

Jean-Marc Ginoux

Mathématiques pour le BUT

Cours avec plus de 160 exercices corrigés



Table des matières

1	Fonctions d'une variable réelle	13
1.1	Définitions	13
1.1.1	Introduction	13
1.1.2	Ensemble de définition	14
1.1.3	Notation et représentation graphique	14
1.1.4	Détermination pratique de l'ensemble de définition	15
1.1.5	Continuité	16
1.1.6	Limites	17
1.2	Parité – Périodicité	18
1.3	Dérivées	19
1.3.1	Taux de variations	19
1.3.2	Dérivabilité en un point x_0	19
1.3.3	Interprétation géométrique	20
1.3.4	Opérations sur les fonctions dérivables	21
1.3.5	Extremum – Extrema	24
1.4	Fonction réciproque (inverse) – Bijection	24
1.5	Exercices	27
1.6	Correction des exercices	29
2	Étude de fonctions	35
2.1	Domaine et / ou intervalle de définition	35
2.2	Limites	35
2.3	Dérivée – Dérivabilité	37
2.4	Tableau de variations	37
2.5	Représentation graphique	37
2.6	Exemple	37
2.6.1	Domaine et intervalle de définition	37
2.6.2	Limites	38
2.6.3	Dérivée – Dérivabilité	38
2.6.4	Tableau de variations	38

2.6.5	Représentation graphique	39
2.7	Exercices	40
2.8	Correction des exercices	41
3	Fonctions trigonométriques	47
3.1	Cercle trigonométrique	47
3.2	Fonctions circulaires	48
3.2.1	La fonction sinus	48
3.2.2	La fonction cosinus	49
3.2.3	La fonction tangente	50
3.2.4	La fonction cotangente	50
3.2.5	Angles remarquables	51
3.3	Fonctions circulaires inverses	51
3.3.1	La fonction arcsinus	51
3.3.2	La fonction arccosinus	52
3.3.3	La fonction arctangente	53
3.3.4	La fonction arccotangente	54
3.4	Exercices	55
3.5	Correction des exercices	56
4	Fonctions hyperboliques	67
4.1	Fonctions exponentielle, puissance et logarithme	67
4.1.1	La fonction exponentielle de base a ($a > 0$)	67
4.1.2	La fonction logarithme de Neper	68
4.1.3	La fonction puissance	69
4.2	Fonctions hyperboliques	70
4.2.1	La fonction sinus hyperbolique	70
4.2.2	La fonction cosinus hyperbolique	70
4.2.3	La fonction tangente hyperbolique	71
4.3	Fonctions hyperboliques inverses	72
4.3.1	La fonction argsinus hyperbolique	72
4.3.2	La fonction arccosinus hyperbolique	72
4.3.3	La fonction argtangente hyperbolique	73
4.4	Exercices	73
4.5	Correction des exercices	75

5	Développements limités	83
5.1	Introduction	83
5.2	Définitions	84
5.3	Théorème de Taylor-Young	84
5.4	Propriétés des développements limités	85
5.4.1	Somme, produit et quotient de D.L.	85
5.4.2	Développement d'une fonction composée	85
5.5	Application au calcul des limites	86
5.6	Développements limités usuels	87
5.7	Exercices	87
5.8	Correction des exercices	89
6	Fractions rationnelles	95
6.1	Définitions et propriétés	95
6.1.1	Définition	95
6.1.2	Pôle d'une fraction rationnelle	95
6.1.3	Partie entière d'une fraction rationnelle	96
6.2	Décomposition d'une fraction en éléments simples	96
6.2.1	Décomposition en éléments simples de I ^{re} espèce	97
6.2.2	Décomposition en éléments simples de II ^e espèce	99
6.3	Exercices	100
6.4	Correction des exercices	102
7	Intégrales	109
7.1	Primitives	109
7.1.1	Définitions et théorèmes	109
7.1.2	Interprétation géométrique d'une primitive	110
7.2	Intégrales	117
7.3	Propriétés	117
7.4	Valeur moyenne d'une fonction	118
7.5	Intégration Par Parties (IPP)	118
7.6	Méthodes d'intégration	119
7.6.1	Changement de variables	119
7.6.2	Intégrales usuelles (abéliennes)	121
7.7	Exercices	124
7.8	Correction des exercices	126
8	Matrices	135
8.1	Utilité des matrices	135
8.1.1	Translation uniforme et principe de relativité	135
8.1.2	Rotation uniforme	138

8.1.3	Intersection de deux droites	140
8.2	Définitions et opérations	142
8.2.1	Définitions	142
8.2.2	Somme de deux matrices	143
8.2.3	Produit d'une matrice par un scalaire	143
8.2.4	Produit de deux matrices	143
8.2.5	Propriétés	144
8.2.6	Matrice transposée	144
8.3	Déterminants et équations linéaires	145
8.3.1	Déterminants du second ordre	145
8.3.2	Déterminants du troisième ordre – Méthode de Sarrus	145
8.3.3	Résolution d'un système d'ordre deux – Méthode de Cramer	146
8.3.4	Résolution d'un système d'ordre trois – Méthode de Cramer	147
8.4	Inversion d'une matrice	147
8.4.1	Première méthode	147
8.4.2	Deuxième méthode par l'adjointe	148
8.5	Diagonalisation de matrices	149
8.5.1	Calcul des valeurs propres	149
8.5.2	Calcul des vecteurs propres	149
8.5.3	Matrice de passage	152
8.6	Exercices	153
8.7	Correction des exercices	156
9	Équations différentielles ordinaires	165
9.1	Introduction	165
9.1.1	Utilité des équations différentielles	165
9.1.2	Modèles de type prédateur-proie	167
9.2	Équations différentielles ordinaires (EDO)	169
9.2.1	Définition	169
9.2.2	EDO du 1 ^{er} ordre sans second membre	170
9.2.3	EDO du 1 ^{er} ordre avec second membre (rhs)	170
9.2.4	EDO du 2 nd ordre sans second membre	171
9.3	Étude des oscillations	174
9.3.1	Oscillations harmoniques	174
9.3.2	Oscillations amorties	176
9.4	Exercices	179
9.5	Correction des exercices	183
10	Fonctions de plusieurs variables	197
10.1	Introduction	197
10.2	Définition	197

10.2.1 Fonctions de deux variables	197
10.2.2 Fonctions de trois variables	198
10.3 Limites – Continuité	199
10.3.1 Fonctions de deux variables	199
10.3.2 Fonctions de trois variables	199
10.3.3 Continuité	200
10.4 Dérivabilité en M_0	201
10.4.1 Fonctions de deux variables	201
10.4.2 Fonctions de trois variables	202
10.5 Développement limité au voisinage de M_0	203
10.5.1 Fonctions de deux variables	203
10.5.2 Fonctions de trois variables	203
10.6 Extrema d'une fonction de plusieurs variables	204
10.6.1 Fonctions de deux variables	204
10.6.2 Fonctions de trois variables	204
10.7 Exercices	205
10.8 Correction des exercices	207
11 Intégrales multiples	213
11.1 Intégrales doubles	213
11.1.1 Intégrales à variables séparables	214
11.1.2 Intégrales par intégrations successives	214
11.1.3 Intégrales par passage en coordonnées polaires	217
11.2 Intégrales triples	218
11.2.1 Intégrales à variables séparables	218
11.2.2 Intégrales par intégrations successives	218
11.2.3 Intégrales par passage en coordonnées sphériques	219
11.3 Applications	220
11.3.1 Calcul du volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h	220
11.3.2 Calcul du volume d'une sphère de rayon R	220
11.4 Exercices	221
11.5 Correction des exercices	222
12 Courbes paramétrées	225
12.1 Introduction	225
12.2 Exemple de courbe paramétrée : le cercle	228
12.3 Courbes paramétrées en coordonnées cartésiennes	232
12.4 Définition 1	232
12.4.1 Plan d'étude d'une courbe paramétrée	232
12.5 Courbes paramétrées en coordonnées polaires	236
12.5.1 Définition 1	236

12.5.2	Passage en coordonnées polaires <i>et vice versa</i>	237
12.5.3	Définition	237
12.5.4	Tangente en un point	237
12.5.5	Branches infinies	238
12.5.6	Points doubles	239
12.5.7	Plan d'étude d'une courbe paramétrée	239
12.6	Exercices	240
12.7	Correction des exercices	242
A	Nombres complexes	263
A.1	Introduction	263
A.2	Définitions et interprétations	265
A.2.1	Forme algébrique d'un nombre complexe	265
A.2.2	Forme géométrique d'un nombre complexe	265
A.2.3	Forme conjuguée d'un nombre complexe	266
A.2.4	Module d'un nombre complexe	267
A.3	Forme trigonométrique d'un nombre complexe	267
A.3.1	Formules d'Euler	268
A.3.2	Formule de Moivre	269
A.3.3	Racine n ^e d'un nombre complexe	270
B	Raisonnement par récurrence	273
B.1	Introduction	273
B.2	Exemple 1	273
B.3	Exemple 2	274
C	Suites numériques	277
C.1	Définitions	277
C.2	Variations	278
C.3	Suites arithmétiques – Suites géométriques	279
C.3.1	Suites arithmétiques	279
C.3.2	Suites géométriques	280
	Bibliographie	281
	Index	283
	Index terminologique	283