

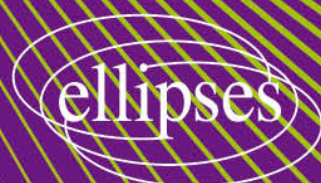


# ***Maths Spé***

**15 sujets-type corrigés**

## **ÉPREUVE ANTICIPÉE DU BAC**

QCM • Exercices de synthèse



# Sujet 1

## Épreuve anticipée de mathématiques

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

### PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

#### Question 1

Si  $a > 0$  alors :

A.	B.	C.	D.
$a = a^2$	$a \leq a^2$	$a \geq a^2$	$a \leq a^2$ ou $a^2 \geq a$ Cela dépend de la valeur de $a$ .

#### Question 2

Dans une classe de 30 élèves, 12 sont des filles. La proportion de filles est :

A.	B.	C.	D.
12%	25%	30%	40%

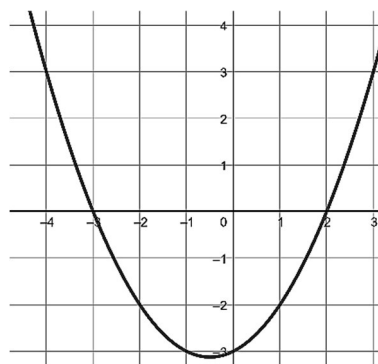
#### Question 3

Le prix d'un article est multiplié par 1,11. Cela signifie que l'article a subi :

A.	B.	C.	D.
Une hausse de 11€	Une hausse de 11%	Une hausse de 1,1%	Une hausse de 111%

#### Question 4

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction  $f$ .



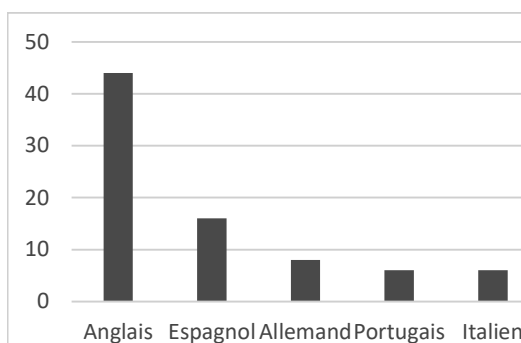
On lit graphiquement que :

A.	B.	C.	D.
$f(1) = 1$	$f(1) = -2$	$f(1) = 2,4$	$f(1) = f(-1)$

#### Question 5

Le diagramme en barres ci-contre présente la répartition des élèves d'un établissement en fonction de leur langue vivante 1.

On peut affirmer que la LV1 la plus suivie dans cet établissement est :



A.	B.	C.	D.
allemand	espagnol	anglais	italien

#### Question 6

On lance un dé cubique trois fois de suite. Le dé est truqué. On calcule que la probabilité d'obtenir au moins une fois 6 lors des trois lancers est égale à

0,19. On peut alors affirmer que la probabilité de n’obtenir aucun 6 lors des trois lancers est égale à :

A.	B.	C.	D.
0,81	0,91	1,19	0,19

### **Question 7**

On interroge un groupe de 300 personnes sur le thème de la lecture. Les réponses sont consignées dans le tableau ci-dessous :

	Lit au moins une heure par semaine	Lit moins d’une heure par semaine	Total
Moins de 30 ans	20	80	100
Entre 30 et 50 ans	80	40	120
50 ans et plus	70	10	80
Total	170	130	300

On choisit une personne de ce groupe au hasard et on définit les événements suivants :  $L$  « la personne lit au moins une heure par semaine »,  $A_1$  « la personne a moins de 30 ans »,  $A_2$  « la personne a entre 30 et 50 ans » et  $A_3$  « la personne a plus de 50 ans ».

$\frac{7}{8}$  correspond à la valeur de :

A.	B.	C.	D.
$P(A_3)$	$P(L \cap A_3)$	$P_{A_3}(L)$	$P_L(A_3)$

### **Question 8**

Un ingénieur calcule la vitesse maximale  $V$  d’un train à grande vitesse en km/h. Il est plus vraisemblable qu’il trouve :

A.	B.	C.	D.
$V = 25$	$V = 90$	$V = 350$	$V = 1240$

### Question 9

La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x - 1$  admet pour tableau de signe :

A.				B.			
$x$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	$x$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$+$	$f(x)$	$+$	$0$	$-$
C.				D.			
$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$	$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$+$	$f(x)$	$+$	$0$	$-$

### Question 10

Un potager de  $30 \text{ m}^2$  représente 2 septièmes de la surface d'un jardin. Le jardin a une surface totale égale à :

A.	B.	C.	D.
$27 \text{ m}^2$	$105 \text{ m}^2$	$210 \text{ m}^2$	$140 \text{ m}^2$

### Question 11

Lors d'un été très chaud, le niveau d'une nappe phréatique baisse de 30% au mois de juillet puis de 20% au mois d'août. Le niveau a globalement baissé de :

A.	B.	C.	D.
6%	44%	50%	56%

### Question 12

On considère la courbe d'équation  $y = \frac{6}{x}$ . Déterminer le point qui n'appartient pas à cette courbe :

A.	B.	C.	D.
$M(2; 3)$	$N(3; 3)$	$P(1; 6)$	$Q\left(\frac{1}{2}; 12\right)$

## DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

### Exercice 1 Etude d'une suite arithmético-géométrique

Soit  $(u_n)$  la suite réelle définie par  $u_0 = 10$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,5u_n + 3$ .

- 1- Montrer que  $(u_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2- Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $v_n = u_n - 6$ .
  - a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,5.
  - b) Donner l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - c) En déduire que pour tout entier naturel  $n$  :

$$u_n = 6 + 4 \times 0,5^n$$

- 3- Démontrer que la suite  $(u_n)$  est strictement décroissante.

- 4- On donne ci-contre les valeurs de termes de la suite  $(u_n)$  affichées par une calculatrice.

Conjecturer le comportement des termes  $u_n$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ .

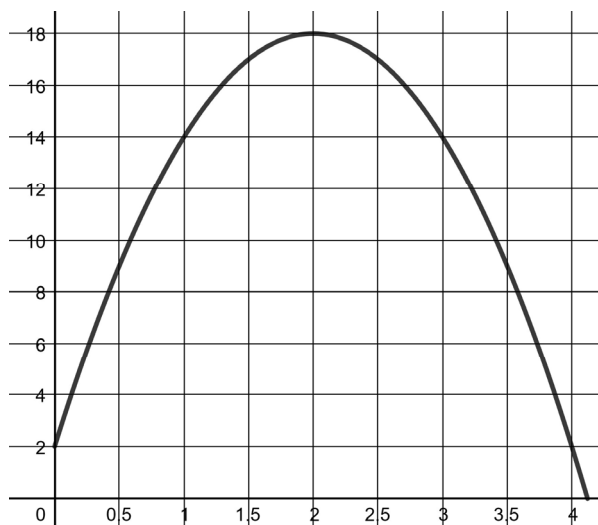
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP				
APP SUR + POUR $\Delta$ T61				
$n$	$u$			
8	6.0156			
9	6.0078			
10	6.0039			
11	6.002			
12	6.001			
13	6.0005			
14	6.0002			
15	6.0001			
16	6.0001			
17	6			
18	6			
<b><math>n=18</math></b>				

### Exercice 2 Etude de la hauteur atteinte par une balle en fonction du temps

On lance une balle en l'air et on étudie la hauteur  $h$  de la balle en fonction du temps. On admet que tant que la balle est en l'air, sa hauteur en mètres est donnée par  $h(t) = -4t^2 + 16t + 2$  où le temps  $t$  est exprimé en secondes.

L'expérience commence à  $t = 0$ .

1- On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction  $h$ .



Déterminer avec la précision permise par le graphique :

- a) La hauteur initiale  $h_0$  à partir de laquelle la balle est lancée ;
- b) La hauteur maximale  $h_m$  atteinte par la balle ;
- c) Le temps  $t_m$  au bout duquel la hauteur maximale est atteinte ;
- d) Le temps  $t_1$  au bout duquel la balle touche le sol.

2- On se propose de retrouver par le calcul les résultats de la première question.

- a) Calculer la hauteur initiale  $h_0$  à partir de laquelle la balle est lancée.
- b) Calculer le temps au bout duquel la hauteur maximale  $t_m$  est atteinte.  
En déduire la hauteur maximale  $h_m$  atteinte par la balle.
- c) Calculer avec la précision permise par l'aide au calcul ci-contre, le temps  $t_1$  au bout duquel la balle touche le sol.

Aide au calcul :  $16^2 = 256$  ;  
 $\sqrt{288} = 12\sqrt{2}$  et  
 $1,5\sqrt{2} \approx 2,12$

# Corrigé du sujet 1

## PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM

### Question 1

Si  $a = 0,5$  alors  $a^2 = 0,25$  et on a donc  $a^2 \leq a$ .

Si  $a = 2$  alors  $a^2 = 4$  et on a donc  $a^2 \geq a$ .

On observe donc que  $a$  et  $a^2$  ne sont pas toujours classés dans le même ordre.

Réponse D

*Rappel* : si  $a > 0$  alors  $a^2 < a$  si et seulement si  $0 < a < 1$ .

### Question 2

$$\frac{12}{30} \times 100 = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} \times 100 = \frac{2}{5} \times 100 = 2 \times \frac{100}{5} = 2 \times 20 = 40$$

Réponse D

*Astuce* : lors d'un calcul faisant intervenir des fractions, il est plus efficace d'opérer les simplifications au fur et à mesure plutôt que de calculer d'emblée tous les produits.

### Question 3

$$(1,11 - 1) \times 100 = 11$$

Réponse B

*Rappel* : connaissant le coefficient multiplicateur  $c$ , le pourcentage d'évolution associé est donné par  $t = (c - 1) \times 100$ . Si  $t > 0$  il s'agit d'une hausse, si  $t < 0$  il s'agit d'une baisse.



#### Question 4

Le point d'abscisse 1 de la courbe a une ordonnée égale à  $-2$  donc  $f(1) = -2$ .

Réponse B

*Rappel : les points de la courbe représentative de  $f$  sont exactement les points ayant des coordonnées du type  $(x; f(x))$ .*

#### Question 5

La hauteur de la barre correspond aux effectifs. C'est donc l'anglais qui est la LV1 la plus suivie dans cet établissement.

Réponse C

#### Question 6

« N'obtenir aucun 6 » est l'événement contraire de « obtenir au moins un 6 ». Sa probabilité est donc  $1 - 0,19 = 0,81$ .

Réponse A

*Rappel : si on considère un événement  $G$ , son événement contraire noté  $\bar{G}$  est l'événement réalisé par toutes les issues qui ne réalisent pas  $G$ . Il vérifie :  $P(\bar{G}) = 1 - P(G)$ .*

#### Question 7

Le choix se faisant au hasard, il y a équiprobabilité. On peut donc calculer les probabilités en faisant le quotient du nombre de cas favorables par le nombre de cas possibles.

$$P(A_3) = \frac{80}{300} = \frac{4}{15} ; P(L \cap A_3) = \frac{70}{300} = \frac{7}{30}$$

$$P_{A_3}(L) = \frac{70}{80} = \frac{7}{8} \quad \text{Ici } A_3 \text{ est réalisé, il y a donc 70 cas favorables parmi 80 cas possibles.}$$

$$P_L(A_3) = \frac{70}{170} = \frac{7}{17} \quad \text{Ici } L \text{ est réalisé, il y a donc 70 cas favorables parmi 170 cas possibles.}$$

Réponse C

Rappel : si  $G$  et  $H$  sont des événements relatifs à une même expérience aléatoire ( $H$  n'étant pas l'événement impossible), la probabilité conditionnelle que  $G$  se réalise sachant que  $H$  est réalisé se note  $P_H(G)$  et vérifie  $P_H(G) = \frac{P(G \cap H)}{P(H)}$ .

### Question 8

25 km/h est la vitesse moyenne du métro parisien.

90 km/h est la vitesse maximale autorisée sur certaines routes départementales en France. C'est inférieur à la vitesse maximale moyenne des Trains Express Régionaux (environ 160 km/h).

1240 km/h est la vitesse du son dans un air à 20°C.

350 km/h est l'ordre de grandeur de la vitesse maximale d'un train à grande vitesse circulant avec des passagers.

Réponse C

### Question 9

$f$  est une fonction affine non constante. On sait que ce type de fonction s'annule une fois en changeant de signe. Ici le coefficient directeur vaut 3 donc la fonction  $f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ . Il en résulte que lors du changement de signe,  $f$  passe du signe négatif au signe positif.

De plus le changement de signe a lieu en  $\frac{1}{3}$  puisque :  $3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ .

Réponse A

### Question 10

Si on note  $s$  la surface totale du jardin exprimée en  $\text{m}^2$  :  $\frac{2}{7} \times s = 30$ . On en déduit que :  $s = \frac{7}{2} \times 30 = \frac{7 \times 30}{2} = \frac{210}{2} = 105$ .

Réponse B

### Question 11

On doit calculer une évolution globale équivalente à deux évolutions successives.

Le coefficient multiplicatif associé à la première hausse est  $c_1 = 1,3$  ; celui associé à la deuxième est  $c_2 = 1,2$ . Le coefficient multiplicatif associé à l'évolution globale est donc  $c = c_1 \times c_2 = 1,56$ . On en déduit que le pourcentage d'évolution globale est  $t = (c - 1) \times 100 = 56$ .

Réponse D

*Astuce* :  $12 \times 13 = 10 \times 13 + 2 \times 13 = 130 + 26 = 156$  donc  
 $1,2 \times 1,3 = 156 \times 10^{-2} = 1,56$

### Question 12

Un point appartient à la courbe si et seulement si son abscisse  $x$  et son ordonnée  $y$  vérifient l'égalité  $y = \frac{6}{x}$ .

$\frac{6}{2} = 3$  donc  $M(2; 3)$  est un point de la courbe.

$\frac{6}{3} = 2$  donc  $N(3; 3)$  n'est pas un point de la courbe.

On peut pour se rassurer vérifier que  $P$  et  $Q$  sont des points de la courbe :

$\frac{6}{1} = 6$  et  $\frac{6}{\frac{1}{2}} = 6 \times 2 = 12$ .

Réponse B

## DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

### Exercice 1

1-  $u_0 = 10, u_1 = 0.5u_0 + 3 = 8, u_2 = 0.5u_1 + 3 = 7$

Ainsi :

- $u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$  donc  $(u_n)$  n'est pas arithmétique.
- $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$  donc  $(u_n)$  n'est pas géométrique.

*Méthode : pour montrer qu'une suite n'est pas arithmétique, il suffit de trouver deux couples de termes consécutifs qui n'ont pas la même différence (faite dans le même ordre). Et pour montrer qu'une suite n'est pas géométrique, il suffit de trouver deux couples de termes consécutifs qui n'ont pas le même quotient (formé de la même manière).*

2-

- a) Objectif : montrer que pour tout entier naturel  $n \geq 0$ ,

$$v_{n+1} = 0,5v_n.$$

Pour tout entier naturel  $n$  :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6 \text{ par définition de la suite } (v_n)$$

$$v_{n+1} = 0,5u_n + 3 - 6 \text{ d'après la relation de récurrence de } (u_n)$$

$$v_{n+1} = 0,5u_n - 3$$

$$v_{n+1} = 0,5(v_n + 6) - 3 \text{ car } u_n = v_n + 6$$

$$v_{n+1} = 0,5v_n + 3 - 3$$

$$v_{n+1} = 0,5v_n$$

On en déduit que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,5.

- b) On sait que pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = v_0 \times 0,5^n$ .

$$\text{De plus } v_0 = u_0 - 6 = 4.$$

$$\text{Ainsi pour tout } n \geq 0, v_n = 4 \times 0,5^n.$$

- c) On sait que pour tout  $n \geq 0$ ,  $u_n = v_n + 6$  donc :

$$u_n = 6 + 4 \times 0,5^n$$

- 3- Objectif : montrer que pour tout  $n \geq 0$ ,  $u_{n+1} - u_n < 0$ .

Pour tout  $n \geq 0$  :

$$u_{n+1} - u_n = 0,5u_n + 3 - u_n$$

$$\begin{aligned}
 u_{n+1} - u_n &= -0,5u_n + 3 \\
 u_{n+1} - u_n &= -0,5(4 \times 0,5^n + 6) + 3 \\
 u_{n+1} - u_n &= -2 \times 0,5^n - 3 + 3 \\
 u_{n+1} - u_n &= -2 \times 0,5^n \\
 \text{Or } 2 > 0 \text{ et } 0,5^n > 0 \text{ donc } -2 \times 0,5^n < 0.
 \end{aligned}$$

Finalement  $(u_n)$  est strictement décroissante.

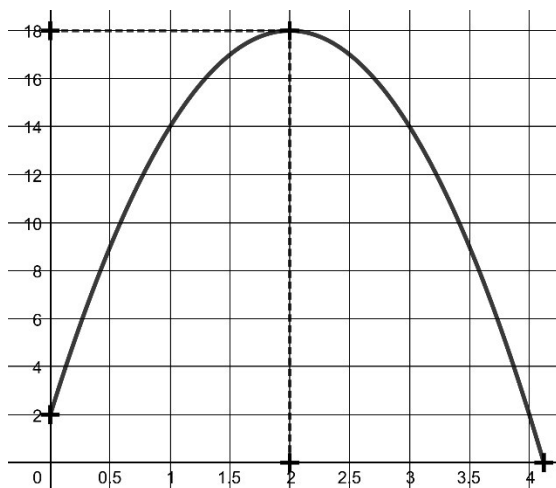
Méthode : étudier le signe de  $u_{n+1} - u_n$  en fonction de  $n$  est la démarche la plus courante pour déterminer les variations d'une suite  $(u_n)$ .

- 4- On peut conjecturer que les termes  $u_n$  se rapprochent infiniment de 6 lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ .

□

## Exercice 2

- 1- On lit graphiquement (voir graphique complété ci-contre) :
- $h_0 = 2$  mètres.
  - $h_m = 18$  mètres.
  - $t_m = 2$  secondes.
  - $t_1 \simeq 4,1$  secondes.



2-

- a) Il s'agit de calculer  $h(0)$ .

$$\text{Or : } h(0) = -4 \times 0^2 + 16 \times 0 + 2 = 2.$$

On retrouve bien que  $h_0 = 2$  mètres.

- b)  $h(t)$  est un trinôme du second degré de la forme  $at^2 + bt + c$  avec  $a = -4$ ,  $b = 16$  et  $c = 2$ .

$$\text{On sait que } h \text{ atteint son maximum pour } t = -\frac{b}{2a} = 2.$$

On retrouve bien que  $t_m = 2$  secondes.

De plus :

$$h(t_m) = h(2) = -4 \times 4 + 32 + 2 = 18 \quad \text{et on retrouve donc aussi que } h_m = 18 \text{ mètres.}$$

- c) La balle touche le sol signifie exactement que  $h(t) = 0$ . Il s'agit donc ici de résoudre l'équation du second degré :

$$-4t^2 + 16t + 2 = 0$$

$$\Delta = 16^2 - 4 \times 2 \times (-4) = 256 + 32 = 288$$

Il y a donc deux racines réelles :

$$t_1 = \frac{-16 - \sqrt{288}}{-8} = 2 + \frac{12\sqrt{2}}{8} = 2 + 1,5\sqrt{2}$$

$$t_2 = \frac{-16 + \sqrt{288}}{-8} = 2 - \frac{12\sqrt{2}}{8} = 2 - 1,5\sqrt{2}$$

$t_2 < 0$  donc la seule solution acceptable est  $t_1$ .

On retrouve alors avec l'aide au calcul que  $t_1 \approx 4,12$ .

□



## Sujet 2

### Épreuve anticipée de mathématiques

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

### PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

#### Question 1

On peut affirmer que :

A.	B.	C.	D.
$\frac{11}{12} < \frac{12}{13}$	$\frac{11}{12} > \frac{12}{13}$	$\frac{11}{12} = \frac{12}{13}$	Il est impossible de comparer ces deux nombres.

#### Question 2

Un drapeau a une aire de  $2 \text{ m}^2$ . Cela représente :

A.	B.	C.	D.
$0,002 \text{ cm}^2$	$0,2 \text{ cm}^2$	$200 \text{ cm}^2$	$20\,000 \text{ cm}^2$

#### Question 3

Une boîte contient 20 billes. Dans cette boîte la proportion de billes vertes est égale à 0,3. Le nombre de billes vertes dans la boîte est égal à :



A.	B.	C.	D.
6	3	5	17

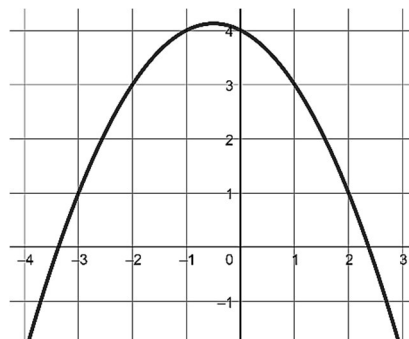
#### Question 4

Le matin à 7h00 il fait  $12^{\circ}\text{C}$ . A 10h00 la température a augmenté de 30%. A 10h00 il fait :

A.	B.	C.	D.
$15^{\circ}\text{C}$	$16^{\circ}\text{C}$	$15,6^{\circ}\text{C}$	$42^{\circ}\text{C}$

#### Question 5

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction  $g$ . On veut déterminer graphiquement les antécédents de 1 par  $g$ .



On peut affirmer que :

A.	B.	C.	D.
1 n'a pas d'antécédent	3 est l'antécédent de 1	-3 et 2 sont les antécédents de 1	1 a le même antécédent que -2

#### Question 6

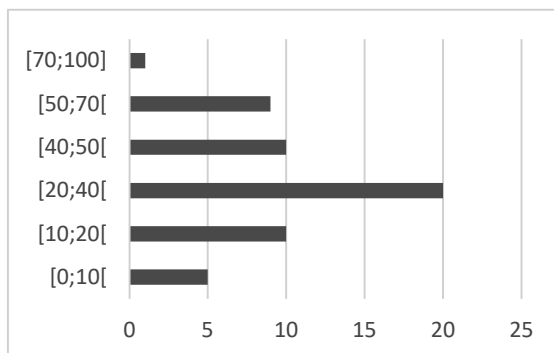
Parmi les nombres ci-dessous, lequel ne peut pas être une probabilité :

A.	B.	C.	D.
$10^{-3}$	$\frac{20}{19}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0,42

### Question 7

On a résumé les effectifs d'un club de tennis de table en fonction de l'âge des adhérents dans le diagramme ci-contre.

Parmi les 4 propositions ci-dessous, déterminer celle qui est assurément fausse.



A.	B.	C.	D.
L'âge moyen des adhérents est de 27 ans.	Certains adhérents ont plus de 70 ans.	La moitié des adhérents a entre 20 et 40 ans.	Le troisième quartile de la série est égal à 54.

### Question 8

La forme factorisée de  $(a + 1)^2 - 3(a + 1)$  est :

A.	B.	C.	D.
$-(a + 1)$	$(a + 1)(-a - 2)$	$(a + 1)(a - 2)$	$a^2 - a - 2$

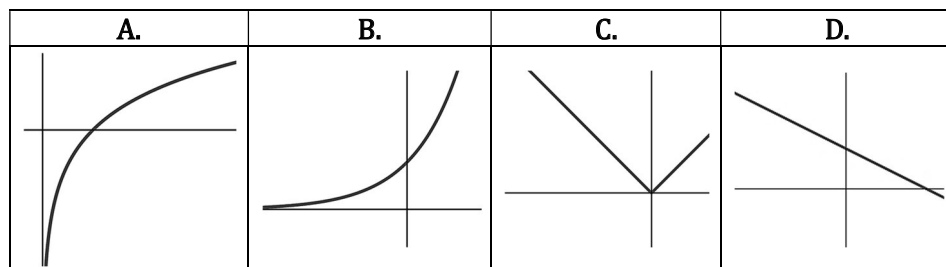
### Question 9

Un train a diminué sa vitesse de 20% à cause d'un incident sur la voie. Pour retrouver le niveau d'avant l'incident, le conducteur doit augmenter la vitesse de :

A.	B.	C.	D.
20%	25%	30%	40%

### Question 10

Parmi les 4 représentations graphiques ci-dessous, déterminer celle qui correspond à une fonction affine.



### Question 11

On lance un dé cubique. La probabilité d'obtenir chacune des faces est donnée dans le tableau ci-dessous :

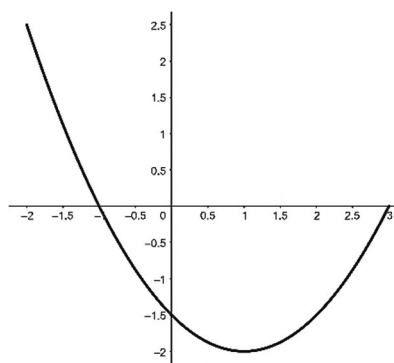
Face 1	Face 2	Face 3	Face 4	Face 5	Face 6
0,1	0,1	0,25	0,3	0,1	0,15

La probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 lors d'un lancer est :


A.	B.	C.	D.
0,3	0,45	$1 - 0,1 \times 0,15$	0,75


### Question 12


On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction  $h$  définie sur l'intervalle  $[-2; 3]$ .




Le tableau des variations de  $h$  est :

A.			
$x$	-2	2,6	3
$h$			

B.			
$x$	2,5	-2	0
$h$			

C.			
$x$	-2	-1	3
$h$			

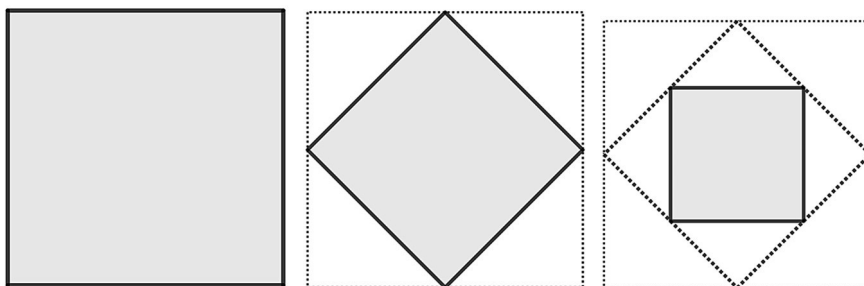
D.			
$x$	-2	1	3
$h$			

## DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

### Exercice 1 Etude d'un pliage

On considère une feuille de papier carrée de côté 16 cm. On effectue un pliage de cette feuille en ramenant les coins au centre de telle manière à obtenir un nouveau carré. Puis on réitère ce procédé.

Les deux premières étapes sont décrites par les figures ci-dessous.



### Partie A Etude de la surface des carrés successifs

Pour tout entier naturel  $n$ , on note respectivement  $c_n$  le côté (en cm), et  $a_n$  l'aire (en  $\text{cm}^2$ ), du carré obtenu après  $n$  étapes. Ainsi  $c_0 = 16$  et  $a_0 = 16^2 = 2^8 = 256$ .

- 1- Calculer  $c_1$  puis  $a_1$ .
- 2- Justifier que pour tout entier naturel  $n$ ,  $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n$ .

- 3- En déduire l'expression de  $a_n$  en fonction de  $n$ .
- 4- Calculer l'aire du carré obtenu après 10 pliages.

### Partie B Etude de l'aire totale

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $S_n$  la somme des  $(n + 1)$  aires des carrés successifs obtenus lors de  $n$  pliages :  $S_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n$ .

- 1- Montrer que pour tout entier naturel  $n$  :

$$S_n = 2^9 \left( 1 - \frac{1}{2^{n+1}} \right) = 512 \left( 1 - \frac{1}{2^{n+1}} \right)$$

- 2- On donne ci-contre des valeurs de termes de la suite  $(S_n)$  obtenues à l'aide d'une calculatrice.

Conjecturer le comportement des termes  $S_n$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ .

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

NORMAL FLOTT AUTO REEL RAD MP				
APP SUR + POUR $\Delta$ Tbl				
$n$	$u(n)$			
8	511			
9	511.5			
10	511.75			
11	511.88			
12	511.94			
13	511.97			
14	511.98			
15	511.99			
16	512			
17	512			
18	512			
$n=8$				

### Exercice 2 Etude d'une fonction homographique

Soit  $f$  la fonction définie pour tout nombre réel  $x \neq -\frac{1}{2}$  par :

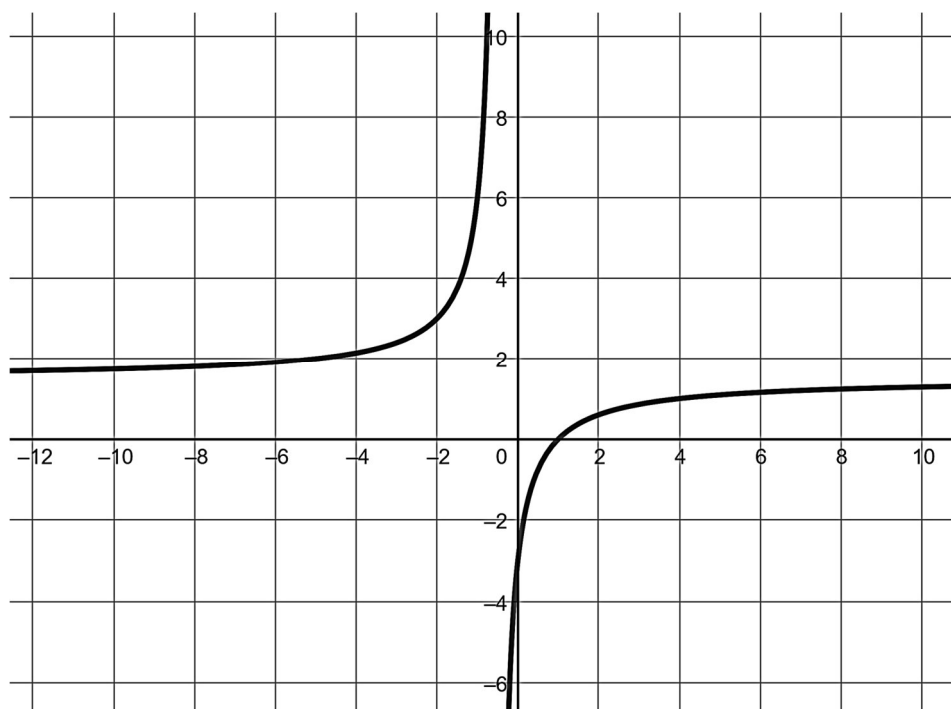
$$f(x) = \frac{3x - 3}{2x + 1}$$

- 1- On admet que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ .

Montrer que pour tout  $x \neq -\frac{1}{2}$ ,  $f'(x) = \frac{9}{(2x+1)^2}$ .

- 2- En déduire les variations de  $f$  sur son ensemble de définition.

- 3- On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$ . Montrer que  $\mathcal{C}$  admet exactement deux tangentes de coefficients directeurs égaux à 1.
- 4- Déterminer l'équation réduite de chacune de ces tangentes puis les tracer sur le graphique ci-dessous.



# Corrigé du sujet 2

## PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM

### Question 1

$$\frac{11}{12} - \frac{12}{13} = \frac{11 \times 13 - 12^2}{12 \times 13} = \frac{143 - 144}{12 \times 13} = -\frac{1}{12 \times 13} < 0$$

Réponse A

Astuces :

- pour comparer deux nombres, on peut étudier le signe de leur différence.
- $11 \times 13 = 10 \times 13 + 13 = 130 + 13 = 143$  et  
 $12^2 = (10 + 2)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 2 + 4 = 100 + 40 + 4 = 144$

### Question 2

1 m correspond à 100 cm donc 1 m<sup>2</sup> correspond à 100 × 100 cm<sup>2</sup>. Or 100 × 100 = 10 000.

Réponse D

### Question 3

$$20 \times 0,3 = 2 \times 10 \times 0,3 = 2 \times 3 = 6$$

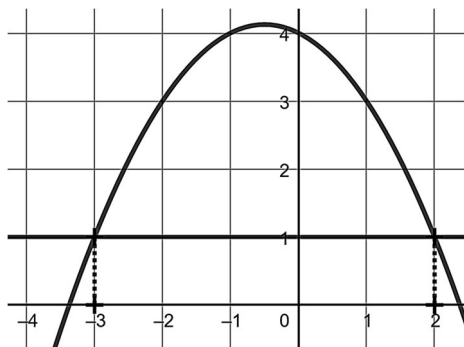
Réponse A

### Question 4

Le coefficient multiplicatif associé à une hausse de 30% est  $1 + \frac{30}{100} = 1,3$ .  
De plus :  $12 \times 1,3 = 10 \times 1,3 + 2 \times 1,3 = 15,6$ .

Réponse C

### Question 5



Réponse C

***Méthode :** pour déterminer graphiquement les antécédents d'un réel  $a$  par une fonction  $f$ , on trace la droite d'équation " $y = a$ ", on repère les éventuels points d'intersection avec la courbe représentative de  $f$  et on lit les abscisses de ces points.*

### Question 6

$\frac{20}{19} > 1$  donc ce nombre ne peut être une probabilité.

Réponse B

***Rappel :** la probabilité d'un événement est un nombre compris au sens large entre 0 et 1.*

### Question 7

Il y a 55 adhérents dans ce club.

On ne peut pas calculer l'âge moyen mais 27 est une valeur possible : on ne peut pas affirmer que la proposition A est fausse.

L'effectif de la classe d'âge des plus de 70 ans n'est pas nul donc la proposition B est vraie.

Il y a 20 adhérents âgés de 20 à 40 ans donc la proposition C est fausse.



Il est possible qu'environ 25% des adhérents aient plus de 54 ans donc on ne peut pas affirmer que la proposition D est fausse.

Réponse C

### Question 8

Pour tout réel  $a$  :

$$(a + 1)^2 - 3(a + 1) = (a + 1)((a + 1) - 3) = (a + 1)(a - 2)$$

Réponse C

### Question 9

Le coefficient multiplicatif associé à une baisse de 20% est  $1 - \frac{20}{100} = 0,8$ . Le coefficient  $c_r$  associé à l'évolution réciproque est donc  $c_r = \frac{1}{0,8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ .

On obtient alors le pourcentage d'évolution réciproque  $t_r$  par :

$$t_r = (c_r - 1) \times 100 = (1,25 - 1) \times 100 = 25.$$

Réponse B

### Question 10

Une fonction affine est représentée par une droite non verticale.

Réponse D

*Rappel : la réciproque est également vraie i.e toute droite non verticale est la représentation graphique d'une fonction affine.*

### Question 11

L'événement « obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 » est réalisé par les issues « obtenir 1 », « obtenir 2 », « obtenir 3 » et « obtenir 4 ». On obtient sa probabilité en ajoutant les probabilités élémentaires associées à ces quatre issues :  $0,1 + 0,1 + 0,25 + 0,3 = 0,75$ .

Réponse D