

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES INFORMATIQUE

Pour consolider les acquis du lycée et réussir le 2^e semestre

ECG
2^e semestre

Sébastien Krief-Détraz

ellipses

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	1
Sommaire	3
1 Conditionnement & Indépendance	5
1 Probabilité conditionnelle	6
1.1 Définition	6
1.2 Formule des probabilités composées	7
1.3 Formule des probabilités totales	8
1.4 Arbre de probabilité	8
1.5 Formule de Bayes	9
2 Indépendance	9
2.1 Indépendance de deux événements	9
2.2 Indépendance des événements contraires	10
2.3 Indépendance de n événements	10
Exercices	12
Corrigé des exercices	18
2 L'espace vectoriel \mathbb{R}^n	29
Introduction	29
1 L'espace vectoriel \mathbb{R}^n	31
1.1 Définitions	31
1.2 Combinaisons linéaires	32
1.3 Base canonique de \mathbb{R}^n	32
2 Sous-espaces vectoriels de \mathbb{R}^n	33
2.1 Définition	33
2.2 Sous-espace vectoriel engendré	34
2.3 Méthode	37
3 Bases et familles libres	37
3.1 Bases d'un sous-espace vectoriel	37
3.2 Familles libres	38
4 Rang d'une famille de vecteurs	42
Exercices	43
Corrigé des exercices	48

3	Graphes	61
1	Graphes non orientés	62
1.1	Définitions et premières propriétés	62
1.2	Parcourir un graphe	64
2	Graphes orientés	66
3	Matrice d'adjacence d'un graphe	67
4	Graphes pondérés	69
5	Graphes et réseaux sociaux	70
	Exercices	72
	Corrigé des exercices	77
	Travaux Pratiques : Graphes	87
	Corrigé du T.P. : Corrigé du T.P. Graphes	90
4	Calcul différentiel	93
1	Nombre dérivé	94
1.1	Définitions	94
1.2	Interprétation graphique	95
1.3	Approximation affine locale	96
2	Fonctions dérivées	97
3	Fonctions dérivées et opérations	98
3.1	Somme et produit	98
3.2	Quotient	99
3.3	Formules usuelles de dérivation	99
3.4	Dérivée et composition	101
3.5	Formulaire de dérivation	103
4	Fonctions dérivées et variations	103
5	Extremum d'une fonction	104
5.1	Extremum local, extremum global	104
5.2	Optimisation	105
6	Inégalité des accroissements finis	106
	Exercices	107
	Corrigé des exercices	112
	Activité : Équations fonctionnelles	125
	Corrigé de l'activité : Équations fonctionnelles	127
	Travaux Pratiques : Méthode de Newton	129
	Corrigé du T.P. : Méthode de Newton	130
5	Séries numériques	133
1	Séries numériques	134
1.1	Définition	134
1.2	Nature d'une série	134
1.3	Série à termes positifs	136
1.4	Séries absolument convergentes	136
2	Séries usuelles	138
2.1	Séries géométriques	138
2.2	Série exponentielle	138
2.3	Séries de Riemann	139
	Exercices	140
	Corrigé des exercices	142
	Travaux Pratiques : Sommes & Séries	150
	Corrigé du T.P. : Sommes & Séries	151

6	Statistiques univariées	153
1	Vocabulaire	154
2	Effectifs et fréquences cumulés	155
	2.1 Effectifs et fréquences	155
	2.2 Effectifs et fréquences cumulés	155
3	Représentations graphiques d'une série statistique	156
4	Indices de position	157
	4.1 Mode d'une série statistique	157
	4.2 Médiane d'une série statistique	157
	4.3 Moyenne d'une série statistique	158
5	Indices de dispersion	159
	5.1 Étendue d'une série statistique	159
	5.2 Écart interquartile d'une série statistique	160
	5.3 Variance & écart-type d'une série statistique	160
6	Bilan	161
	6.1 Diagrammes en boîtes	162
	6.2 Remarques générales	162
7	Exercices	162
	Corrigé des exercices	165
	Travaux Pratiques : Opération Pandas	170
7	Convexité des fonctions numériques	181
1	Dérivées successives	181
	1.1 Fonction dérivée seconde	181
	1.2 Dérivées d'ordre supérieur	182
2	Convexité : approche graphique	183
	2.1 Fonctions convexes et fonctions concaves	183
	2.2 Point d'inflexion	185
3	Convexité et dérivation	186
	3.1 Convexité et dérivées	186
	3.2 Point d'inflexion et dérivée seconde	188
4	Étude et représentation d'une fonction	188
	Exercices	189
	Corrigé des exercices	195
8	Applications linéaires	209
	Introduction	209
1	Quelques rappels	210
2	Définition et premières propriétés	210
3	Applications linéaires et matrices	213
4	Noyau et image	215
	4.1 Noyau	215
	4.2 Image	216
5	Autour du rang	218
	5.1 Rang d'une matrice, rang d'une application linéaire	218
	5.2 Théorème du rang	219
6	Compléments	220
	6.1 Retour sur les systèmes linéaires	220
	6.2 De belles figures	221
	6.3 Restrictions et généralisations	225
	Exercices	226
	Corrigé des exercices	230

9	Primitives	245
1	Définitions et premières propriétés	245
2	Calculs de primitives	247
Exercices		249
Corrigé des exercices		252
10	Espaces probabilisés	257
1	Événements	257
2	Espaces probabilisés	259
2.1	Définitions	259
2.2	Théorèmes de limite monotone	260
3	Conditionnement & Indépendance	262
3.1	Probabilités conditionnelles	262
3.2	Formules usuelles	262
3.3	Indépendance	263
Exercices		265
Corrigé des exercices		269
Travaux Pratiques : Probabilités		278
Corrigé du T.P. : Probabilités		279
11	Intégration sur un segment	281
Introduction		281
Activité		282
1	Notion d'intégrale	284
1.1	Intégrale d'une fonction continue et positive	284
1.2	Dérivabilité de l'intégrale	285
1.3	Propriété fondamentale de l'intégrale	286
2	Intégrale d'une fonction continue	287
2.1	Théorème d'existence de primitives	287
2.2	Généralisation de l'intégrale aux fonctions continues	287
2.3	Propriétés linéaires de l'intégration	289
2.4	Relation de Chasles	289
2.5	Intégrale et aire	290
2.6	Intégrale et relation d'ordre	292
3	Intégration par parties	293
4	Changement de variable	294
Pour aller plus loin		296
Exercices		297
Corrigé des exercices		308
12	Variables aléatoires discrètes	335
1	Définitions et premières propriétés	336
2	Espérance d'une variable aléatoire discrète	340
3	Variance d'une variable aléatoire discrète	342
Exercices		346
Corrigé des exercices		350
Travaux Pratiques : Variables aléatoires discrètes		360
Corrigé du T.P. : Variables aléatoires discrètes		361

13	Équations différentielles	365
1	Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants	366
1.1	Équation différentielle linéaire homogène $y' = ay$	366
1.2	Équation différentielle $y' = ay + b$	368
1.3	Équation différentielle $y' = ay + f$	368
2	Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants	370
2.1	Équation différentielle linéaire homogène $y'' + ay' + by = 0$	370
2.2	Équation différentielle $y'' + ay' + by = f$	372
3	Autres équations différentielles	373
4	Trajectoires	374
	Exercices	376
	Corrigé des exercices	384
	Activité : Libérée, dérivée : l'intégrale	397
	Corrigé de l'activité : Libérée, dérivée : l'intégrale	399
	Travaux Pratiques : Méthode d'Euler	401
	Corrigé du T.P. : Méthode d'Euler	403
14	Lois discrètes usuelles	407
1	Lois discrètes finies	407
1.1	Variable aléatoire certaine	408
1.2	Loi uniforme $\mathcal{U}(\llbracket 1 ; n \rrbracket)$	408
1.3	Loi de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$	410
1.4	Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$	411
2	Lois discrètes infinies	412
2.1	Loi géométrique $\mathcal{G}(p)$	412
2.2	Loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$	413
3	Fonction de répartition	414
	Exercices	416
	Corrigé des exercices	420
	Travaux Pratiques : Jeu de lois	427
	Corrigé du T.P. : Jeu de lois	429
	Objectif concours	433
	Corrigé	438
	Commandes informatiques	449