gène ancien¹. De fait le progrès scientifique a été très irrégulier, voire assez chaotique. Quelquefois il y a de longues périodes de stagnation, entrecoupées par des phases de rapide accélération. Par exemple, entre le II^e siècle ap. J.-C. et le XVI^e siècle, l'astronomie fondée sur le géocentrisme de Ptolémée n'a pratiquement pas évolué, à part quelques apports, finalement assez maigres, provenant de telle ou telle civilisation conquérante. Puis l'héliocentrisme d'Aristarque de Samos (III^e siècle av. J.-C.), dédaigné par les aristotéliens, a été réhabilité par Copernic au XVI^e siècle. Une idée peut donc être violemment rejetée à une époque, puis être « recyclée », en se révélant extrêmement féconde par la suite². Le tâtonnement et l'erreur en science sont des inspirateurs. Qui n'a jamais commis d'erreurs n'a jamais tenté d'innover (Albert Einstein). On peut même dire que la science a émergé d'une longue suite d'erreurs. Plus subtilement il arrive que les erreurs se compensent. C'est le cas notamment de l'établissement de la seconde loi de Kepler ou loi des aires. Le pur hasard joue parfois aussi un rôle dans une découverte scientifique. Un chercheur réalise une observation ou une expérience et obtient inopinément un résultat totalement inattendu. La sagacité accidentelle est appelée sérendipité (par exemple Oersted avec la découverte de l'électromagnétisme en 1820). Parfois même la négligence est source d'innovation (Alexander Fleming (1881-1955) et la découverte du premier antibiotique : la pénicilline). Nous donnons là des exemples certes relativement récents, mais emblématiques et vérifiés. Toutefois ce genre de situations a dû se reproduire d'innombrables fois dans l'histoire des sciences. Enfin telle idée erronée peut aussi conduire à une découverte majeure, tant dans les sciences dures que dans toute autre discipline, voisine comme la géographie. Ainsi le cas de Christophe Colomb (1451-1506) est très représentatif. Cet opiniâtre navigateur a découvert en 1492 un autre continent inconnu, l'Amérique, en s'appuyant sur une estimation très sous-évaluée de la circonférence terrestre (30 000 km au lieu de 40 000 km), concurremment à une taille fortement surévaluée du continent euro-asiatique.

Qu'est-ce qu'une découverte ?

Mais mises à part l'erreur ou bien encore la sérendipité, on peut aussi revenir sur la notion même de découverte et aussi sur celle conjointe de découvreur, qui sont à tout le moins relatives, comme nous l'avons déjà signalé. Colomb est-il le premier découvreur de l'Amérique ?

1. Cf. S.J. Gould, 2012, *Les équilibres ponctués*, Gallimard, Folio-Essais.

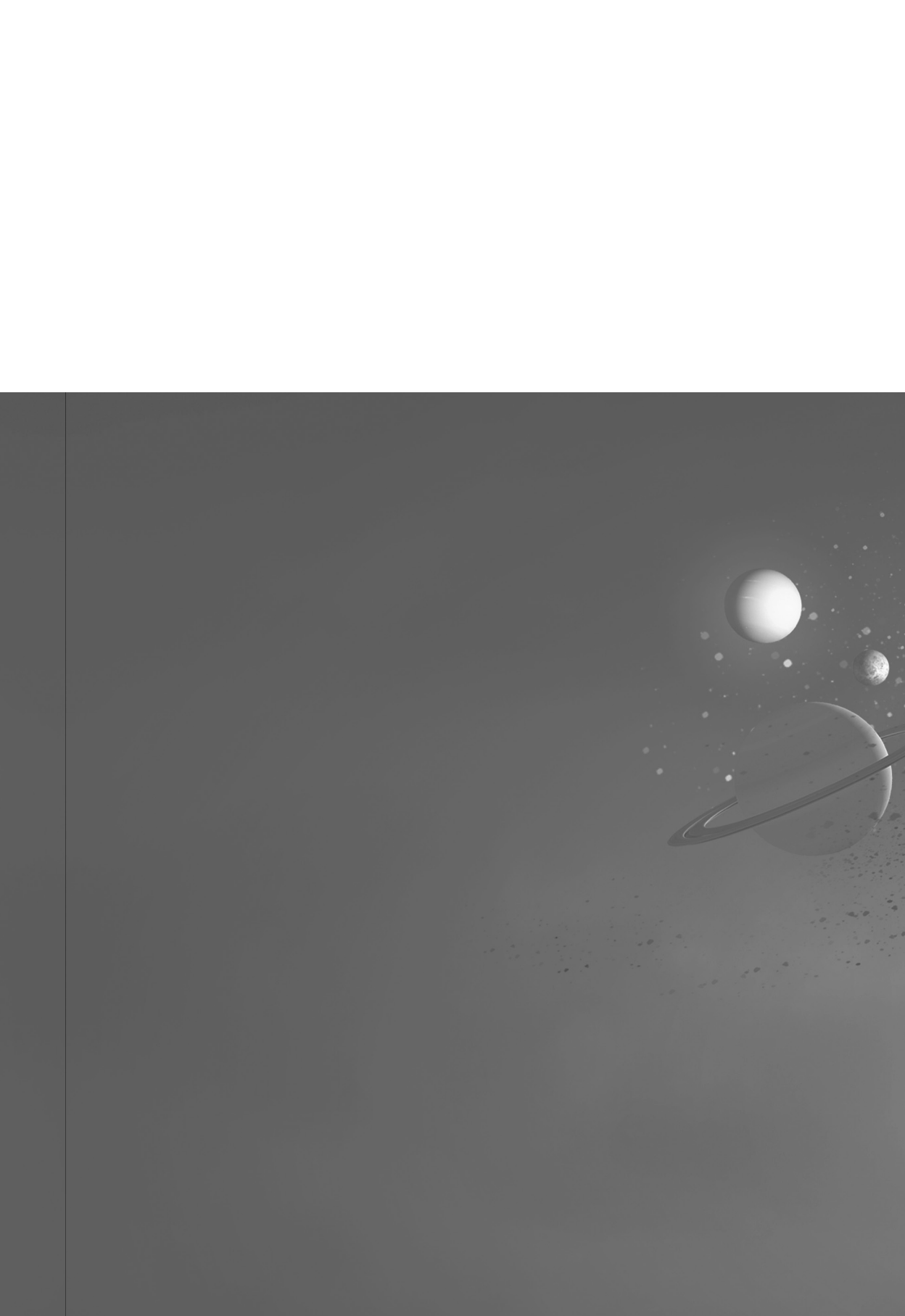
2. On peut ainsi mentionner l'hypothèse atomique émise par le philosophe grec Démocrite d'Abdère (460-370 av. J.-C.), idée matérialiste jugée totalement hérétique par les Grecs de l'Antiquité (Aristote). À la fin du XIX^e siècle l'atome n'a toujours pas de réalité pour les énergétistes ; notamment d'éminents thermodynamiciens et chimistes comme Marcelin Berthelot (1827-1907), Pierre Duhem (1853-1916) et Friedrich Ostwald (1853-1932) prennent ouvertement position contre l'atomisme. On peut certes en être fort étonné, mais le concept d'atome ne s'est définitivement imposé qu'au tout début du XX^e siècle.

Cette question reste posée encore aujourd'hui. On sait désormais que les Vikings l'avaient découverte vers le XI^e siècle en longeant les côtes du Groenland. Ce à quoi tel historien peut rétorquer, à juste titre, que la découverte faite par les Vikings n'a strictement rien changé à l'histoire de l'Europe au cours des siècles qui ont suivi. L'exploit accompli par Colomb, accostant aux Antilles durant la nuit du 11 au 12 octobre 1492, a eu au contraire un impact considérable sur l'essor des techniques de navigation, et surtout cela a modifié profondément la face du monde. Toutefois tel autre historien distingué pourra faire remarquer que l'Amérique porte le nom d'un autre explorateur, le florentin Amerigo Vespucci (1454-1507). On peut se demander pourquoi. Vespucci a suivi avec attention les quatre expéditions de Colomb, il a même rencontré ce dernier vers 1505. Mais alors que Colomb est mort convaincu d'avoir rejoint l'Asie par l'ouest, Vespucci, au contraire pensait qu'il s'agissait d'un autre continent. En 1503 dans son livre *Mundus Novus* celui-ci décrit le territoire atteint par Colomb comme étant un Nouveau Monde. Le nom de Colomb n'est aujourd'hui associé qu'à un petit État appartenant au très vaste continent américain, la Colombie, ce qui peut paraître comme une bien maigre reconnaissance, vu l'exploit qu'il a tout de même réalisé. La controverse à propos du « premier » découvreur a toujours été le casse-tête des historiens, faisant ainsi le bonheur des écrivains, surtout si l'on pimente le discours de quelques anecdotes non avérées ou même inventées. C'est la même chose dans les sciences.

Qui est le premier initiateur d'une idée ou d'une hypothèse ? Cette interrogation même a-t-elle un sens ? Quand on croit avoir identifié le précurseur, on en suppose d'autres, totalement méconnus, ayant exploité une piste analogue, mais un siècle auparavant (ou même plusieurs millénaires auparavant, comme le cas célèbre déjà cité de la pénicilline, découverte « officiellement » le 3 septembre 1928 ; pourtant il est indéniable que le pouvoir antibactérien de certaines moisissures semble avoir été entraperçu dès la plus haute Antiquité). Cette question est très complexe. Elle en suggère une autre : que veut dire découvrir ? On sait donc que les redécouvertes sont monnaie courante en science. La plupart du temps, en fait, il ne s'agit pas d'un banal plagiat, tel auteur parfaitement honnête ayant émis une « nouvelle » hypothèse, sans qu'il ait jamais eu accès aux travaux de ses prédécesseurs. On crédite tel chercheur plutôt qu'un autre, souvent par pur chauvinisme. On embellit dès lors son œuvre par des anecdotes, voire avec des légendes invérifiées et pour le moins invérifiables (cas de la baignoire d'Archimède, du lustre oscillant de Galilée, le *e pur si muove* de ce dernier, ou bien encore de la pomme de Newton). Voici tous les défis et chausse-trappes, auxquels est confronté celui qui désire s'aventurer en histoire des sciences. L'astronomie et la physique sont des sciences, dites exactes certes, mais qu'en est-il de leur histoire commune ?

Le présent livre est à visée essentiellement didactique, ce n'est donc pas un traité sur l'histoire des sciences. De plus, nous nous sommes restreints à l'astronomie et à la physique, deux domaines qui ont coévolué au cours des siècles (avec, tout de même, quelques développements çà et là sur l'histoire des mathématiques). Nous y décrivons les principales étapes de la progression de ces disciplines depuis la naissance du rationalisme qui a surgi, en apparence assez subitement, en Grèce autour des VI^e-V^e siècles av. J.-C., jusqu'au « grand » siècle, qu'a été le XVII^e siècle en Europe. Il existe un

certain nombre d'ouvrages majeurs sur l'histoire des sciences ; et certains d'entre eux, fort imposants, ont été écrits au cours des deux derniers siècles passés. On peut citer l'*Histoire de l'astronomie* par Jean Baptiste Delambre (1749-1822), publiée entre 1817 et 1827, *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne* par Paul Tannery (1843-1904), ou encore au monumental *Système du monde* par Pierre Duhem (1853-1916), dont la publication s'est étalée entre 1913 et 1959. Ces livres que tout scientifique devrait avoir lu, ou au moins parcouru, se trouvent désormais en format numérisé, et disponibles sur le site Gallica de la BNF. Beaucoup de textes de l'Antiquité grecque et latine sont aussi entièrement accessibles sur le site du latiniste et helléniste belge Philippe Remacle, avec leur traduction en français. Nous avons tenu, d'autre part, à citer le plus possible nos sources, et l'on peut donc encore percevoir le présent livre comme une courroie de transmission vers une très abondante littérature sur le sujet. Au cours de nos lectures, nous avons constaté que les historiens sont quelquefois à parti pris. Tel auteur maîtrisant parfaitement la langue grecque ou latine a tendance à privilégier les philosophes grecs ou romains, tel autre docte en langue arabe favorisera les penseurs arabes, tel autre érudit versé dans le sanskrit aura tendance à amplifier l'apport indien. On doit se convaincre que tout sectarisme en histoire des sciences, même s'il n'est bien souvent que très voilé, est stérilisant. En réalité on doit plutôt avoir l'image d'une longue chaîne ininterrompue d'hommes de grand talent, issus de cultures parfois très différentes, se succédant au cours de l'histoire, chacun d'eux ayant contribué à l'édification de la physique, selon ses sensibilités et les croyances de son époque.



Première partie

Astronomie



Chapitre 1

L'astronomie dans la Grèce antique

Que savons-nous exactement de l'astronomie grecque, et comment et par qui cette connaissance nous a-t-elle été transmise ? Les travaux originaux des savants de l'Antiquité nous sont aujourd'hui inaccessibles, si ce n'est qu'à l'état de fragments éparés de papyrus.

1. Le papyrus

Le papyrus est une invention égyptienne datant du tout début du troisième millénaire av. J.-C., et donc apparue pratiquement en même temps que l'écriture.

Le papyrus provient d'un roseau (espèce *Cyperus papyrus*) que l'on trouve sur les bords du Nil en Égypte. Le mode de fabrication nous est relaté de façon assez détaillée dans un texte de l'encyclopédiste romain, du premier siècle de notre ère, Pline l'Ancien (Pline, livre *XIII*, 23 ; cf. <https://remacle.org/bloodwolf/erudits/plineancien/index.htm>). Après avoir subi différents traitements, des lamelles découpées dans la tige de la plante étaient étalées en deux couches superposées, dans le sens vertical, puis horizontal à la manière d'une trame, pour former une feuille. Puis on assemblait les feuilles en rouleau. Mais en Grèce le papyrus, pourtant d'usage courant, était un produit d'importation et donc assez cher. Bien qu'après la conquête de l'Égypte par Alexandre de Grand en 332 av. J.-C., les Grecs se soient accaparés le négoce des papyri, il n'était pas question de s'en servir comme brouillon ; aussi la plupart du temps les savants utilisaient donc des supports fort mal commodes comme des tablettes enduites de cire et qui servaient d'ardoises effaçables.

Ils traçaient aussi des figures sur le sable. Mais très souvent, ils ne disposaient que de leur tête comme seul instrument de calcul. Ce n'est que lorsque la réflexion était achevée que le philosophe transcrivait ses conclusions sur un rouleau de papyrus. On en est que plus admiratif de l'ingéniosité que les Grecs ont su déployer pour tenter de résoudre les énigmes du Cosmos.

La question est alors de préciser le chemin par lequel nous sont parvenus les textes antiques. Dans l'Antiquité les savants et érudits écrivaient sur des feuilles de papyrus qui, une fois mises bout à bout, formaient un long rouleau de plusieurs mètres de longueur, appelé volumen, la « chose enroulée », très encombrant et dont la lecture était fort mal commode. Entre le II^e et le V^e siècles de notre ère, il fut progressivement décidé de tout retranscrire en codex, plus manipulable, ce qui constituait un nouveau mode d'écriture avec accès direct à la page consultable, ancêtre de nos livres modernes. Les codex (ou codices) étaient fabriqués à partir de parchemin, peau d'animal (mouton, chèvre ou veau) découpée en feuilles. Toutefois, vu la quantité énorme de travail que cela représentait, les copistes ont dû exercer un filtre dans les transcriptions¹. Tout le savoir antique n'a pas été recopié, loin s'en faut. Et quand cela a été fait, de nombreuses erreurs ont été commises par les copistes qui ne comprenaient pas toujours ce qu'ils recopiaient, notamment concernant les manuscrits traitant des sciences. Ces erreurs se sont ensuite retrouvées dans les copies de copies, en rajoutant d'ailleurs à chaque fois quelques erreurs supplémentaires.

Précisons en outre que les parchemins étant fort onéreux à fabriquer, on effaçait alors purement et simplement le texte d'un auteur antique, pour le remplacer par un texte liturgique plus en accord avec ce qu'enseignait l'Église. Un tel manuscrit recyclé s'appelle un palimpseste. Fort heureusement, aujourd'hui, grâce aux technologies modernes (rayons ultraviolets et X, analyse multispectrale) appliquées à l'analyse des palimpsestes, on parvient parfois à récupérer des textes d'auteurs antiques qui avaient été ensuite effacés au Moyen Âge. Un des plus connus est le palimpseste dit d'Archimède, dans lequel était dissimulé un traité de cet illustre mathématicien du III^e siècle av. J.-C. Le traité en question (*De la Méthode*), avait été (fort heureusement très imparfaitement) effacé pour écrire un texte de prières (l'Euchologion), datant de la fin du XII^e siècle.

Complicant encore la tâche du chercheur, historien ou philosophe des sciences, celui-ci doit aussi mener une véritable enquête en étudiant la longue chaîne de transmission des textes de l'Antiquité menant jusqu'à nous. Ainsi les nombreux commentateurs qui avaient encore accès au savoir antique, au tout début du haut Moyen Âge, n'en ont fourni que des descriptions souvent tronquées et même parfois faussées par leur propre jugement. La traduction du grec vers le latin peut aussi distordre le sens d'un mot ou d'une phrase. En effet certains mots ont quelquefois plusieurs traductions possibles, et les exégètes ne sont pas toujours d'accord entre eux sur le sens à donner à un mot.

Par exemple quand Platon, très célèbre philosophe du IV^e siècle av. J.-C., déclare dans le *Timée* que la Terre est « enroulée » autour de son axe. Quelle est la signification exacte du mot « enroulée » ? Sans doute voulait-il dire tout simplement par là qu'elle est « ronde » (c'est-à-dire à symétrie sphérique), et non pas qu'elle tourne sur elle-même à la manière d'une toupie, comme certains ont cru le comprendre². Il nous faut

1. Qui plus est, notons que, déjà au haut Moyen Âge, bon nombre de manuscrits avaient disparu, suite aux invasions barbares, qui avaient entraîné un effondrement culturel en Occident autour des IV^e et V^e siècles de notre ère.

On doit aussi ajouter que l'instauration du christianisme, comme religion d'état dans tout l'Empire romain, a conduit aussi à la destruction en masse de la « culture païenne » issue de l'Antiquité grecque. Ainsi certains auteurs antiques ne nous sont connus que par une très courte citation, dans telle ou telle doxographie plus tardive, disparus qu'ils sont à jamais, eux et leurs idées nouvelles, dans les abîmes du temps.

2. cf. G. Donnay, *Le système astronomique de Platon*, *Revue belge de Philologie et d'Histoire*,

donc être extrêmement vigilant dans l'interprétation proposée par le commentateur du Moyen Âge pour tenter de deviner, tant bien que mal, ce que pensait réellement le philosophe antique.

1 Les pythagoriciens et la sphéricité de la Terre

Pythagore serait né vers 580 av. J.-C. à Samos (petite île de la mer Égée) et l'on situe sa mort, très tardive pour l'époque, vers 495 av. J.-C. Mais entre ces deux dates fort imprécises, on ne sait pratiquement rien de sa vie. Néanmoins on lui attribue généralement le célèbre théorème qui porte désormais son nom.

2. L'origine mésopotamienne du théorème de Pythagore

La découverte de tablettes d'argile par les assyriologues vers 1920, tend à prouver que l'application du théorème de Pythagore était connue en Mésopotamie plus de mille ans avant la naissance de Pythagore. Certes la tablette d'argile, nommée Plimpton 322, montre par exemple une table regroupant des séries de trois nombres entiers, appelés désormais triplets pythagoriciens, par exemple 3, 4, 5 tels que $3^2 + 4^2 = 5^2$. Elle est conservée sous le numéro 322 à la Rare Book and Manuscript Library de l'Université Columbia à New York. Elle provient d'une donation du collectionneur de manuscrits G.A Plimpton. Toutefois il s'agit d'une liste répétitive de triplets, rédigée par les scribes babyloniens. On n'y voit en fait qu'une simple recette employée dans les mesures cadastrales. Il y a un saut conceptuel énorme entre une règle appliquée à des cas particuliers et un théorème général. Le passage d'une règle empirique à un théorème proprement dit exige une démonstration. Une première démonstration, ou une recherche de celle-ci, a été sans doute esquissée par Pythagore lui-même ou bien encore réalisée par l'un de ses plus proches disciples (peut être Parménide).

La devise de Pythagore était que *tout est nombre*. Ainsi en musique il énonce que l'harmonie de deux sons, joués simultanément ou successivement, est exprimable par un nombre. Il est ainsi le premier à remarquer que les principaux intervalles musicaux étaient en correspondance avec des rapports de nombres entiers : une octave comme $\frac{2}{1}$, une quinte comme $\frac{3}{2}$, une quarte comme $\frac{4}{3}$. De façon générale il s'est employé durant sa très longue vie à donner un sens au Monde par le nombre. Les très anciennes cultures, développées en Mésopotamie au cours des troisième et deuxième millénaires av. J.-C., reposaient essentiellement sur une immédiateté concrète liée à l'agriculture, au commerce ou à la religion.

Avec les Grecs on passe brusquement, aux alentours du VI^e siècle av. J.-C., de cette pensée ancienne, dominée par les mythes, à une logique bâtie sur l'abstraction pure et donc dépourvue de tout but utilitaire. Ce que l'on appelle le miracle grec est donc cette transition plutôt soudaine qui, en partant d'observations superficielles, avec en arrière plan une exégèse magique, a conduit à une réflexion beaucoup plus poussée, rationnelle, sur les phénomènes. C'est là le principe fondamental de la pensée scientifique¹.

Année 1960, 38-1, pp.5-29 ; https://www.persee.fr/doc/rbph_0035-0818_1960_nu_38_1_2304.

1. Cf. A. Koyré, *Études d'histoire de la pensée scientifique*, Éd. Gallimard, 1985 ; C. Castoriadis, *Sens et Place des connaissances dans la société*, Éd. CNRS, 2018.

Pythagore a fondé en Grande-Grèce (sud de l'Italie) une école dont la renommée fut grandissante dans l'Antiquité. Ses disciples étaient appelés pythagoriciens. C'est au sein de cette école prestigieuse qu'est née l'idée selon laquelle la Terre est sphérique, et non pas plate comme le pensait Thalès un siècle auparavant¹. Dans ses commentaires sur le premier livre des *Éléments* d'Euclide, Proclus, philosophe néoplatonicien du III^e siècle de notre ère, nous révèle que Thalès, par ailleurs initiateur de la philosophie spéculative, est le premier des Grecs à esquisser les démonstrations d'un bon nombre de théorèmes que l'on retrouve dans les *Éléments* (rédigés par Euclide d'Alexandrie, probablement vers 300 av. J.-C.). Pour Thalès l'Univers était une immense bulle d'air hémisphérique comprise entre la sphère des étoiles dites fixes (la voûte céleste) et la surface plate de la Terre, sorte de galette flottant sur un océan illimité.

Comment les Grecs sont-ils passés d'une Terre plate à une Terre sphérique ? Pythagore n'a pas eu un éclair de génie soudain. Il a été l'élève du philosophe Anaximandre (vers 610 - vers 546 av. J.-C.), qui fut lui-même l'élève de Thalès. Or Anaximandre avait une conception fort novatrice de l'Univers, très différente de Thalès. Il imaginait en effet que la Terre était un corps cylindrique, de hauteur égale au tiers de son diamètre, et demeurant immobile au centre de l'espace illimité, l'*apeiron*. La Terre n'a pas besoin d'un support, car dans un espace illimité² il n'y a ni haut ni bas. La transition entre le cylindre et la sphère a probablement été réalisée en observant les éclipses de Lune. Pour cela il faut connaître la cause physique de celles-ci. Pythagore savait qu'une éclipse de Lune est produite par l'interposition de la Terre entre le Soleil (source lumineuse) et la Lune (qui ne brille pas d'une lumière propre). Lors d'une éclipse de Lune l'ombre de la Terre portée sur la Lune apparaît toujours sous la forme d'un arc circulaire, quelle que soit la position de la Lune dans le ciel, ce qui montre ostensiblement que la Terre est une boule (délimitée par une sphère) et non un corps cylindrique (avec la Lune en position basse sur l'horizon, si la Terre était un corps cylindrique, l'ombre portée serait un rectangle).

On attribue aussi à Pythagore d'avoir reconnu l'obliquité de l'écliptique (trace du Soleil sur la voûte céleste, parmi les étoiles). Il semble également qu'il ait entrevu la rotation de la Terre autour de son axe comme explication de l'alternance des jours et des nuits (thèse attribuée à l'un de ses disciples, Philolaos de Crotone). Pythagore aurait aussi compris que l'étoile brillante apparaissant dans les lueurs de l'aube, et celle apparaissant au crépuscule, ne sont en fait qu'un seul et même astre, non pas une étoile, mais une planète : Vénus.

1. Thalès de Milet (vers 625-vers 548 av. J.-C.), fondateur de l'école milésienne, est célèbre pour son théorème qu'il aurait rapporté, dit-on, d'un séjour en Égypte (selon bon nombre de philosophes et historiens, mais ayant vécu souvent plusieurs siècles après lui, tel Diogène Laërce, au III^e siècle de notre ère). D'après l'historien Hérodote (480-425 av. J.-C.), Thalès fut un brillant homme politique, mais il était aussi ingénieur. Il est connu pour s'être écarté des mythologies pour privilégier l'observation et les explications matérialistes.

2. À noter qu'en grec *ἄπειρον* désigne ce qui est privé de limites. Ce terme désigne également le principe de tout ce qui existe, ou encore la substance indifférenciée originelle ou chaos, dont ont été tirés les astres, la Terre, les plantes, les animaux et les hommes. Cf. B. Wiśniewski, *Revue des Études Grecques*, Année 1957, 70-329-330, pp. 47-55, https://www.persee.fr/doc/reg_0035-2039_1957_num_70_329_3473.

2 Parménide d'Élée

Parménide est né à Élée¹ à la fin du VI^e siècle av. J.-C. (sans doute vers 510 av. J.-C.). Il serait venu assez tardivement à Athènes (à une date où Socrate avait une vingtaine d'années. On ne sait pas si les deux hommes se sont effectivement rencontrés). Parménide d'Élée a transcrit une allégorie en vers hexamétriques, intitulé *De la Nature* (*Περὶ Φύσεως*).

3. Parménide, poète précurseur de l'astronomie

Le texte rédigé par Parménide, dont il ne nous reste malheureusement que des fragments épars (158 hexamètres épiques répartis en 19 fragments), qui plus est recopiés par des auteurs beaucoup plus tardifs, est très loin de ressembler à un « traité » d'astronomie tel que l'on pourrait l'imaginer.

D'ailleurs, Parménide y aborde surtout diverses questions philosophiques, par exemple sur l'être et le non-être, thème central de l'ontologie, qui a durablement marqué le discours des plus grands philosophes au cours des siècles (jusqu'à Martin Heidegger dans *Sein und Zeit* (1927) et Jean Paul Sartre dans *L'Être et le Néant* (1943) au XX^e siècle). Comme souvent dans le monde antique, chez les Grecs et ultérieurement chez les Romains ou même d'autres peuples (les Indiens), la science connue est exposée sous la forme de longs poèmes, vraisemblablement pour en faciliter l'apprentissage. Néanmoins selon la compétence en astronomie de son auteur, le texte oscille entre rationalisme et mythologie. Il faut donc interpréter.

De plus nous ne possédons généralement pas l'œuvre dans sa totalité, loin s'en faut. Ne sont disponibles que de longs fragments, eux-mêmes très généralement des copies remaniées au cours du temps par bon nombre d'auteurs, eux-mêmes pas toujours versés dans l'astronomie. Pour une discussion du poème de Parménide, cf. par exemple, M. Sachot, *Parménide d'Élée, fondateur de l'épistémologie et de la science. Commentaire analytique et synthétique du Poème*, 2017, hal-01872456v2.

Dans ce chant versifié Parménide expose la thèse pythagoricienne de la Terre sphérique. Selon ce que rapporte l'astronome Posidonios de Rhodes (135 – 52 av. J.-C.) (qui était sans doute en possession de versions beaucoup plus complètes du poème), Parménide avait proposé de diviser la surface de la Terre en cinq zones climatiques : la bande équatoriale, les régions tropicales et les zones arctique et antarctique. Certains passages du poème montrent également que les pythagoriciens avaient des connaissances en optique. Ainsi pour Parménide la Lune ne brille pas d'une lumière propre, mais elle réfléchit la lumière du Soleil. Suivant Pythagore, il admet que l'étoile du matin (Éosphoros) et l'étoile du soir (Hespéros) ne sont qu'un seul et même astre. Les contemporains de Parménide, Grecs et Romains, pensaient qu'il s'agissait de deux « étoiles » distinctes. En fait nous savons désormais qu'il ne s'agit pas d'une étoile, mais de la planète Vénus, visible le matin, un peu avant le lever du Soleil, ou le soir, un peu après son coucher.

1. Élée était une cité grecque de la côte tyrrhénienne, près du golfe de Salerne en Italie.

3 Philolaos de Crotone

Philolaos est né vers 470, probablement à Crotone ou à Tarente en Calabre (Italie du sud) et il est mort vers 390 av. J.-C. à Tarente. Philolaos était un disciple de Pythagore. Sa devise était : *Tout être connaissable a un nombre : sans celui-ci, on ne saurait rien concevoir ni rien connaître*. Les auteurs classiques le créditent d'un traité intitulé *Les Bacchantes* (Αἱ Βάκχαι), divisé en trois livres : Du Monde, De la Nature, De l'Âme (Περὶ κόσμου, Περὶ Φύσεως, Περὶ ψυχῆς), dans lequel il aurait rassemblé l'enseignement de son maître (qui était sans doute un disciple de Pythagore) ainsi que ses idées propres¹. L'ouvrage a certes disparu assez rapidement, mais Platon (première moitié du IV^e siècle av. J.-C.) en possédait encore, semble-t-il, un exemplaire. D'après ce qu'en dit le biographe et doxographe Diogène Laërce (première moitié du III^e siècle ap. J.-C.)², Platon aurait écrit son *Timée* à partir de l'enseignement de Philolaos. Pour l'école pythagoricienne les nombres sont la clef de la connaissance et Philolaos fait sien ce précepte. Le nombre parfait est le nombre 10, somme de 1, 2, 3 et 4. C'est pour cette raison que les pythagoriciens affirment qu'il y a dix composantes dans le Monde, celles connues : la Terre, la Lune, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter et Saturne, puis la sphère des étoiles fixes. Il en manque une, et Philolaos va compléter la liste en ajoutant l'Anti-Terre, qu'il place très astucieusement pour qu'elle ne soit jamais visible.

Le modèle de Philolaos est sans aucun doute le premier système du Monde dans lequel la Terre est mise en mouvement dans l'espace³. La Terre n'est pas privilégiée, c'est un astre comme les autres ; le système n'est donc pas géocentrique, mais il n'est pas non plus héliocentrique ; il est en fait « pyrocentrique ». Le feu étant plus précieux que la terre, le centre du Monde revient au Feu Central, représentation de la déesse du feu et du foyer, dénommée Hestia. La Terre tourne sur elle-même en 24 h, mais elle tourne aussi autour du Feu Central sur une orbite circulaire, avec la même période. Très exactement à l'opposé par rapport au Feu Central réside une autre planète, l'Anti-Terre ou Antichton⁴, en circulation synchrone avec la Terre. Le Feu Central, de même que l'Anti-Terre, sont en permanence invisibles depuis l'hémisphère habité par l'Homme (fig. 1.1).

La Terre est éclairée par le Soleil, mais indirectement, car il s'agit non pas d'une lumière propre mais de la lumière émise par le Feu Central. Celle-ci est réfléchiée par le Soleil, qui agit alors comme un miroir, et elle est renvoyée vers la Terre. Philolaos émet aussi l'hypothèse que, peut-être, l'Anti-Terre est aussi habitée. Cette idée sera plus tard combattue par les aristotéliens pour deux raisons. Selon Aristote il y a tout

1. Ce traité a été cité par un grand nombre de philosophes et doxographes au cours des siècles qui ont suivi sa mort. Cf. <https://remacle.org/bloodwolf/philosophes/philolaos/table.htm>.

2. Diogène Laërce : *Vies et doctrines des philosophes illustres*. Librairie générale française, Paris, deuxième édition, 1999.

3. Aristote (385-322 av. J.-C.) décrit sommairement le modèle de Philolaos : *Mais les Italiens qu'on appelle pythagoriciens pensent le contraire* [de l'hypothèse soutenue par Aristote que la Terre est au centre du Monde]. *Selon eux, le centre est occupé par le feu, tandis que la Terre, qui est un astre parmi les autres, se meut autour du centre selon une orbite circulaire et produit ainsi la nuit et le jour. À les en croire, en effet, c'est à l'élément le plus noble que revient la région la plus noble ; or le feu est plus noble que la terre, la limite plus noble que ce qui est intermédiaire, et l'extrémité ainsi que le centre sont des limites. Si bien que, partant de ces prémisses toutes théoriques, ils concluent que ce n'est pas à la Terre d'occuper le centre de la sphère, mais bien plutôt au feu* (Aristote, *Περὶ οὐρανοῦ*, II, 13).

4. L'Antichton vient de κτῶν, le sol, la terre, mais également la Terre.

d'abord une raison physique, la terre (en tant qu'élément) est plus lourde que le feu, elle doit par conséquent sombrer au centre de l'Univers, contrairement au feu qui doit s'élever¹. Philolaos ne fournit pas qu'une description qualitative du Monde. Ainsi il évalue le mois lunaire (révolution synodique) à 29,5 jours et la durée de l'année solaire à 365,25 jours. Il pense aussi que la Lune n'est pas lumineuse par elle-même mais qu'elle emprunte sa lumière au Soleil.

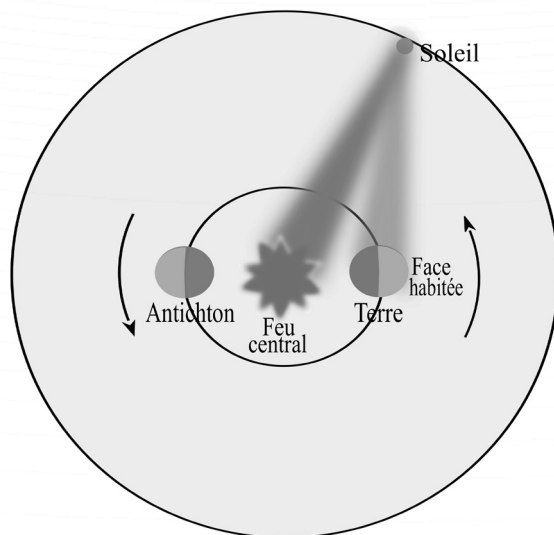


Figure 1.1 Modèle de Philolaos

4 Les sphères homocentriques d'Eudoxe

Le philosophe Platon avait demandé à Eudoxe de Cnide, beaucoup plus versé dans la géométrie que lui, d'étudier la question du mouvement des astres. Eudoxe² avait une vingtaine d'années de moins que Platon. On sait qu'il assista vers 386 av. J.-C. à l'enseignement que Platon dispensait à l'Académie, centre intellectuel que ce dernier avait fondé à Athènes vers 387 av. J.-C. Eudoxe tenait ses connaissances de géométrie de l'éminent mathématicien et astronome, arithméticien renommé, Archytas de Tarente (vers 435-vers 347 av. J.-C.), par ailleurs ami de Platon.

Eudoxe ignorait la trigonométrie, qui ne sera inventée que deux siècles plus tard³. Il ne connaissait pas non plus l'algèbre, dont les débuts remontent au IX^e siècle ap. J.-C. (sous l'impulsion notamment du persan al-Khwārizmī). L'algèbre a ensuite été

1. En effet on voit toujours les flammes d'un feu s'élever au-dessus d'un brasier. Deuxièmement l'Homme et son incomparable intellect priment sur toute chose. Le lieu qui convient à l'Homme doit donc être la place privilégiée, c'est-à-dire le centre du Monde.

2. Eudoxe est né vers 409 av. J.-C. à Cnide, ville d'Asie mineure. Il mourut dans cette même ville vers 378 av. J.-C., après avoir voyagé dans tout le monde méditerranéen, notamment en Grande Grèce (Sicile actuelle) et en Égypte, comme il était d'usage pour les savants à l'époque.

3. Hipparque, mathématicien et astronome grec du II^e siècle av. J.-C., est considéré comme l'initiateur de la trigonométrie.

lentement perfectionnée pour atteindre, très tardivement, une présentation quasi-moderne, sous l'impulsion notamment de François Viète au XVI^e siècle, et plus encore au XVII^e siècle grâce à la sagacité d'esprits comme René Descartes, Blaise Pascal et de bien d'autres. Il faut savoir qu'à l'époque où Eudoxe vivait, les raisonnements mathématiques étaient donc décrits de façon entièrement littérale, par des mots à la signification parfois ambiguë, et la plupart du temps sans le support de la figure. Notons que les commentateurs du Moyen Âge, discutant à propos des traités de la Grèce antique, n'avaient pas cru bon non plus d'ajouter des figures, ce qui rend très souvent les textes assez pénibles à lire et à interpréter. Les figures explicatives étaient en fait très rares dans les textes anciens et ceci, pendant de longs siècles, pratiquement jusqu'à la Renaissance.

Le modèle des sphères homocentriques¹ est uniquement une cinématique de points (le Soleil, la Lune et les cinq planètes connues à l'époque), se déplaçant sur des sphères dont le centre commun est la Terre. Comme nous l'avons dit Eudoxe pensait avec des mots et se fabriquait des images mentales. Suivre une telle procédure nous paraît de nos jours difficile. Il n'est pas aisé de visualiser le mouvement d'un point dans l'espace tridimensionnel. Aussi pour comprendre, dans le détail, la théorie d'Eudoxe et les diverses combinaisons cinématiques qui sont effectuées dans l'espace, le support des mathématiques actuelles nous semble désormais nécessaire pour éclairer ses raisonnements, aussi la trigonométrie et les changements de référentiels s'imposent-ils à nous d'emblée.

Soit P un point quelconque pris dans un plan muni d'un repère orthogonal, dit initial, R_i , d'origine O . Soit (x_i, y_i) les coordonnées de P évaluées dans ce repère. Soit un second repère orthogonal, dit intermédiaire, R_{int} de même origine O , et dont les axes Ox_{int} et Oy_{int} font un angle θ avec ceux respectifs du repère R_i (fig. 1.2).

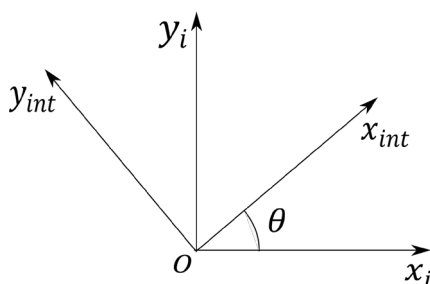


Figure 1.2

Soit (x_{int}, y_{int}) les coordonnées de P dans le repère R_{int} . On a les relations de passage :

$$\begin{cases} x_{int} = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta \\ y_{int} = -x_i \sin \theta + y_i \cos \theta \end{cases} \quad (1.1)$$

ou, réécrites matriciellement :

1. Cf. O. Neugebauer, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, 1975, Springer Nature. Plus spécifiquement : *Le sfere omocentriche di Eudosso, di Callippo e di Aristotele*, Numéro 9 de Pubblic. oss. Brera, Milan (Italy), version numérisée, University of Chicago, 22 mai 2012. T.H. Martin (1813-1884), *Mémoire sur les hypothèses astronomiques d'Eudoxe, de Callippe, d'Aristote et de leur école*, https://www.persee.fr/doc/minf_0398-3609_1881_nu_30_1_980.

$$\begin{pmatrix} x_{int} \\ y_{int} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

On peut passer du repère R_{int} à un troisième repère orthogonal, ou repère dit final R_f supposé aussi d'origine O , et dont les axes Ox_f et Oy_f font un angle η avec ceux respectifs du repère R_{int} . Dans ce repère les coordonnées de P sont (x_f, y_f) et l'on a

$$\begin{pmatrix} x_f \\ y_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\eta & \sin\eta \\ -\sin\eta & \cos\eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{int} \\ y_{int} \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

On peut encore passer directement de R_i à R_f (et vice versa). Les règles usuelles de multiplication matricielles nous donnent ¹

$$\begin{pmatrix} x_f \\ y_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta + \eta) & \sin(\theta + \eta) \\ -\sin(\theta + \eta) & \cos(\theta + \eta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Pour l'instant nous nous sommes restreints au plan. Dans un espace tridimensionnel la procédure suivie est essentiellement la même, mais on doit maintenant se donner un triplet de trois coordonnées (x_i, y_i, z_i) pour définir la position d'un point dans l'espace et évaluée dans le repère R_i .

Soit R_{int} un second repère dont l'axe Oz_{int} fait un angle α avec Oz_i , les axes Ox_i et Ox_{int} étant confondus. On a :

$$\begin{pmatrix} x_{int} \\ y_{int} \\ z_{int} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

On considère maintenant un troisième repère R_f . Les axes Ox_f et Oy_f font un angle θ avec ceux respectifs du repère R_{int} , les axes Oz_{int} et Oz_f demeurant confondus. On a de même :

$$\begin{pmatrix} x_f \\ y_f \\ z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{int} \\ y_{int} \\ z_{int} \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

On peut passer directement de R_i à R_f

$$\begin{pmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos\alpha\sin\theta & \sin\alpha\sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\alpha\cos\theta & \sin\alpha\cos\theta \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

Jusqu'à présent nous n'avons pas encore introduit de mouvement. Si tel est le cas alors les coordonnées de P peuvent désormais varier au cours du temps t . Dans cette situation il faut associer à tout repère R une horloge pour mesurer le temps. On définit ainsi un système de référence ou référentiel $\mathcal{R} \equiv (R, t)$.

Soit ω la vitesse angulaire, supposée constante, que l'on imprime à $\mathcal{R}_f \equiv (R_f, t)$ par rapport à $\mathcal{R}_{int} \equiv (R_{int}, t)$ autour de l'axe $Oz_f \equiv Oz_{int}$. On a simplement $\theta = \omega t$ en choisissant $\theta = 0$ lorsque $t = 0$. On a alors :

$$\begin{pmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\omega t & \cos\alpha\sin\omega t & \sin\alpha\sin\omega t \\ -\sin\omega t & \cos\alpha\cos\omega t & \sin\alpha\cos\omega t \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

1. On rappelle que $\cos(\theta + \eta) = \cos\theta\cos\eta - \sin\theta\sin\eta$ et $\sin(\theta + \eta) = \sin\theta\cos\eta + \cos\theta\sin\eta$

La relation (1.8) va nous permettre de comprendre l'essentiel du raisonnement suivie par Eudoxe.

Mouvement diurne de la sphère des étoiles fixes

La sphère imaginaire, et de rayon indéterminé, sur laquelle les étoiles apparaissent toutes « collées » à la même distance, est appelée sphère des fixes. Elle a pour centre le centre de la Terre (supposée elle-même parfaitement sphérique). Pour l'observateur terrestre la sphère des fixes¹ semble tourner en bloc autour d'un axe qui n'est autre que l'axe des pôles terrestres. L'Homme a très tôt reconnu, dessinées sur la sphère céleste, des images d'êtres ou d'objets, issues de sa psyché : les constellations. Celles-ci sont des regroupements d'étoiles formant des figures (la Grande Ourse, Orion, Pégase, etc.) qui sont immuables au cours du temps (en se limitant à quelques millénaires). Sur la sphère des fixes est encore projeté le mouvement apparent de la Lune, du Soleil et d'autres astres dits « errants », les planètes². Le Soleil et les planètes circulent à très peu près toutes dans un même plan. Ce plan intersecte la sphère des fixes suivant un cercle appelé écliptique.

On associera maintenant le référentiel $\mathcal{R}_i$ défini plus haut à la sphère des fixes et le référentiel $\mathcal{R}_f$ à l'observateur terrestre. On admettra que les coordonnées (x_i, y_i, z_i) sont indépendantes du temps pour tout astre « collé » sur la sphère des fixes. L'angle α désignera ici l'angle que fait la normale à l'écliptique (la trace du Soleil sur la sphère céleste) et l'axe des pôles terrestres, ou axe du Monde ($\alpha \simeq 23^\circ 26'$) et $\omega \simeq 3 \cdot 10^{-6} \text{ rds}^{-1}$ est la vitesse angulaire de la Terre autour de son axe (que l'on peut rebaptiser $\omega_\oplus$). Mais les coefficients de la matrice dans la relation (1.8) dépendant du temps, aussi en est-il de même pour les coordonnées (x_f, y_f, z_f) . L'observateur terrestre impute donc naturellement un mouvement journalier à la sphère des fixes autour de l'axe du Monde, ainsi qu'aux étoiles, d'est en ouest. L'intervalle de temps séparant deux passages consécutifs d'une même étoile au méridien d'un lieu donné sur la Terre est appelé jour sidéral. La durée correspondante vaut environ 23 h 56 min.

À l'époque de Platon et d'Eudoxe, on connaissait sept astres se déplaçant sur la voûte céleste. On avait aussi énoncé une règle, assez arbitraire, de leur succession depuis la Terre (supposée située au centre du Cosmos) : la Lune venait en premier, puis le Soleil, Vénus, Mercure, Mars, Jupiter et Saturne. Eudoxe a sans doute exposé cette classification dans son traité *Des vitesses*, d'après ce qui nous a été transmis par Aristote, puis par le commentateur de ce dernier, Simplicios de Cilicie (philosophe néoplatonicien du VI^e siècle ap. J.-C., dont le nom grec a été latinisé en Simplicius³). Dans son modèle des sphères homocentriques, Eudoxe associe à chaque astre plusieurs sphères, chacune d'elles portant un mouvement particulier⁴. Dans la suite et comme précédemment, chaque sphère sera schématisée par un référentiel tournant autour d'un axe fixe avec une vitesse uniforme.

1. Par le terme de voûte céleste, on désigne la partie visible de la sphère des fixes, qui pour tout observateur donné est l'hémisphère le surplombant.

2. Cette désignation plutôt péjorative déplaisait fort à Platon et Eudoxe, pour lesquels les planètes avaient des mouvements réguliers, et non pas errants. Compte tenu de la périodicité de leur mouvement les astres étaient divinisés.

3. La Cilicie était une région méridionale de l'Asie mineure (l'Asie mineure, ou Anatolie, correspondait à très peu près à l'actuelle Turquie).

4. Évidemment Eudoxe n'avait connaissance que des mouvements les plus immédiats, car une analyse plus fine aurait nécessité d'abandonner purement et simplement l'hypothèse que les sphères ont toutes un centre commun, confondu avec le centre de la Terre.

Mouvement du Soleil¹

Le Soleil se déplace, par rapport aux constellations, à très peu près de 1° par jour de l'ouest à l'est (en sens contraire du mouvement diurne qui porte les astres d'est en ouest, comme il est aisé de le constater chaque jour).

Sa trajectoire projetée sur la voûte céleste est l'écliptique².

En plus du référentiel associé à la sphère des fixes $\mathcal{R}_i$, Eudoxe introduit donc un second référentiel $\mathcal{R}'_i$ tournant d'ouest en est par rapport à $\mathcal{R}_i$, avec la période zodiacale du Soleil (soit de 1° par jour). Ceci revient à conférer au Soleil les coordonnées³

$$x_i = \cos\omega_\odot t, \quad y_i = \sin\omega_\odot t, \quad z_i = 0 \quad (1.9)$$

où $\omega_\odot$ représente la vitesse angulaire du Soleil. Le calcul de $\omega_\odot$ s'effectue comme suit. La période sidérale de révolution du Soleil⁴, $T_\odot$, est de 365,25 jours solaires moyens. Un jour solaire moyen est la durée qui sépare deux midis consécutifs. On a donc $\omega_\odot = \frac{2\pi}{T_\odot}$. Numériquement $\omega_\odot \simeq 2 \cdot 10^{-7} \text{ rd s}^{-1}$. Le lecteur vérifiera aisément que cela correspond à très peu près à 1° par jour (un jour est égal à 86400 s et un radian $\simeq 57^\circ$). Ainsi on a

$$\begin{cases} x_f = \cos\omega_\oplus t \cos\omega_\odot t + \cos\alpha \sin\omega_\oplus t \sin\omega_\odot t \\ y_f = -\sin\omega_\oplus t \cos\omega_\odot t + \cos\alpha \cos\omega_\oplus t \sin\omega_\odot t \\ z_f = -\sin\alpha \sin\omega_\odot t \end{cases} \quad (1.10)$$

On peut aisément montrer que $x_f^2 + y_f^2 = (1 - z_f^2)$, qui est l'équation d'un cercle tracé sur le ciel de l'observateur, de côte z_f et de rayon $\sqrt{1 - z_f^2}$.

La trajectoire apparente du Soleil projetée sur le ciel de l'observateur terrestre est donc très approximativement un cercle, de côte z_f dans le repère R_f . Ce cercle trajectoire oscille lentement entre $z_f = -\sin\alpha$ et $z_f = \sin\alpha$, engendrant ainsi une spirale au cours de l'année.

Le phénomène était connu dès la plus haute Antiquité, bien avant que la science grecque n'écloze, notamment en Égypte et à Babylone à l'âge du bronze vers 3000–1000 av. J.-C.⁵

1. Eudoxe a bien évidemment étudié le mouvement de la Lune avant celui du Soleil, respectant en cela l'ordre des planètes. Nous ne suivons pas ici cette démarche, car le mouvement de la Lune est bien plus complexe que le mouvement du Soleil qui se satisfait de deux référentiels (deux sphères homocentriques). En faisant le contraire, en calquant la cinématique du Soleil sur celle de la Lune, Eudoxe a malencontreusement imputé par là-même des mouvements imaginaires au Soleil.

2. La zone d'un peu moins de 20° de largeur, située de part et d'autre de l'écliptique est la bande zodiacale ou zodiaque. Le terme $\zeta\phi\delta\alpha\kappa\acute{o}\varsigma$, sous-entendu $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\varsigma$, signifie textuellement cercle des animaux en grec ancien. En effet la plupart des constellations s'y trouvant sont désignées par un animal (le taureau, le lion, etc.). Le Soleil, la Lune et les planètes résident dans la bande zodiacale et traversent ces constellations.

3. $z_i = 0$ définit le plan de l'écliptique qui contient la trajectoire du Soleil et l'on suppose que la sphère céleste à un rayon pris égal à l'unité.

4. Cette période est égale à l'intervalle de temps s'écoulant entre deux passages successifs du Soleil en un point fixe de la voûte céleste le long de l'écliptique. Elle est exactement égale à 365,25636 jours.

5. La construction de monuments mégalithiques, tels que Stonehenge en Angleterre ou Newgrange en Irlande, semble attester que cette connaissance était répandue à la même époque en dehors du croissant fertile. Les alignements de Carnac en Bretagne sont encore plus anciens. Certains chercheurs ont émis l'idée que ces sites constituaient en fait des calendriers solaires, servant à repérer les jours de l'année (solstices d'hiver, d'été, etc.), pour fixer les dates des semailles et des moissons. Cependant il n'y a pas encore de consensus sur la question.

Mouvement de la Lune

Le mouvement de la Lune est plus compliqué. Tout d'abord la Lune ne se déplace pas dans le plan de l'écliptique, car si c'était le cas, la Lune croisant la course apparente du Soleil, il y aurait éclipse de Soleil à chaque nouvelle lune (la Lune nous cachant le Soleil) et éclipse de Lune à chaque pleine lune (la Lune étant dans le cylindre d'ombre produit par la Terre). Eudoxe savait donc que l'orbite de la Lune est inclinée d'un angle voisin de 5° sur le plan écliptique (plan qui contient l'orbite du Soleil). Le plan contenant l'orbite lunaire intersecte le plan de l'écliptique suivant une droite qui perce la sphère des fixes en deux points diamétralement opposés, appelés noeuds lunaires. C'est nécessairement en ces points que peuvent avoir lieu les éclipses de Lune ou de Soleil. Toutefois les éclipses ne se produisent pas toujours dans la même zone de la bande zodiacale. Il se trouve en effet que la ligne des noeuds lunaires tourne dans le sens rétrograde avec une période égale à environ 18,6 ans (assez grossièrement 230 lunaisons). On rappelle qu'une lunaison, ou mois synodique, correspond à l'intervalle de temps moyen séparant deux nouvelles lunes consécutives, soit environ 29,53 jours (en grec *σύνοδος* signifie « rassemblement » ou plutôt ici « retour dans la même configuration »); le mois synodique marque donc le retour de la conjonction Lune-Soleil. Précisons cependant que cette période de 29,53 jours est une période moyenne, car le mois lunaire varie en réalité entre 29,27 et 29,83 jours. Ce que l'on appelle enfin le Saros¹ combine la période de précession de la ligne des noeuds lunaires et la lunaison. Un Saros vaut à très peu près 18 ans et 11,3 jours (année solaire de 365,25 jours). Après un Saros les éclipses de Soleil et de Lune sont ramenées, à peu près identiques à elles-mêmes (mêmes caractéristique physiques); et dans le même ordre que dans le Saros précédent. En outre à la suite des astronomes chaldéens, dès le v^e siècle av. J.-C., les astronomes grecs se sont donc employés à établir un lien entre les calendriers lunaire et solaire. La période séparant deux solstices d'été consécutifs est appelée année tropique. Vers 432 av. J.-C. l'astronome athénien Méton remarque que 19 années tropiques et 235 mois synodiques (lunaisons) ne diffèrent que de 2 heures. Après cette période les phases lunaires reviennent aux mêmes dates dans le calendrier solaire. Le cycle de Méton a été utilisé pour établir les calendriers luni-solaires, dans l'Antiquité, puis au Moyen Âge en Occident, notamment dans le comput ecclésiastique (pour fixer la date des fêtes mobiles, par exemple la date de Pâques). Notons tout de même que la prévision des phases réelles de la Lune en utilisant le cycle de Méton est très approximative (le cycle de Méton est lié au mouvement d'une Lune moyenne et donc fictive). Pour prendre en compte le mouvement de la ligne des noeuds, Eudoxe introduit un référentiel intermédiaire, tournant d'est en ouest, et reproduisant la marche rétrograde des noeuds sur l'écliptique. Le système imaginé par Eudoxe pour traduire le mouvement de la Lune est donc composé de trois référentiels : le premier lié à la sphère des fixes, tournant d'est en ouest en un jour sidéral, le second tournant d'est en ouest, avec une période très approximativement voisine de 223 lunaisons, autour d'un axe normal à l'écliptique schématisant ainsi la précession de la ligne des noeuds; et le troisième enfin tournant d'ouest en est, traduisant le mouvement moyen lunaire sur son orbite mobile, avec

1. Ce terme était usité par les Chaldéens, en Babylonie, autour du vi^e siècle av. J.-C., bien qu'il avait à l'époque une tout autre signification, qui, semble-t-il, n'avait rien à voir avec les éclipses. Précisons également que l'on ne doit pas confondre le Saros avec un autre cycle luni-solaire bien connu, qui est le cycle de Méton (Grande Année ou encore ennéadécatéride, soit 19 ans en grec ancien), et qui n'est pas quant à lui lié à la rotation de la ligne des noeuds lunaires. Nous en toucherons un mot ci-après.

une période de 27,21 jours (mois draconitique). Cette dernière période correspond à l'intervalle de temps séparant deux passages consécutifs de la Lune en l'un des deux noeuds de son orbite. Le dragon (latin *draco*, *draconis*) est relatif aux noeuds lunaires, car c'est nécessairement en l'un de ces deux points que peut avoir lieu une éclipse de Soleil (le dragon « avale » le Soleil). On doit aussi noter finalement que 242 mois draconitiques valent approximativement 223 lunaisons, soit un Saros (à environ 52 minutes près)¹.

Mouvement des planètes

Dans sa rotation la voûte céleste entraîne dans un même mouvement toutes les planètes. Il faut aussi considérer que chaque planète a un mouvement propre, qui est différent de celui de la sphère des fixes, puisque les planètes se déplacent sur la voûte céleste. Eudoxe a donc calqué la cinématique des planètes sur celle du Soleil et a donc réutilisé le modèle des deux référentiels, un premier référentiel lié à la rotation diurne (vitesse angulaire $\omega_{\oplus}$), et un second ayant la vitesse angulaire relative ω_P par rapport au premier, traduisant le mouvement propre de chaque planète sur la voûte céleste. Cependant, il se trouve que la trajectoire d'une planète sur la voûte céleste n'est pas régulier dans son parcours le long de l'écliptique. La position vraie de la planète (longitude vraie) est différente de la position dite moyenne (longitude moyenne). Quelquefois la planète semble s'arrêter sur la voûte céleste, ce que l'on appelle une station, puis rebrousse chemin, ce que l'on appelle une rétrogradation. De plus elle peut aussi s'éloigner de quelques degrés du plan de l'écliptique. Ceci les astronomes grecs le savaient fort bien à l'époque d'Eudoxe. Comment expliquer cela ? Afin d'appréhender le phénomène Eudoxe considère alors fort astucieusement deux référentiels supplémentaires. On les nommera ici 3 et 4, dont les repères respectifs ont même origine, confondue avec O (centre de la Terre, hypothèse des sphères homocentriques oblige). Ces deux référentiels tournent l'un avec la vitesse angulaire ω et l'autre avec la vitesse angulaire $-\omega$, mais Eudoxe suppose que les axes de rotation sont légèrement différents (inclinaisons respectives α et α' par rapport à la normale à l'écliptique). Les axes de rotation sont fixes dans l'espace et donc de direction déterminée, mais totalement arbitraire. Aussi les deux mouvements ne se compensent-ils que partiellement mais pas totalement. D'autre part Eudoxe admet que ces axes de rotation sont tous deux inclinés d'un angle voisin de $\frac{\pi}{2}$; ils sont donc pratiquement couchés sur le plan de l'écliptique. Algébriquement ceci revient à écrire deux fois une relation similaire à la formule déjà utilisée (eq. 1.8)². On soustrait ensuite les contributions, sachant que les rotations se font en sens contraire. Il vient

1. 223 lunaisons correspondent à 6585,321314 jours, tandis que 242 révolutions draconitiques correspondent à 6585,357436 jours. Le mois draconitique est obtenu en combinant la période sidérale (intervalle de temps séparant deux conjonctions successives de la Lune avec une même étoile), soit 27,32 jours, et la période de précession de la ligne des noeuds lunaires (18,6 ans = 6793,65 jours). On obtient 27,21 jours, durée un peu plus courte que la période sidérale car les noeuds se déplacent dans le sens opposé au mouvement lunaire.

2. On ne peut qu'être étonné de l'habileté avec laquelle Eudoxe traite le problème présenté ici, sans les outils mathématiques nécessaires que sont la trigonométrie sphérique et les techniques matricielles. Tour de force incroyable quand on sait la difficulté qu'il y a à visualiser une rotation dans l'espace et plus encore une combinaison de telles rotations d'axes distincts. À l'époque la géométrie se faisait « avec les mains », quelques figures dessinées sur du sable, des cordes et des bâtons, et des images mentales. Mais ce procédé se révèle en fait terriblement efficace car l'on « voit » ce que l'on « fait ». Cf. G. Schiaparelli, <https://archive.org/details/LeSfereOmocentricheDiEudossoDiCall>.

$$\begin{pmatrix} \delta x_f = x'_{f4} - x_{f3} \\ \delta y_f = y'_{f4} - y_{f3} \\ \delta z_f = z'_{f4} - z_{f3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sin\omega t(\cos\alpha' - \cos\alpha) & \sin\omega t(\sin\alpha' - \sin\alpha) \\ 0 & \cos\omega t(\cos\alpha' - \cos\alpha) & \cos\omega t(\sin\alpha' - \sin\alpha) \\ 0 & -(\sin\alpha' - \sin\alpha) & \cos\alpha' - \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$$

où, en admettant que $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\alpha' = \frac{\pi}{2} - \varepsilon$

$$\begin{pmatrix} \delta x_f \\ \delta y_f \\ \delta z_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sin\varepsilon \sin\omega t & (\cos\varepsilon - 1) \sin\omega t \\ 0 & \sin\varepsilon \cos\omega t & (\cos\varepsilon - 1) \cos\omega t \\ 0 & -(\cos\varepsilon - 1) & \sin\varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$$

Si l'on suppose à présent que très approximativement $\omega \simeq \omega_P$, il vient

$$\begin{aligned} \delta x_f &= \frac{1}{2} \sin\varepsilon (1 - \cos 2\omega t) \\ \delta y_f &= \frac{1}{2} \sin\varepsilon \sin 2\omega t \\ \delta z_f &= -(\cos\varepsilon - 1) \sin\omega t \end{aligned} \tag{1.11}$$

La courbe obtenue peut aisément être visualisée à l'aide du logiciel MATHEMATICA (fig. 1.3). Elle a la forme d'un huit collé sur une sphère. Sur la figure représentée ε a été fortement augmenté. En réalité le déplacement en latitude (au-dessous ou au-dessus de l'écliptique) est faible.

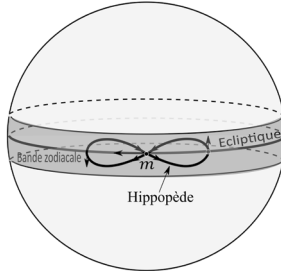


Figure 1.3 Hippopède

Ce mouvement sinueux de part et d'autre du plan de l'écliptique a été appelé hippopède par Eudoxe¹.

Il faut encore composer l'hippopède avec le mouvement moyen de l'astre le long de l'écliptique (point m sur la figure 1.3). On constate donc un petit mouvement d'oscillation, la longitude vraie de l'astre fournie par $(x_i + \delta x_f, y_i + \delta y_f, 0)$, étant en avance ou en retard sur la longitude moyenne fournie par $(x_i, y_i, 0)$, selon le signe de δx_f ou δy_f (fig. 1.4). On remarque aussi que $\delta z_f \neq 0$ traduisant un petit déplacement oscillant hors du plan de l'écliptique ou écart en latitude écliptique.

Ainsi se trouve expliquée, bien que sommairement, la cinématique des planètes, affectées de stations, de mouvements rétrogrades et de variations en latitude écliptique.

1. Comme le stratège militaire et historien grec Xénophon (426-354 av. J.-C.) l'a relaté dans son *Traité de l'équitation*, l'hippopède désignait la courbe que décrit un cheval, en le tirant par la bride, alternativement par le côté droit, puis par le côté gauche. On peut aussi traduire littéralement $\pi\pi\omicron\pi\acute{\epsilon}\delta\eta$ par « entrave du cheval » (lien en forme de huit couché que l'on mettait aux pattes avant du cheval pour limiter ses mouvements).

Le modèle d'Eudoxe est assurément astucieux d'un point de vue théorique, mais malheureusement il ne correspond pas à la réalité, même de façon grossière. Par exemple dans le modèle d'Eudoxe, les stations se produisent toujours aux mêmes points du zodiaque, ce qui n'est pas vrai. Ce modèle est l'œuvre d'un mathématicien pur, peu adonné à une observation minutieuse du ciel. De très nombreuses critiques ont vu le jour, déjà émises par des contemporains d'Eudoxe, mais qui pourtant ne savaient pas faire mieux que lui.

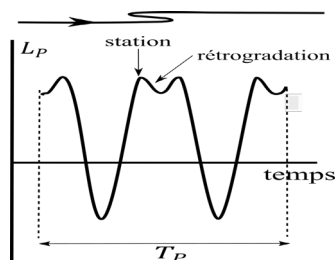


Figure 1.4 L_P longitude écliptique d'une planète (assimilée pour simplifier à x_f). T_P (période de révolution synodique). Au-dessus est dessinée la trajectoire apparente sur la voûte céleste.

Deux siècles plus tard, l'astronome grec Hipparque semble certes décrire Eudoxe comme un piètre observateur, ne sachant donner pas même la position d'une étoile dans le ciel ! Mais c'est là un jugement très sévère, injustifié, car Eudoxe avait fait faire un bond assez considérable à l'astronomie, ceci même si son modèle des sphères homocentriques, il faut le répéter, était très imparfait. Ainsi les critiques sont nombreuses et doivent être rapportées. L'imperfection la plus notable est celle relative à l'inégalité des durées des saisons, que le système d'Eudoxe n'expliquait pas¹. Ces durées étaient certes approximativement connues des Grecs à l'époque d'Eudoxe, mais suffisamment tout même pour constater le désaccord flagrant avec ce que prédisait son modèle. Les astronomes grecs savaient aussi que le rayon apparent de la Lune varie au cours du temps². Le modèle d'Eudoxe ne pouvait pas non plus rendre compte de ce phénomène puisque, par hypothèse, les mouvements ayant lieu sur des sphères centrées sur la Terre (l'observateur), les distances radiales ne varient pas. On verra par la suite comment pourtant les astronomes grecs sont parvenus à intégrer dans leur modèle les variations des distances des astres, tout en conservant le paradigme géocentrique et la perfection des orbites circulaires.

1. Durées boréales actuelles : Printemps 92,7 jours, Été 93,7 jours, Automne 89,9 jours, Hiver 89,0 jours environ.

2. On sait aujourd'hui, après les travaux de Kepler, que la variation apparente du rayon de la Lune est tout simplement due au fait que la Lune décrit une trajectoire non circulaire, mais elliptique, autour de la Terre. La distance qui sépare un observateur terrestre de la Lune varie et, avec elle, le rayon apparent. Mais l'abandon définitif de la « perfection du cercle » a pris énormément de temps, en effet près de 20 siècles séparent Eudoxe de Kepler !

5 Aristote et Calippe

Calippe¹ fut disciple d'Eudoxe et d'Aristote. On lui doit un calcul assez précis de la durée des saisons. Il en déduisit que le mouvement du Soleil le long de l'écliptique est irrégulier, déduction contraire au principe d'uniformité des mouvements célestes, pourtant admis par Eudoxe dans son modèle des sphères homocentriques. Il a semblé-t-il tenté d'améliorer le modèle de ce dernier, mais le cheminement de ses idées n'est pas connu. On a simplement quelques témoignages très vagues provenant de commentateurs ultérieurs, dont le plus connu est sans doute le philosophe grec Simplicios de Cilicie, au VI^e siècle de notre ère (latinisé en Simplicius)².

Aristote a cru bon ajouter encore d'autres sphères au modèle d'Eudoxe et Calippe. Mais non point pour des raisons astronomiques, mais son intention était de rendre compatible le modèle avec sa Physique. Selon la conception du Cosmos qu'avaient les Grecs, tout astre est enchassé dans une sphère de cristal, parfaitement transparente, qui tourne avec un mouvement parfaitement uniforme. On a vu que chez Eudoxe la cinématique de chaque astre nécessite l'utilisation de groupes de sphères homocentriques, par exemple comme nous l'avons décrit plus haut, un groupe formé de trois sphères pour la Lune, deux pour le Soleil (en fait trois chez Eudoxe par une fausse analogie avec la Lune), un groupe formé de quatre sphères pour chaque planète. Pour Aristote la nature a horreur du vide, aussi les groupes de sphères doivent-ils être tous contigus pour remplir complètement l'espace entre la Terre et la voûte céleste. Mais dans ce cas les groupes de sphères ne sont plus indépendants, les groupes situés à l'extérieur entraînant les groupes situés à l'intérieur (en partant de la plus extérieure qui entraîne toutes les autres, c'est-à-dire la sphère des fixes). Aristote a alors l'idée d'introduire des sphères intermédiaires, dotées de mouvements inverses et donc compensateurs. Finalement le modèle d'Aristote comptait 55 sphères (contre 26 chez Eudoxe). Mais d'un point de vue astronomique, l'apport d'Aristote est très faible, car il n'a su corriger aucun des défauts de l'astronomie d'Eudoxe et Calippe. De toute façon le modèle d'Eudoxe, même perfectionné par Calippe et Aristote, était incapable d'expliquer l'inégalité des saisons et la variation apparente du diamètre de la Lune et du Soleil (et pour une raison similaire la variation d'éclat des planètes). Il fut par la suite abandonné, car les phénomènes n'étaient pas saufs³. Dans le modèle des sphères d'Eudoxe-Calippe-Aristote, le mouvement des corps célestes reposait uniquement sur une combinaison de rotations 1. uniformes, 2. toutes centrées sur la Terre. L'abandon de la seconde hypothèse va conduire à la construction de nouvelles théories.

1. Calippe est un astronome grec du IV^e siècle av. J.-C., natif de Cyzique (Mysie) sur la Propontide (l'actuelle mer de Marmara, située entre la mer Égée et la mer Noire). Vers 330 av. J.-C. il propose de substituer au cycle de 19 ans, que Méton d'Athènes avait inventé 100 ans auparavant, un cycle luni-solaire de 76 ans, un peu plus exact pour prédire le retour des pleines et nouvelles lunes. La période correspondante s'appelle période calippique. Elle compte 27759 jours et 940 lunaisons.

2. R.J. Hankinson and I. Mueller : *Simplicius, On Aristotle On the Heavens*, Londres, Duckworth and Cornell University Press, *Ancient Commentators on Aristotle*, 2008 ; D. Konstan, J.O. Urmson, C. Hagen, B. Fleet and R. Mc Kirahan : *Simplicius, On Aristotle Physics*, Londres, Duckworth and Cornell University Press, coll. *The Ancient Commentators on Aristotle*, 2001. Quoiqu'il en soit le modèle d'Eudoxe n'était pas « sauvable » en augmentant le nombre de sphères homocentriques, ce à quoi pourtant s'était employé très certainement Calippe.

3. Sauver les phénomènes (σώζειν τα φαινόμενα) était la devise des astronomes grecs. Celle-ci avait été reprise au Moyen Âge.

6 Héraclide le Pontique et l'héliocentrisme partiel

Héraclide¹ est né à Héraclée, vers 388 av. J.-C., dans le royaume du Pont, sur les rives du Pont-Euxin². Il est mort à Athènes entre 320 et 310 av. J.-C. Il fut disciple de Platon et celui-ci lui confia pendant un temps l'administration de l'Académie (bien que cette charge ne lui revint pas à la mort de Platon). Il était considéré par ses contemporains comme un érudit maîtrisant la plupart des sujets philosophiques.

Dans ses *Dialogues*, il fait intervenir deux interlocuteurs plus ou moins fictifs, Hyketas et Ecphantos. Le premier, Hyketas, soutient que la Terre tourne sur-elle même d'ouest en est, ce qui crée l'illusion de la rotation diurne de la voûte céleste d'est en ouest (le Soleil se lève à l'est et se couche à l'ouest). Outre que l'idée est remarquable, elle montre qu'Héraclide concevait la notion de mouvement relatif. D'un point de vue purement cinématique, on ne peut pas trancher entre la rotation de la Terre autour de son axe et, au contraire, la rotation de la sphère des fixes autour du même axe, mais en sens inverse. Les deux rotations sont rigoureusement équivalentes. Toutefois il semble beaucoup plus simple de faire tourner un « petit » corps (la Terre) qu'un corps étendu (comme l'immense voûte céleste).

Le second, Ecphantos, fait tourner Vénus et Mercure, non point autour de la Terre (dépourvue de translation d'après lui), mais autour du Soleil. Le modèle d'Héraclide est donc hybride, à la fois géocentrique (pour la Lune, le Soleil, Mars, Jupiter et Saturne) et héliocentrique (pour Mercure et Vénus). Ce système précède de près de 20 siècles le modèle qu'élaborera le danois Tycho-Brahe à la fin du XVI^e siècle³, avec cette différence notable qu'il fait tourner la Terre autour de son axe, hypothèse non considérée par Tycho-Brahe!

À l'époque, les Grecs savaient que Mercure s'éloigne peu du Soleil. La valeur maximale de l'angle apparent qui sépare Mercure du Soleil (appelé élongation) est estimée entre 18° et 28° (pour Vénus cette valeur maximale est estimée entre 45° et 47°). C'est sans doute à partir de cette constatation qu'Héraclide a développé son idée.

7 Aristarque de Samos, le précurseur de Copernic

Aristarque, mathématicien et astronome, est né à Samos en Grèce vers 310 av. J.-C. (mais cette date est fort imprécise). Il serait mort vers 230 av. J.-C. à l'âge très avancé de 80 ans. Il est le premier représentant de l'École d'Alexandrie, dont seront issus par la suite de nombreux savants illustres⁴. D'un point de vue généalogique Aristarque a été l'élève du philosophe péripatéticien Straton de Lampsaque (vers 330-vers 270 av. J.-C.), qui a été disciple de Théophraste (vers 372-vers 288 av. J.-C.), lui-même condisciple et héritier d'Aristote (384-322 av. J.-C.). En quelque sorte Aristote était donc son arrière-grand père spirituel. Notons que Straton, beaucoup moins connu qu'Aristote, semble

1. Cf. P. Tannery, *Sur Héraclide du Pont*, *Revue des Études Grecques*, 31, Année 1899, 12-47, pp. 305-311, https://www.persee.fr/doc/reg.0035-2039_1899_num_12_47_5946.

2. Le Pont-Euxin est l'ancien nom de la mer Noire. Le royaume du Pont se trouvait dans une région située au nord de l'actuelle Turquie.

3. Tycho-Brahe fait tourner toutes les planètes autour du Soleil, puis le Soleil, accompagné du cortège planétaire, autour de la Terre. On ne sait évidemment pas si Héraclide n'a pas finalement pensé aussi à un tel scénario, auquel cas on pourrait le qualifier de Tycho-Brahe de l'Antiquité.

4. Cf. M. Mayerhof, *Aristarque de Samos, le Copernic de l'Antiquité*, *Bulletin de l'institut d'Égypte*, Année 1942, pp 269-274, https://www.persee.fr/doc/bie.1110-1938_1942_num_25_1_3675.

pourtant avoir largement dépassé ce dernier dans la compréhension de la physique et plus particulièrement en mécanique, ayant accepté des idées révolutionnaires, voire hérétiques pour l'époque (proches de celles enseignées par le philosophe matérialiste Épicure de douze ans son aîné). Nous reparlerons d'Épicure ultérieurement. Aristarque a certes été influencé par Straton, mais il connaissait aussi les travaux d'Eudoxe de Cnide et d'Héraclide du Pont. Aristarque a construit son système à partir d'observations minutieuses qu'il a effectuées à Alexandrie entre 288 et 274 av. J.-C. Ce sont sans doute ces observations, associées à une analyse des nombreux défauts du modèle d'Eudoxe, et par adoption de l'héliocentrisme partiel d'Héraclide du Pont, qui ont conduit Aristarque à tenter de proposer l'héliocentrisme comme nouveau paradigme, en lieu et place du géocentrisme. Dans son *de Placitis Philosophorum*, II, 24, l'historien grec Plutarque (45-125 de notre ère) rapporte que : *Aristarque place le Soleil au nombre des fixes, et fait au contraire, mouvoir la Terre dans le cercle solaire* (τὸν δὲ γὰρ κινεῖ περι τὸν ἑλιακὸν κύκλον). Mais Plutarque nous dit aussi qu'Aristarque fut très fortement critiqué par le stoïcien et panthéiste Cléanthe (né à Assos en Troade, vers 330 av. J.-C.). Ce dernier voulait même qu'Aristarque soit traduit en justice pour impiété. Imbu d'une religiosité extrême, Cléanthe, dans son traité *Contre Aristarque*, déclare qu'Aristarque a ébranlé sans vergogne la stabilité du Monde ; car ce dernier a osé déloger du centre du Monde la déesse Hestia (Vesta chez les Romains), à la fois gardienne du feu sacré et personnification de la Terre immobile¹. Remarquons que paradoxalement, bien que Cléanthe ait été géocentriste, il était en même temps antinomiquement « héliocratique », c'est-à-dire que pour lui le principe dominant dans les cieux était le Soleil. En cela il était opposé à Aristote pour qui le principe du Monde était la sphère des fixes et son centre, confondu avec la Terre. Au troisième siècle av. J.-C. il y avait donc en Grèce différentes écoles de pensée qui divisaient les philosophes. Une scission assez nette commençait aussi à apparaître entre ceux qui étaient plus philosophes qu'astronomes et qui raisonnaient avec des idées ; et à l'opposé, ceux qui étaient beaucoup plus astronomes que philosophes, et qui s'appuyaient sur des observations, même sommaires, pour développer leurs modèles cosmogoniques. Le polémiste Cléanthe était très peu versé dans les mathématiques, contrairement à Aristarque qui était un calculateur accompli. Il ne faut donc pas surestimer son rôle en science qui a été très marginal. Cependant on peut alors se demander pourquoi les Grecs ont continué de croire au géocentrisme plutôt que d'adhérer à l'héliocentrisme d'Aristarque. Il y a certes la grande figure d'Aristote, dont le géocentrisme reposait essentiellement sur la physique qu'il avait élaborée. Par contre Aristarque prêtait à la Terre deux mouvements : la Terre tourne autour de son axe rapidement en un jour et elle accomplit une révolution autour du Soleil en 365,25 jours. De ce fait il y avait des arguments, assez convaincants à l'époque, tirés de l'observationnel immédiatement accessible. En effet comment se fait-il par exemple que tout objet n'est pas expulsé par la rotation rapide de la Terre autour de son axe ? D'autre part si la Terre se déplace sur un grand cercle autour du Soleil, pourquoi les constellations ne sont-elles pas perçues se déformant au cours de l'année ? On devrait en effet voir la position angulaire d'une étoile proche changer par rapport au fond des étoiles plus lointaines, lorsque la Terre occupe différents emplacements sur son orbite autour du Soleil.

1. T.H. Martin, *Mémoires de l'Institut de France*, Année 1874, 28-1 pp. 335-353, https://www.persee.fr/doc/minf_0398-3609_1874_num_28_1_960.

4. La parallaxe

Cette « distorsion » du champ d'étoiles, appelée parallaxe, existe bel et bien, mais elle est infime, et n'était pas mesurable avec les moyens dont disposaient les Grecs dans l'Antiquité. La première mesure de parallaxe ne sera réalisée qu'en 1838, par l'astronome allemand Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846). Pour la plus proche étoile, Proxima Centauri, le déplacement angulaire n'est que de 0,76 seconde d'arc, ce qui correspond à une distance approximativement égale à 387 000 fois la distance Terre-Soleil ! Ce n'est donc véritablement qu'au XIX^e siècle que les astronomes confirmèrent l'héliocentrisme de façon définitive. On s'est alors rendu compte soudainement de l'immensité de l'Univers.

Remarquons toutefois que James Bradley (1693-1762) avait déjà fourni vers 1725 une preuve observationnelle de la révolution annuelle de la Terre autour du Soleil. Mais il mit 20 ans à interpréter son observation ! La vitesse de la lumière est finie. L'image d'une étoile met donc un certain temps pour nous parvenir.

Puisque la Terre se déplace autour du Soleil, elle possède une vitesse orbitale que l'observateur terrestre doit nécessairement composer avec celle de la lumière. On voit alors cette étoile se déplacer sur la voûte céleste suivant une petite ellipse apparente, dont l'excentricité dépend de la latitude écliptique de l'étoile, image aplatie de la trajectoire réelle que la Terre décrit autour du Soleil. La valeur maximale du demi-grand axe de cette ellipse est d'environ 20 secondes d'arc, ce qui était mesurable à l'époque de Bradley. Pour comprendre cet effet on peut imaginer une personne courant très rapidement sous une averse qui tombe à la verticale. Pourtant la personne reçoit l'averse en pleine face.

Toujours est-il qu'un siècle après Aristarque, un seul astronome ose encore soutenir l'héliocentrisme, Séleucos de Babylone (né à Séleucie, Mésopotamie, actuelle Irak)¹. Peu après, Aristarque sombre définitivement dans l'oubli pour 18 siècles, jusqu'à ce que les travaux de Copernic le réhabilite en 1543. Sans verser dans une histoire des sciences contrefactuelle, où en serions-nous aujourd'hui si le courant de pensée que tenta d'insuffler Aristarque avait supplanté celui, erroné, d'Aristote ?

Mais revenons à la science factuelle. C'est à partir de l'observation et le calcul qu'Aristarque établit petit à petit son principe révolutionnaire, fondement de l'héliocentrisme. Son important traité *Sur les grandeurs et les distances du Soleil et de la Lune*² est la seule de ses œuvres qui nous soit parvenue. Il s'agit d'un ouvrage de pure géométrie, la nature des corps célestes n'intervient pas. Aristarque y précise que la Terre et la Lune sont beaucoup plus petites que le Soleil. Suite à cette constatation, il paraît donc logique de supposer que la place qui revient au Soleil est le centre du Monde. Toutefois dans ce traité, Aristarque ne fait aucunement mention de l'héliocentrisme. Il y expose essentiellement comment il a tenté de mesurer la distance de la Terre à la Lune et de la Terre au Soleil. La doctrine héliocentrique d'Aristarque ne nous est connue que par quelques courts extraits, notamment ce passage tiré de l'Arénaire, un opuscule composé par Archimède (287-212 av. J.-C.), vers 230 av. J.-C. (date coïncidant avec celle de la mort d'Aristarque) :

1. Séleucos est connu entre autres par les écrits de l'historien et biographe grec Plutarque qui vécut au premier siècle ap. J.-C.

2. En grec ancien : *Περὶ μεγετώ και ἀποστημάτων ἡλίου και σεληνης*.

Le monde est appelé par la plupart des astronomes une sphère dont le centre est le même que celui de la Terre. Aristarque de Samos rapporte ces choses en les réfutant, dans les propositions qu'il a publiées contre les astronomes. D'après ce qui est dit par Aristarque de Samos, le Monde serait beaucoup plus grand que nous venons de le dire ; car il suppose que les étoiles et le soleil sont immobiles ; que la terre tourne autour du soleil comme centre¹.

Pour mesurer le diamètre de la Lune rapporté à celui de la Terre, Aristarque commence par choisir le diamètre de la Terre comme étalon de longueur² et pour unité de temps, la durée au cours de laquelle la Lune parcourt son propre diamètre. Lors d'une éclipse de Lune, celle-ci pénètre dans le cylindre d'ombre que produit la Terre³. L'ombre portée de la Terre est, en réalité, non pas tout à fait un cylindre, mais un cône de sommet le Soleil, car la distance à cet astre est évidemment finie. Le calcul nécessite alors l'emploi du théorème de Thalès, théorème qu'Aristarque connaissait. Mais supposer que l'ombre est cylindrique suffit amplement en toute première approximation. Compte tenu de sa très longue vie, il est fort probable qu'il a tenté de refaire ses calculs de façon plus précise. Mais si tel est le cas ceux-ci ont été irrémédiablement perdus. En admettant pour simplifier que le centre de la Lune y pénètre suivant un diamètre d'une section normale au cylindre, et qu'il y demeure avant d'en sortir environ deux fois l'unité de temps, la méthode permet d'évaluer grossièrement le diamètre de ce cylindre à trois diamètres lunaires, et donc que le diamètre de la Lune est égal à environ un tiers de celui de la Terre (en fait un calcul plus précis fournit 0,27). Il évalue par ailleurs à 2 degrés le diamètre angulaire de la Lune, Fort étonnamment cette estimation est très mauvaise, et même inacceptable de la part d'un astronome. Mais Aristarque raisonne ici en pur géomètre, et ce qui importe ici est la méthode. L'évaluation numérique, pour importante qu'elle soit, vient après.

5. Sous quel angle voit-on la Lune ?

Pour mesurer le diamètre angulaire de la Lune, il suffit en fait d'une simple règle à laquelle on colle à une extrémité un petit disque opaque qui recouvre très exactement le disque lunaire. On place ensuite son oeil à l'autre extrémité et on vise la Lune. Le lecteur pourra réaliser l'expérience lui-même : longueur de la règle 1 m, diamètre du disque 9 mm. En fait Archimède nous signale expressément qu'Aristarque est le premier à fixer le diamètre angulaire de la Lune et du Soleil à 0,5° (la Lune et le Soleil sont vus depuis la Terre sous le même diamètre angulaire, d'où la superposition quasi-exacte - coïncidence remarquable - lors d'une éclipse de Soleil).

Il semble d'ailleurs à ce sujet qu'il y ait une contradiction entre ce que nous relate Archimède sur Aristarque, avec ce que dit Aristarque lui-même dans son livre *sur les grandeurs et distances du Soleil et de la Lune*. En fait ce dernier stipule que l'arc

1. <https://remacle.org/bloodwolf/erudits/archimede/arenaire.htm>.

2. Aristarque ne connaissait pas *a priori* le rayon de la Terre. Comme nous le verrons ci-après cette détermination a été effectuée par Ératosthène en mesurant la direction des rayons solaires, simultanément à la fois à Syène et à Alexandrie (deux villes d'Égypte séparées par une distance connue, et situées à peu près sur le même méridien). L'astronome Ératosthène est né en 276 av. J.-C. et il est mort en 230 av. J.-C., c'est-à-dire qu'il était contemporain d'Aristarque. Ce dernier était-il au courant des travaux d'Ératosthène ?

3. On admet ici que le Soleil se trouve à l'infini.

soutendu dans le ciel par la Lune est la quinzième « partie » d'un signe zodiacal, soit 30° , en divisant le zodiaque en 12 parties égales. Toutefois il faut s'entendre sur la signification du mot « partie » (meros en grec ancien). Mais meros peut avoir plusieurs significations, aussi la question est-elle sans réponse (la valeur réelle est en fait proche de $0,5^\circ$). Aristarque en déduit finalement que la distance Terre-Lune est égale à 19 rayons terrestres (60,2 en réalité). Si l'on prend le diamètre angulaire de la Lune égal à $0,5^\circ$ et suivant la procédure d'Aristarque, on obtient 80 rayons terrestres pour la distance Terre-Lune, qui est alors une valeur sur-évaluée, mais plus acceptable. Pour la distance Terre-Soleil il estime à 87° l'angle entre les directions Terre-Lune et Terre-Soleil (en réalité $89,85^\circ$) lors d'un quartier lunaire, quand l'angle Soleil-Lune-Terre est exactement égal à 90° . Il peut donc en déduire que la distance Terre-Soleil, est environ 19 fois plus grande que la distance Terre-Lune (en réalité 390 fois), c'est-à-dire quelques 180 diamètres terrestres. Il détermine finalement que le diamètre du Soleil vaut 6,75 fois celui de la Terre (en réalité 109 fois!). D'après le calcul d'Aristarque le volume du Soleil est donc 307 fois plus grand que celui de la Terre. Pour Aristarque, la logique veut qu'un petit astre (la Terre) tourne autour du plus gros (le Soleil). Dans les faits les partisans d'Aristote ne sont pas convaincus, et même sont très hostiles à cette idée. En effet suivant la physique d'Aristote, le Soleil est fait de feu et la Terre de terre. Or les éléments légers (le feu) doivent « monter » vers la sphère des fixes et, au contraire, les éléments lourds (la terre) doivent « tomber » et se diriger vers le centre du Monde. Ce raisonnement, qui nous apparaît fantaisiste aujourd'hui, était à l'époque très difficile à remettre en question, car il reflétait simplement l'observation immédiate que l'on éprouve sur Terre (tant il est vrai qu'un objet matériel tombe et que les flammes d'un feu s'élèvent). Quoiqu'il en soit, même si Aristarque se trompe énormément sur les tailles et distances de la Lune et du Soleil, il est parmi les tout premiers astronomes à montrer que les méthodes géométriques, même très élémentaires et sans l'usage aucun de la trigonométrie, permettent d'accéder aux données que sont les dimensions, au moins relatives, des objets célestes et des distances¹. Ses successeurs n'auront de cesse que de perfectionner ses méthodes calculatoires.

6. L'évaluation de la distance Terre-Soleil après Aristarque

La valeur de la distance Terre-Soleil estimée par Aristarque (360 rayons terrestres, soit 2,3 millions km n'a pas été sensiblement améliorée par ses successeurs et ceci jusqu'au XVII^e siècle. En effet la méthode consistant à effectuer une mesure de l'angle entre les directions Terre-Lune et Terre-Soleil lors d'un quartier de Lune est absolument impraticable. Une valeur plus réaliste de cette distance, soit 140 millions de km (valeur exacte du rayon moyen de l'orbite terrestre : 149 millions de km) n'a été obtenue qu'en septembre 1672 par G.-D. Cassini, J. Picard et J. Richer, en utilisant une méthode indirecte, particulièrement délicate et laborieuse, mais précise.

1. Cf. J. L. Berggren and N. Sidoli, *Aristarchus's On the Sizes and Distances of the Sun and the Moon : Greek and Arabic Texts*, archive for History of Exact Sciences, Vol. 61, No. 3, May 2007, pp. 213-254. <https://www.jstor.org/stable/i40049901>.

Ces astronomes ont mesuré la parallaxe de Mars en opposition, lorsque le Soleil, la Terre et Mars, pris dans cet ordre, sont alignés (l'angle sous lequel on pouvait voir le rayon terrestre depuis Mars, soit 24 ± 5 secondes d'arc, à la date de septembre 1672). Ils en ont ensuite déduit la parallaxe du Soleil (l'angle sous lequel on voit le rayon terrestre depuis le Soleil, soit environ 9 ± 2 secondes d'arc), et donc sa distance à la Terre. Soudainement avec Cassini, Picard et Richer, la taille du système solaire se trouvait dilatée d'un facteur 60.

Nous allons maintenant voir en quoi l'hypothèse héliocentrique permet de comprendre aisément les grandes inégalités planétaires comme les stations et rétrogradations des planètes. Pour cela nous allons utiliser les méthodes de la trigonométrie et de l'algèbre. On rappelle que ces méthodes étaient inconnues d'Aristarque, qui ne raisonnait qu'à partir de figures géométriques représentées mentalement, ou encore tracées sur le sable ou sur des tablettes enduites de cire. Il a sans doute aussi utilisé des modèles à base de cordes schématisant les distances, ces cordes reliant des bâtons, fichés verticalement dans le sol, ceux-ci schématisant les divers astres.

Aristarque admet que la Terre tourne sur elle-même autour d'un axe incliné sur le plan de l'écliptique. Évidemment le mouvement réel des astres se voit désormais affranchi de la rotation diurne de la Terre. On ne s'occupe donc ici que des mouvements de révolution des planètes autour du Soleil. On supposera pour simplifier que les planètes circulent toutes dans un même plan (plan de l'écliptique) (fig. 1.5).

Soit $\vec{ST}$ et $\vec{SP}$ les rayons-vecteurs respectifs réperant le centre de la Terre et celui d'une planète depuis le Soleil pris pour origine. On a, en utilisant le théorème de Chasles

$$\vec{TP} = \vec{TS} + \vec{SP} = -\vec{ST} + \vec{SP} \quad (1.12)$$

Soit, en prenant le carré

$$D = \sqrt{R_{\oplus}^2 + R_P^2 - 2R_{\oplus}R_P \cos \varphi} \quad (1.13)$$

où $R_{\oplus}, R_P$ désignent respectivement le rayon de l'orbite terrestre, le rayon de l'orbite de la planète autour du Soleil et φ l'angle entre les directions $\vec{ST}$ et $\vec{SP}$ (fig. 1.5).

On suppose ici que les orbites sont circulaires, centrées sur le Soleil, et que la Terre et la planète parcourent leur orbite avec une vitesse angulaire constante, respectivement $\omega_{\oplus}$ et ω_P . Dans cette situation élémentaire, on a donc pour l'angle φ

$$\varphi = (\omega_{\oplus} - \omega_P)t \quad (1.14)$$

En choisissant l'origine du temps t à l'opposition (Soleil, Terre, planète alignés dans cet ordre). On peut alors suivre l'évolution de la distance D en fonction du temps t . D'une opposition à la suivante, l'angle φ varie de 2π . La durée correspondante est appelée période synodique de la planète (synode = rencontre), que nous noterons T_S ¹. La relation liant la période synodique et les périodes sidérales² de la Terre et de la

1. On rappelle que la vitesse angulaire ω et la période de révolution T sont liées par la relation : $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

2. On appelle période sidérale, la durée écoulée entre deux passages consécutifs d'une planète en coïncidence avec une étoile (supposée fixe).

planète, soit respectivement $T_{\oplus}$ et T_P , (avec $T_P > T_{\oplus}$ pour une planète supérieure telle que Mars) est donc

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_P} \quad (1.15)$$

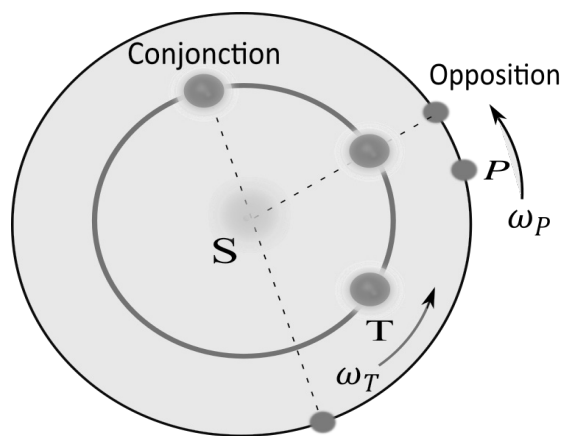


Figure 1.5

On prendra le rayon de l'orbite terrestre R_P pour unité, le rayon de l'orbite de la planète y est rapporté, soit $\frac{R_P}{R_{\oplus}}$, de même pour la distance Terre-planète, soit $\frac{D}{R_{\oplus}}$. La figure 1.6 fournit la représentation graphique de l'évolution de $\frac{D}{R_{\oplus}}$ en fonction du temps. Pour la planète Mars, on a $\frac{R_P}{R_{\oplus}} \sim 1,5$. On a pris le rayon de l'orbite terrestre égal à l'unité. Une autre observation est aussi expliquée par le modèle héliocentrique : la variation d'éclat des planètes au cours du temps, dont Mars est l'exemple emblématique. Optiquement, l'éclat $\mathcal{E}$ d'une planète est proportionnel à l'inverse du carré de la distance D . Les variations d'éclat de Mars sont spectaculaires et même un oeil non averti peut s'en apercevoir. On a représenté sur la figure 1.6 la variation relative d'éclat de Mars et l'on constate qu'elle est considérable. Ceci résulte du fait que la distance Terre-Mars varie au cours du temps entre 54,6 millions de kilomètres (à l'opposition, sous-entendu le Soleil et Mars sont alors vus opposés pour un observateur terrestre, les trois astres étant par ailleurs pratiquement alignés) et 401 millions de kilomètres (à la conjonction lorsque vue de la Terre Mars apparaît angulairement au plus proche du Soleil).

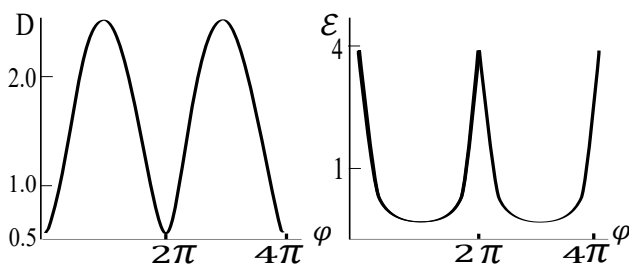


Figure 1.6

L'héliocentrisme permet donc de comprendre immédiatement, à la fois les inégalités planétaires les plus évidentes (stations et rétrogradations), mais aussi les variations d'éclat des planètes. Ces conclusions, certes grossièrement qualitatives à l'époque d'Aristarque, résultaient de ses travaux. Un écueil subsistait toutefois et non des moindres : les durées des saisons sont différentes. Elles avaient été déterminées assez précisément par Callipe. Le modèle d'Aristarque n'expliquait pas non plus les variations apparentes du diamètre du Soleil et de la Lune. Il ne rendait donc pas compte d'observations, somme toute immédiates, ce que ses contemporains lui ont fait immédiatement remarquer. La cinématique suggérée par Aristarque n'a pas convaincu et son modèle, pourtant ingénieux et proche de la réalité, est tombé rapidement dans l'oubli.

8 Ératosthène et la mesure de la Terre

Ératosthène était un mathématicien, et géographe grec du III^e siècle av. J.-C. Il est né à Cyrène (aujourd'hui Chahat) en Lybie vers 276 av. J.-C. Il est mort à Alexandrie en 194 av. J.-C. Vers 40 ans, à la demande de Ptolémée III, il devient directeur de la célèbre Bibliothèque d'Alexandrie. Cette bibliothèque contenait à ses débuts, dit-on, 400 000 rouleaux de papyrus. Elle fut construite sous le règne du pharaon Ptolémée 1^{er} vers 368–283 av. J.-C.¹, qui en a fait le plus grand centre intellectuel de l'Antiquité. Ératosthène avait donc accès à toutes les connaissances scientifiques établies par tous ses prédécesseurs, Grecs, Égyptiens et Babyloniens.

Sa méthode pour mesurer la circonférence terrestre nous est connue par un texte de Cléomède, philosophe, astronome et mathématicien grec, qui aurait vécu au premier siècle av. J.-C. Pour mesurer la circonférence terrestre Ératosthène a fait deux hypothèses :

1. La Terre est sphérique et de rayon R

Ératosthène en avait de multiples preuves : les marins savaient depuis très longtemps que lorsqu'ils s'éloignent en mer la cime des montagnes demeure visible alors que leur base est sous l'horizon ; l'ombre portée de la Terre sur la Lune lors d'une éclipse est circulaire ; lorsque l'on se déplace vers les latitudes élevées (vers le nord), certaines étoiles, visibles aux latitudes basses, passent en permanence sous l'horizon. Ces faits sont relatés dans le traité *Du Ciel* du philosophe Aristote, rédigé un siècle avant Ératosthène ; mais ils étaient d'ailleurs déjà connus des pythagoriciens au VI^e siècle av. J.-C.

2. Le Soleil est très éloigné de la Terre, et donc produit un faisceau quasi-parallèle de rayonnement.

Ératosthène savait par le récit de voyageurs que le jour du solstice d'été, à midi, le Soleil se trouve au zénith à Syène au sud de l'Égypte (l'actuelle Assouan). On peut y voir notamment le Soleil se refléter dans l'eau d'un puits profond. En ce lieu le fait ne se produit qu'une seule fois par an (Syène se trouve sur le tropique du Cancer). Le même jour à Alexandrie les obélisques donnent une ombre portée (fig. 1.7).

Les rayons solaires font avec un obélisque placé à Alexandrie un angle α qu'Ératosthène identifie à l'angle au centre de la Terre entre Alexandrie et Syène (par l'égalité

1. Ptolémée était un général de l'armée d'Alexandre le Grand. Il fut proclamé roi d'Égypte sous le nom de Ptolémée Sôter (le sauveur en grec ancien) en 305 av. J.-C.

des angles alterne-interne). La mesure donne $\alpha \simeq \frac{1}{50} \times 2\pi$. Ératosthène connaissait la relation liant la circonférence d'un cercle à son rayon, soit $2\pi R$. Pour un angle égal à α , l'arc de cercle entre Alexandrie et Syène est donc $l = R\alpha$.

Il faut maintenant mesurer l (distance entre Alexandrie et Syène). Ératosthène l'estime à 5000 stades (nous n'avons pas d'indications précises sur la méthode utilisée pour mesurer cette distance. Sans doute la tenait-il de voyageurs qui commerçaient entre ces deux villes). Il déduit finalement, par une simple règle de trois, la longueur de la circonférence terrestre, soit 250 000 stades ou 39 500 kilomètres, en choisissant naturellement le stade égyptien égal à 158 m, soit un rayon moyen de 6290 km (en réalité le rayon moyen est égal à 6378 km)¹. L'estimation d'Ératosthène est plutôt remarquable, malgré les nombreuses incertitudes dans les mesures : Alexandrie et Syène ne se trouvent pas exactement sur le même méridien (il s'en faut de quelques degrés), la distance entre Alexandrie et Syène était mal connue et les mesures d'angles n'étaient pas très précises. Sans doute celles-ci se sont-elles compensées.

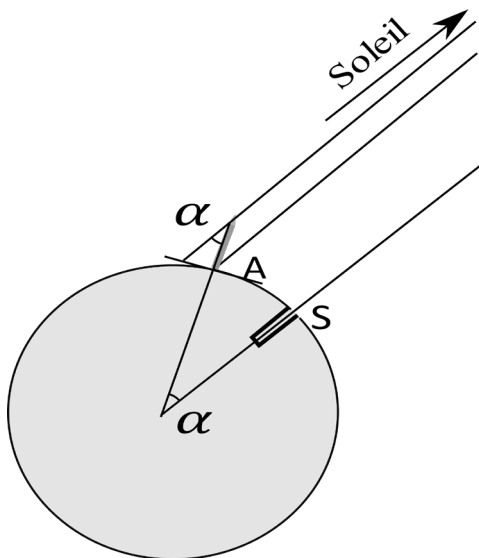


Figure 1.7 Mesure de la circonférence terrestre par Ératosthène

Notons qu'au début du XVI^e siècle (du vivant de Nicolas Copernic), on avait une estimation de la longueur de la circonférence terrestre qui n'était pas meilleure que celle calculée par Ératosthène, 1700 ans auparavant ! Ajoutons que les confusions sur les unités de longueur étaient en plus très courantes au Moyen Âge, pendant la Renaissance et même au-delà (elles variaient d'une contrée à l'autre). Ainsi pour citer un exemple célèbre, en 1492, Christophe Colomb s'est (astucieusement) basé sur une valeur nettement sous-estimée de la circonférence terrestre (30 000 km au lieu de 40 000 km) pour accomplir son voyage par l'ouest vers les Indes.

1. Notons que si l'on admet avec la « communauté platiste » que la Terre est plate, on trouve par le même calcul que le Soleil se trouve à environ 6400 km, qui est un résultat pour le moins totalement ridicule !

9 Archimède et la taille de l'Univers

Archimède est né à Syracuse (Sicile) vers 287 av. J.-C. Il meurt en 212 av. J.-C. dans cette même ville lors de son siège, tué par un soldat romain qui ne l'avait pas reconnu. On ne sait pratiquement rien sur sa vie. Ce que l'on connaît de lui provient essentiellement de l'historien Polybe (202-126 av. J.-C.). Archimède est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de l'Antiquité (une de ses découvertes majeures, le principe des corps flottants, est relatée par l'architecte romain Vitruve qui vécut au premier siècle av. J.-C.). Dans une lettre envoyée à son ami Dosithée, Archimède propose deux méthodes (une géométrique et l'autre mécanique) pour quarrer la parabole (calcul d'aire sous une courbe). Il y démontre le théorème suivant (que nous avons réécrit ici en langage moderne) : l'aire d'un segment de parabole (région délimitée par une parabole et une corde tendue entre deux points pris sur celle-ci) est égale aux $4/3$ de l'aire du triangle inscrit dont la médiane est parallèle à l'axe de la parabole (cf. <https://remacle.org/bloodwolf/erudits/archimede/parabole.htm>). Les procédures exposées pour calculer cette aire sont certes laborieuses, mais Archimède y fait preuve d'une habileté mathématique remarquable. Ces procédures ne seront dépassées que par l'invention de la méthode des indivisibles au début du XVII^e siècle, puis du calcul infinitésimal (fin du XVII^e siècle). Aujourd'hui évidemment tout élève de terminale effectue le calcul très rapidement en deux ou trois lignes.

Dans son introduction à l'*Arénaire*¹, s'adressant au roi Gélon (tyran de Syracuse), il dit : *Quant à moi, je vais faire voir par des démonstrations géométriques auxquelles tu ne pourras refuser ton assentiment, que parmi les nombres dénommés par nous dans les livres adressés à Zeuxippe*², *il en est qui excèdent le nombre des grains d'un volume de sable égal non seulement à la grandeur de la terre, mais encore à celui de l'univers entier* (<https://remacle.org/bloodwolf/erudits/archimede/arenaire.htm>).

Il se sert de considérations tirées de l'astronomie, mais c'est un prétexte (il n'est pas astronome, car son but réel est en fait de pouvoir manipuler des nombres extrêmement grands). Dans cet opuscule d'une dizaine de pages, outre l'anecdote du comptage du nombre de grains de sable, 10^{63} , qu'il faut pour remplir l'Univers (supposé fini), Archimède propose une méthode de numération pour les très grands nombres, en multiples de la myriade (μυριάς), soit 10 000.

Ce faisant Archimède s'est approché de près d'un système de numération positionnelle en base 10^8 . Il a fourni un équivalent primitif des lois modernes : $10^a \times 10^b = 10^{(a+b)}$ et $(10^a)^b = 10^{ab}$. On a ainsi $10^4 \times 10^4 = 10^8$. Les nombres compris entre 1 et 10^8 appartiennent à la première octade selon la terminologie d'Archimède. Le nombre 10^8 sert ensuite d'unité aux nombres de la seconde octade, jusqu'à 10^{16} : $10^8 \times 10^8 = 10^{16}$, et ainsi de suite. Finalement il définit l'unité de la 10^8 octade : $(10^8)^{(10^8)} = 10^{(8 \cdot 10^8)}$. L'ensemble de toutes ces octades constitue la première période. Le nombre $10^{(8 \cdot 10^8)}$ constitue à son tour l'unité de la seconde période, ... jusqu'à atteindre le nombre défiant l'imagination humaine de $((10^8)^{(10^8)})^{(10^8)} = 10^{(8 \times 10^{16})}$ (cf. P. Delsedime, *L'infini numérique dans l'Arénaire d'Archimède*, Archive for History of Exact Sciences, Vol. 6, No. 5 (6.VIII, 1970), pp. 345-359).

1. Le titre, l'*Arénaire*, vient du mot sable (arena en latin signifie sable ou carrière de sable). Le titre en grec est φαμίτης (tiré de ψάμμος, sable).

2. Les livres dont parle Archimède sont perdus et la personne à laquelle il les a adressés (un ami philosophe sans doute) nous est totalement inconnue.

7. Comment comptaient les Grecs ?

Les Grecs de l'Antiquité comptaient en base 10 comme nous (la base la plus naturelle, les dix doigts des mains). Ils disposaient de plusieurs systèmes de numération, dont les deux principaux sont appelés respectivement acrophonique (ou attique) et alphabétique (ou ionien, développé à Alexandrie à partir du III^e siècle av. J.-C.). Dans le système acrophonique, chaque chiffre ou nombre est désigné par l'initiale de son nom : I pour 1 (IOTA signifie « un peu » ou un), en pratique un simple trait, Γ pour 5 (ΠΕΝΤΕ=cinq, le Π athénien étant écrit comme un gamma), Δ pour 10 (ΔΕΚΑ=10), Η pour 100 (ΗΕΚΑΤΟΝ=100), Χ pour 1000 (ΧΙΛΙΑΙ=1000), Μ pour 10 000 (ΜΥΡΙΑΙ=10 000). Ce système est additif et de fait pas très économique : ΙΙ pour deux, ΙΙΙΙΙ pour 9 (les Romains disposaient quant à eux de la soustraction $9 = 10 - 1$ ou ΙΧ). L'écriture d'un nombre était assurément fastidieuse (on peut tenter d'écrire 99 999 par exemple). Toutefois les Grecs utilisaient un système multiplicatif pour désigner 50, 5000, 50 000 (un gamma « abritant » respectivement un delta, un Η, un Χ ou un Μ, ex. $50 \rightarrow (\Gamma \times \Delta)$, ...).

Dans le système alphabétique chaque chiffre, ou nombre, est désigné par une lettre de l'alphabet avec à droite une « corne » (κεραία en grec ancien), ressemblant à un accent aigu pour le différencier d'une lettre ordinaire, α' pour un, β' pour deux, γ' pour trois, ..., puis ι' pour 10, κ' pour 20, puis ρ' pour 100, σ' pour 200, ... Le système nécessitait donc 27 lettres, or l'alphabet grec n'en compte que 24. Trois lettres archaïques : digamma (Ϝ), koppa (Ϙ) et sampi (Ϡ) étaient donc utilisées pour désigner respectivement 6, 90 et 900. On peut aller ainsi jusqu'à 999. De 1000 à 9999, on recommençait ια pour 1000, ιβ pour 2000 (avec un indice bas placé à gauche, en fait un iota dit souscrit). Le système alphabétique est lui aussi additif, mais plus économique que le système acrophonique (ἄσπερος, élevé ; φωνή, son). Par exemple κ'γ' désigne 23 (20+3). Au-delà de 10 000 on utilisait un système hybride alphabétique-acrophonique. Les systèmes de numération grecs (non positionnels, contrairement au nôtre hérité des Indiens avec le zéro) étaient en fait fort mal commodes, et rendaient le calcul extrêmement difficile. Les Grecs utilisaient des abaquages à jetons, l'abaque étant une sorte de « machine à calculer » primitive. On pourra lire avec intérêt le livre de Georges Ifrah : *Histoire universelle des chiffres. L'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul*, Robert Laffont Paris, 1994, Collection : Bouquins, 2e éd.

Mais après cette digression mathématique, revenons à notre sujet principal, la mesure de l'Univers. Archimède commence par préciser les grandeurs de la Terre et du Soleil. Il fixe la taille de la circonférence terrestre à 300 myriades de stades¹. Une myriade correspondant à 10 000, on obtient 600 000 km ou 471 000 km, selon la valeur prise pour le stade, ce qui est très largement surestimé, la valeur réelle étant de 40 000 km (cette dernière estimation est proche de la valeur calculée par Ératosthène, savant qu'Archimède connaissait). Mais Archimède précise bien qu'il s'agit d'un majorant de la vraie valeur. Ensuite il majore le diamètre du Soleil à 30 fois le diamètre terrestre, soit 4,5 millions de kilomètres (valeur réelle 1,4 million de km). Il estime d'autre part

1. Le stade, ou stadion, est une unité de mesure de longueur utilisée dans la Grèce antique, équivalente à 200 m si l'on prend le stade olympique, ou 158 m pour le stade égyptien.

le diamètre angulaire du Soleil à environ $0,5^\circ$ (ce qui est proche de la valeur réelle, entre $0,525^\circ$ et $0,542^\circ$ selon le jour dans l'année, car l'orbite terrestre est elliptique). De là il évalue la circonférence de l'orbite terrestre (360°) à environ 720 fois le diamètre du Soleil, soit 3,2 milliards de kilomètres, puis le rayon de cette orbite à 509 millions de kilomètres (valeur réelle 150 millions de km). Il reprend ensuite la théorie d'Aristarque qui supposait que le rapport du rayon de la sphère des fixes (la voûte céleste) à la distance Terre-Soleil est égal au rapport de cette dernière au rayon de la Terre. On obtient ainsi pour la sphère des fixes (périphérie du Tout chez les Grecs, l'Univers aujourd'hui) un rayon de l'ordre de $3,4 \cdot 10^{12}$ km, qui est de l'ordre de 0,36 année-lumière¹. Certes aujourd'hui on sait que l'Univers est bien plus grand que cela (la distance nous séparant de la plus proche étoile est en fait de 4 années-lumière). Toutefois son calcul est absolument remarquable, et de plus Archimède crédite ainsi Aristarque et son modèle, en suggérant que l'orbite de la Terre autour du Soleil est infiniment petite, comparée à la taille de l'Univers. Si l'on en croit Archimède les parallaxes stellaires, variations angulaires de la position des étoiles au cours de l'année, sont infimes et par conséquent non mesurables avec les instruments disponibles à l'époque des Grecs. Cet état de fait persistera jusqu'au XVIII^e siècle ! Ainsi avec l'astronome Aristarque, puis avec le mathématicien Archimède les Grecs connaissaient très approximativement la taille de l'orbite de la Terre autour du Soleil (certes majorée d'un facteur trois chez Archimède), ainsi que la distance très approximative nous séparant de la plus proche étoile (certes minorée d'un facteur 11 chez Archimède). Où en serions-nous aujourd'hui si leurs successeurs les avaient écoutés et compris, plutôt que d'adopter les conceptions erronées des philosophes Platon et Aristote ? En fait le monde grec de l'époque était encore fortement empreint de mythologie et l'image que ces deux éminents philosophes donnaient du Cosmos était beaucoup plus en accord avec ce que l'on pourrait appeler le sens commun. Pour Platon et Aristote le Monde était régi par un être divin qui avait tout créé. Nécessairement la Terre et les lieux étaient de mesures impitoyables. L'idée que le système solaire soit un « point » comparé à la voûte céleste leur paraissait totalement absurde. Aristarque sombre alors dans l'oubli. Plus de 17 siècles passeront avant que son modèle ne retrouve la lumière.

10 Apollonios de Perge et l'excentrique

Apollonios est né probablement autour de 240 av. J.-C., à Perge en Pamphylie, dans l'actuelle Turquie (proche d'Antalya) ; mais il a surtout vécu à Alexandrie (Égypte) où il s'installe très jeune. La date de sa naissance est en fait très imprécise, certains historiens proposent même 260 av. J.-C., ce qui ferait alors de lui, pratiquement, un contemporain d'Archimède. On le crédite d'un nombre considérable de traités sur divers sujets allant de la géométrie à l'arithmétique (travaux sur les nombres irrationnels). Malheureusement, la plupart de ces ouvrages ne sont pas parvenus jusqu'à nous, mais on en connaît cependant les titres par des commentateurs tardifs. Il est célèbre pour son traité en huit livres sur les sections coniques, où il décrit et nomme l'ellipse, la parabole et l'hyperbole à partir de sections du cône. Mathématicien génial, il fut aussi sans conteste un grand astronome. On lui doit notamment une théorie de la Lune qui le rendit célèbre dans l'Antiquité. Il a l'idée géniale de proposer en astronomie une des-

1. L'année-lumière est la distance parcourue par la lumière en une année, soit près de 9500 milliards de km.

cription du mouvement des planètes en utilisant des cercles excentriques, dérogeant ainsi à la règle stricte d'un géocentrisme pur (la Terre, centre unique du Monde, autour de laquelle tout astre tourne). Apollonios démontre également l'équivalence cinématique entre cette description avec une autre assez proche, aussi imaginée par lui, où les orbites sont formées par des combinaisons de cercles déférents et de cercles épicycles. Si l'on prend l'exemple de la Lune, Apollonios ne suppose plus que le centre de l'orbite (cependant toujours supposée circulaire) est confondu avec la Terre, mais déplacé d'une certaine quantité arbitraire. Apollonios parvient ainsi à donner une explication qualitative aux variations de vitesse observées dans le mouvement de cet astre. Partant de la même idée, Il peut aussi expliquer en partie l'inégalité des saisons. Si l'on se réfère au principe des Grecs, qui était pour l'essentiel de sauver les apparences, son modèle, bien que quasi-géocentrique, est nettement meilleur que celui d'Aristarque. Pourtant l'héliocentrisme d'Aristarque est beaucoup plus proche de la réalité. Il faudra attendre le XVII^e siècle pour que Kepler résolve enfin cette énigme. Curieusement Kepler utilisera l'ellipse comme orbite des planètes, ellipse qui est une figure décrite par Apollonios lui-même ! On doit donc bien mesurer que les découvertes en science suivent des chemins très sinueux, et les génies d'une époque n'ont ni totalement tort, ni totalement raison. Ceux-ci reprennent les travaux inachevés de leurs devanciers, les critiquent et en modifient la substance, puis enfin transmettre des hypothèses renouvelées à leurs successeurs. Une vérité partielle ne s'établit que petit à petit, laborieusement au fil des générations ; la vérité ultime, absolue, si tant est que l'on puisse encore la définir, quant à elle, n'étant jamais atteinte.

L'excentrique fixe

Soit $\vec{TC}$ le rayon-vecteur repérant le centre du cercle orbital par rapport à la Terre et $\vec{CL}$ le rayon-vecteur repérant le centre de la Lune par rapport à C . Le centre C est supposé fixe (fig. 1.8).

La vitesse angulaire de la Lune est supposée constante et égale à ω_L . On a, en utilisant le théorème de Chasles

$$\vec{TL} = \vec{TC} + \vec{CL} \quad (1.16)$$

Soit, en prenant le carré ($R_L = |\vec{CL}|$ et $\Delta = |\vec{TC}|$)

$$D(t) = \sqrt{\Delta^2 + R_L^2 + 2\Delta R_L \cos \omega_L t} \quad (1.17)$$

Si on suppose que $\varepsilon = \frac{\Delta}{R_L} \ll 1$, cette relation peut encore être simplifiée. On obtient ainsi au premier ordre en ε

$$D(t) = R_L(1 + \varepsilon \cos \omega_L t) \quad (1.18)$$

et

$$\varphi(t) = \omega_L t - \varepsilon \sin \omega_L t \quad (1.19)$$

On remarque que bien que la Lune décrive le cercle excentrique avec une vitesse angulaire uniforme, la distance Terre-Lune varie autour d'une valeur moyenne R_L . Du point de vue observationnel depuis la Terre, le déplacement angulaire φ projeté sur le fond du ciel devient une fonction non linéaire du temps.