1re

Spé

Maths

1 DEVOIR PAR SEMAINE

Devenez incollable à l'écrit !

ellipses

Introduction

1 Présentation de l'année

Le programme de la Spécialité Mathématiques de Première est très volumineux. Il se décompose en 5 thèmes : l'algèbre, l'analyse, la géométrie, les probabilités et l'informatique pour un total de 11 chapitres.

- **Algèbre**
  1. Suites
  2. Équations et fonctions du second degré
- **Analyse**
  3. Dérivation
  4. Variations et courbes représentatives de fonctions
  5. Fonction exponentielle
  6. Fonctions trigonométriques
- **Géométrie**
  7. Calcul vectoriel et produit scalaire
  8. Géométrie repérée
- **Probabilités**
  9. Probabilités conditionnelles
  10. Variables aléatoires et réelles
- **Informatique**
  11. Notion de liste.

Toutes les notions ne sont pas d'égale difficulté.

Thème	Chapitres	Difficulté
Algèbre	1. Suites	★★★★
	2. Équations et fonctions du second degré	★★
Analyse	3. Dérivation	★★★
	4. Variations et courbes représentatives de fonctions	★★
	5. Fonction exponentielle	★
	6. Fonctions trigonométriques	★

Thème	Chapitres	Difficulté
Géométrie	7. Calcul vectoriel et produit scalaire	★★★
	8. Géométrie repérée	★★
Probabilités	9. Probabilités conditionnelles	★
	10. Variables aléatoires et réelles	★
Informatique	11. Notion de liste	★

Tous ces chapitres sont réutilisés en Terminale Spé Mathématiques de manière plus approfondie. Cette année est donc importante et non négligeable pour vos études supérieures.
Dans ce livre, on a utilisé le langage de programmation Python très pratique pour la notion de liste.

Vous trouverez systématiquement des questions de cours. En effet, de nombreux enseignants se plaignent que les élèves n'apprennent que peu ou pas du tout leurs définitions et propriétés.

Dans chaque corrigé, une rédaction type, succincte mais complète est proposée. Là aussi, les enseignants y sont de plus en plus attentifs. Lorsqu'on ne sait pas comment rédiger, il convient de respecter un principe très simple : on prend la question de l'énoncé qu'on reformule à la tournure affirmative.

2 Méthodes de travail

Concernant les contrôles

Il faut évidemment être préparé avant un contrôle. Cela commence par bien connaître son cours et avoir son matériel : les piles de sa calculatrice, copies, brouillon, stylos en quatre couleurs, effaceur, correcteur, etc. et surtout le matériel de géométrie (compas, rapporteur, crayon, gomme).

Durant l'épreuve

La première étape commence par lire le sujet globalement (et rapidement) pour pouvoir estimer le temps que l'on va consacrer aux différents exercices (s'il y a un barème, c'est plus simple, sinon, on peut le demander à son professeur s'il veut bien le donner).

La deuxième consiste à faire le sujet :

- Si on sait faire la question, on justifie bien sa réponse, de façon soignée.
- Si on bloque, on peut s'aider de la calculatrice, d'un graphique, d'un schéma afin de débloquer la situation. Si c'est un QCM et que l'on sait qu'à chaque question, il n'y a qu'une seule bonne réponse, on peut raisonner par élimination : éliminer les mauvaises réponses plutôt que de trouver la bonne... Si on bloque toujours, on peut mettre le maximum d'informations afin de grappiller quelques points.

- Structurer votre copie de sorte que ce soit bien lisible pour le correcteur, cela donne une bonne image globale et évite de mettre le correcteur dans de mauvaises conditions. Souligner le résultat en rouge, de manière à rendre une copie claire et agréable à lire.

Après l'épreuve

Après avoir reçu la copie corrigée par l'enseignant, étudie-la et en particulier ce qui n'a pas été compris. La correction te permettra de comprendre où tu bloques. Quelques jours après, refais les exercices que tu n'as pas su faire pour t'entraîner et retravailler les notions qui n'ont pas été acquises. C'est une étape indispensable pour réviser le prochain contrôle.

3 Méthodes face aux contrôles

Te voilà face à ta copie avec tout ce que tu as accompli pour être dans les meilleures conditions. Il ne reste plus qu'à remplir cette copie !

Encore quelques petits conseils :

- **Regarde l'énoncé dans sa globalité**

  Cela permet de savoir par quoi tu vas commencer, ce qui apporte le plus de points, ce que tu maîtrises le plus, le moins...

- **L'organisation**

  En fonction du nombre de points et des difficultés des exercices, tu dois pouvoir accorder un certain timing par exercice pour ne pas perdre trop de temps sur des choses qui ne t'apporteront pas beaucoup de points au final.

  Prends tout le temps nécessaire. Ce n'est pas un sprint. Le premier à rendre sa copie n'a pas de point supplémentaire. En revanche, tu peux grappiller le maximum de points en allant jusqu'au bout.

- **Face aux exercices**

  Tu fais les questions dans l'ordre, en structurant bien ta copie. Ce que tu as réussi à faire, tu peux noter un V sur l'énoncé à la question correspondante. Ce que tu n'as pas réussi, tu peux y mettre une croix sur l'énoncé afin de pouvoir y revenir plus facilement si tu as du temps. Tu peux également laisser un espace sur la copie.

  Pour chaque question, tu peux (et souvent tu dois) utiliser les résultats précédents. Quand on bloque, n'hésite pas à laisser des traces de ton raisonnement. Quand il n'y a rien, il n'y a aucun point. Quand il y a quelque chose, on peut espérer quelques points, même si le raisonnement n'a pas abouti. Si tu bloques, la calculatrice (si elle est autorisée) peut éventuellement t'aider. Essaie de faire des liens avec un théorème, un exemple... vus dans tes révisions.

  Relis bien la question, parfois au bout de quelques minutes dans une réflexion on ne sait plus ce qu'il faut faire et on risque de faire quelque chose qui n'a plus rien à voir.

Du soin

Soigne ta copie. Imagine-toi à la place du professeur qui va être face à ta copie (et en fait à plusieurs tas de copies). Corriger un devoir illisible est une tâche assez déplaisante pour un enseignant. C'est long et pénible. Assure-toi de ne pas lui compliquer cette mission en lui imposant de déchiffrer chaque ligne et de deviner tes réponses mal structurées. Le temps perdu et l'agacement ne sont pas des gages pour avoir sa clémence.

Devoirs

Devoir 1

Notions abordées
- Notion de suite
- Mode de génération d'une suite
- Calculs et expression de termes d'une suite

Exercice 1.1

2/20 pts — 5 min

Questions de cours

1. Donner la définition d'une suite.
2. Donner les cinq modes de génération d'une suite.

Exercice 1.2

6/20 pts — 15 min

QCM

Dans chaque question, une seule réponse exacte. Toute réponse proposée doit être accompagnée d'une justification.

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 2n+3$. Alors :
   - a. $u_0 = 0$
   - b. $u_2 = 3$
   - c. $u_3 = 2$
   - d. $u_{10} = 23$

2. On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 1 \\ u_0 = 7 \end{cases}$. Alors :
   - a. $u_0 = 1$
   - b. $u_1 = 16$
   - c. $u_2 = 31$
   - d. $u_2 = 33$

3. On considère la suite (u_n) définie par u_n désigne le n^e nombre premier. Alors :
   - a. $u_4 = 11$
   - b. $u_5 = 11$
   - c. $u_7 = 19$
   - d. $u_7 = 13$

4. On considère la suite (u_n) définie par le programme ci-dessous :

```
def u(n):
    return 3*n+7
```

Alors :
   - a. $u_0 = 3$
   - b. $u_3 = 7$
   - c. $u_{10} = u_{11} - 3$
   - d. $u_5 = 21$

5 On considère la suite (u_n) définie par le programme ci-dessous :

```
def u(n):
    if n==0:
        return 25
    else:
        return u(n-1)+4
```

Alors :

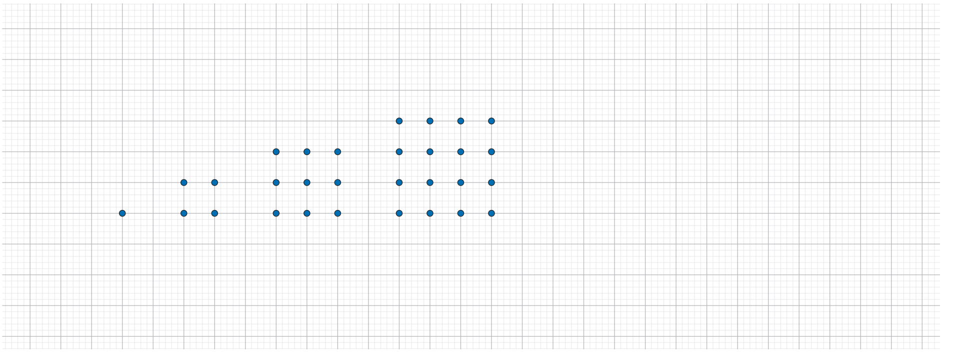
a. $u_0 = 4$

b. $u_1 = 29$

c. $u_2 = 25$

d. $u_3 = 38$

6 On considère la suite (u_n) définie par le nombre de points de chacun des carrés ci-dessous :



Sachant que $u_0 = 0$ (absence de points) et $u_1 = 1$ (un seul point), alors :

a. $u_3 = u_2 + 5$

b. $u_3 = u_2 + 7$

c. $u_3 = u_2 + 9$

d. $u_3 = u_2 + 3$

Exercice 1.3

8/20 pts — 20 min

Entraînement aux calculs

Dans chaque cas déterminer les valeurs des termes u_0, u_1, u_2, u_3 puis déterminer l'expression du terme u_{n+1} en fonction de n.

1 (u_n) où $u_n = 2n - 1$.

2 (u_n) où $u_n = 5n + 2$.

3 (u_n) où $u_n = n^2 + 3$.

4 (u_n) où $u_n = n(n+1) - n$.

Exercice 1.4

4/20 pts — 15 min

Entraînement au raisonnement

On considère :

- la suite (u_n) définie par $u_n = 5n+7$;
- la suite (v_n) définie par $v_n = 7n+5$.

Trois amis, Clément, Lucie et Mathilde s'intéressent à ces deux suites :

- Clément prétend que $u_n < v_n$ pour tout n ;
- Lucie, elle prétend que $u_n > v_n$ pour tout n ;
- Mathilde, elle prétend que $u_n = v_n$ pour tout n.

Comment leur enseignant peut-il leur expliquer que tous les trois ont tort ?

Liste des mots à surligner dans les énoncés

- **Suite** : une suite est une fonction de l'ensemble des entiers positifs dans l'ensemble des nombres réels.
- **Mode de génération d'une suite** : moyen de générer une suite au nombre de cinq : une formule explicite, une formule de récurrence, une simple phrase, un algorithme, un motif géométrique.
- **Terme d'une suite** : il s'agit de l'image d'une suite. Par exemple u_0, terme d'indice 0 est l'image de 0 de la suite (u_n).
- **Terme u_{n+1}** : pour le trouver on remplace n par $n+1$ dans l'expression du terme u_n.

Devoir 2

Notions abordées
- Suites arithmétiques
- Suites géométriques

Exercice 2.1

3/20 pts — 10 min

Questions de cours

1. Donner la définition d'une suite arithmétique.
2. Donner la formule permettant de calculer le terme général d'une suite arithmétique.
3. Donner la formule permettant de calculer la somme de termes d'une suite arithmétique.
4. Donner la définition d'une suite géométrique.
5. Donner la formule permettant de calculer le terme général d'une suite géométrique.
6. Donner la formule permettant de calculer la somme de termes d'une suite géométrique.

Exercice 2.2

8/20 pts — 15 min

QCM

Dans chaque question, une seule réponse exacte. Toute réponse proposée doit être accompagnée d'une justification.

1. On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 3{,}4 \\ u_0 = 2 \end{cases}$. Alors :
   - a. la suite (u_n) est arithmétique de raison 2.
   - b. la suite (u_n) est arithmétique de raison 2n.
   - c. la suite (u_n) est arithmétique de raison 3,4.
   - d. la suite (u_n) est arithmétique de raison 5,4.
2. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 5n + 2{,}7$. Alors :
   - a. la suite (u_n) est arithmétique de raison 2,7n.
   - b. la suite (u_n) est arithmétique de raison 5n.
   - c. la suite (u_n) est arithmétique de raison 2,7.
   - d. la suite (u_n) est arithmétique de raison 5.

3 On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 1{,}5 \\ u_0 = 10 \end{cases}$. Alors :

a. $u_1 = 12{,}5$

b. $u_3 = 15$

c. $u_4 = 16$

d. $u_5 = 18{,}5$

4 On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 2 \\ u_0 = 1 \end{cases}$. Alors :

a. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 9$

b. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 11$

c. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 13$

d. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 25$

5 On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n \times 5 \\ u_0 = 2{,}1 \end{cases}$. Alors :

a. la suite (u_n) est géométrique de raison 2,1.

b. la suite (u_n) est géométrique de raison 5.

c. la suite (u_n) est géométrique de raison $2{,}1^n$.

d. la suite (u_n) est géométrique de raison 5^n.

6 On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 3{,}7 \times 2^n$. Alors :

a. la suite (u_n) est géométrique de raison 3,7.

b. la suite (u_n) est géométrique de raison $3{,}7^n$.

c. la suite (u_n) est géométrique de raison 2^n.

d. la suite (u_n) est géométrique de raison 2.

7 On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n \times 4 \\ u_0 = 2{,}5 \end{cases}$. Alors :

a. $u_1 = 20$

b. $u_2 = 40$

c. $u_3 = 40$

d. $u_4 = 120$

8 On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n \times 2 \\ u_0 = 2{,}5 \end{cases}$. Alors :

a. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 77{,}5$

b. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 89{,}5$

c. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 113{,}5$

d. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 179{,}5$

Exercice 2.3

4/20 pts 20 min

Entraînement aux calculs

Dans chaque cas déterminer les valeurs des termes u_0, u_1, u_2, u_3 puis déterminer l'expression du terme u_n en fonction de n.

1 (u_n) où $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 1 \\ u_0 = 1 \end{cases}$.

2 (u_n) où $\begin{cases} u_{n+1} = u_n - 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$.

3 (u_n) où $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 1{,}3 \\ u_0 = 4{,}7 \end{cases}$.

4 (u_n) où $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 2{,}9 \\ u_0 = 2{,}1 \end{cases}$.

5 (u_n) où $\begin{cases} u_{n+1} = u_n \times 2 \\ u_0 = 1 \end{cases}$.

6 (u_n) où $\begin{cases} u_{n+1} = u_n \times (-2) \\ u_0 = 3 \end{cases}$.

7 (u_n) où $\begin{cases} u_{n+1} = u_n \times 0{,}5 \\ u_0 = 100 \end{cases}$.

8 (u_n) où $\begin{cases} u_{n+1} = u_n \times (-0{,}4) \\ u_0 = 1000 \end{cases}$.

Exercice 2.4

5/20 pts 10 min

Entraînement au raisonnement

On considère :

- la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 100 \\ u_0 = 0{,}9 \end{cases}$;
- la suite (v_n) définie par $\begin{cases} v_{n+1} = v_n \times 2 \\ v_0 = 1 \end{cases}$.

1 Deux amis, Alexandre, Béatrice s'intéressent à ces deux suites :

- Alexandre prétend que $u_n < v_n$ pour tout n ;
- Béatrice prétend que $u_n > v_n$ pour tout n ;

Comment leur enseignant peut-il leur expliquer qu'ils ont tous les deux tort.

2 Clémence prétend que pour tout n, $v_n - u_n = 2^n - 0{,}9 - 100n$. Clémence a-t-elle raison ?

Liste des mots à surligner dans les énoncés

- **Suite arithmétique** : La suite (u_n) définie par $u_{n+1} = u_n + r$ est appelée suite arithmétique de raison r.
- **Suite géométrique** : La suite (u_n) définie par $u_{n+1} = u_n \times q$ est appelée suite géométrique de raison q.
- **Terme général u_n**
  - Pour une suite arithmétique de raison r, le terme général u_n vérifie $u_n = u_p + (n-p)r$.
  - Pour une suite géométrique de raison q, le terme général u_n vérifie $u_n = u_p \times q^{n-p}$.
- **Somme de termes $u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$**
  - Pour une suite arithmétique de raison r, la somme de termes $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ vérifie : $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = (n+1)\dfrac{u_0 + u_n}{2}$.
  - Pour une suite géométrique de raison q, la somme de termes $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ vérifie : $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = u_0 \times \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.

Devoir 3

Notions abordées
- Suites arithmétiques
- Suites géométriques
- Modélisation

Exercice 3.1

2/20 pts — 5 min

Questions de cours

1. Donner la formule permettant de calculer le terme général d'une suite arithmétique.
2. Donner la formule permettant de calculer le terme général d'une suite géométrique

Exercice 3.2

4/20 pts — 10 min

QCM

Dans chaque question, une seule réponse exacte. Toute réponse proposée doit être accompagnée d'une justification.

1. On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 4 \\ u_0 = 5 \end{cases}$. Alors :
   - a. $u_5 = 100$ et $u_6 = 104$.
   - b. $u_5 = 104$ et $u_6 = 100$.
   - c. $u_5 = 25$ et $u_6 = 29$.
   - d. $u_5 = 29$ et $u_6 = 25$.

2. On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n \times 0{,}8 \\ u_0 = 1000 \end{cases}$. Alors :
   - a. $u_2 = 640$ et $u_3 = 512$.
   - b. $u_2 = 512$ et $u_3 = 640$.
   - c. $u_1 = 1800$ et $u_2 = 1640$.
   - d. $u_2 = 1640$ et $u_3 = 1800$.

3. La suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 40 \\ u_0 = 20{,}1 \end{cases}$ traduit :
   - a. une augmentation constante de 20,1.
   - b. une diminution constante de 20,1.
   - c. une augmentation constante de 40.
   - d. une diminution constante de 40.

4 La suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = u_n \times 1{,}15 \\ u_0 = 100 \end{cases}$ traduit :

a. une augmentation de 15 %.
b. une diminution constante de 15 %.
c. une augmentation constante de 115 %.
d. une diminution constante de 115 %.

Exercice 3.3

6/20 pts 15 min

Entraînement à la modélisation

Le 1er mai, dans un petit jardin, il y a 200 escargots. Le jardinier décide de déplacer 9 escargots chaque jour.

1 Déterminer le nombre d'escargots présents dans le jardin le 11 mai.

2 Déterminer à quelle date, il n'y aura plus d'escargots présents dans le jardin.

Exercice 3.4

8/20 pts 25 min

Entraînement à la modélisation

Dans un laboratoire, à cinq heures, il y a 40 000 bactéries dans une solution. Chaque heure 3 % des bactéries meurent.

1 Déterminer le nombre de bactéries présentes (en arrondissant à l'unité par défaut) à huit heures.

2 Déterminer à partir de quelle heure, il y aura moins de 30 000 bactéries dans la solution.

3 Écrire un programme qui détermine à partir de quelle heure le nombre de bactéries sera inférieur à 28 000.

Liste des mots à surligner dans les énoncés

- **Suite arithmétique** : La suite (u_n) définie par $u_{n+1} = u_n + r$ est appelée suite arithmétique de raison r.
- **Suite géométrique** : La suite (u_n) définie par $u_{n+1} = u_n \times q$ est appelée suite géométrique de raison q.
- **Terme général u_n**
  - Pour une suite arithmétique de raison r, le terme général u_n vérifie $u_n = u_p + (n - p)r$ et $u_n = u_0 + nr$;
  - Pour une suite géométrique de raison q, le terme général u_n vérifie $u_n = u_p \times q^{n-p}$ et $u_n = u_0 \times q^n$.

Devoir 4

Notions abordées

- Reconnaissance de fonctions polynômes du 2^{nd} degré
- Racines
- Étude de son signe
- Reconnaissance graphique de son signe

Exercice 4.1

4/20 pts — 10 min

Questions de cours

1. Donner la définition d'une fonction polynôme du second degré.
2. Donner la définition d'une fonction polynôme du second degré factorisée.
3. Donner la définition des racines d'une fonction polynôme du second degré factorisée.
4. Donner les deux tableaux de signes des fonctions polynômes du second degré factorisées.

Exercice 4.2

3/20 pts — 10 min

QCM

Dans chaque question, une seule réponse exacte. Toute réponse proposée doit être accompagnée d'une justification.

1. Parmi les fonctions ci-dessous, laquelle est une fonction polynôme du second degré ?
   - a. $x \to f(x) = 1 - 5x$.
   - b. $x \to f(x) = 2x + 5x^2$.
   - c. $x \to f(x) = 1 - x^3$.
   - d. $x \to f(x) = x^2 - x^3$.
2. Parmi les fonctions ci-dessous, laquelle est une fonction polynôme du second degré ?
   - a. $x \to f(x) = 3(x-2)$.
   - b. $x \to f(x) = (x+1)(x-2) - x^2$.
   - c. $x \to f(x) = x(x-2)^2$.
   - d. $x \to f(x) = 7x(x-2)$.
3. Parmi les fonctions ci-dessous, laquelle a pour racines 3 et 5 ?
   - a. $x \to f(x) = 4(x+3)(x+5)$.
   - b. $x \to f(x) = 2(x-3)(x+5)$.
   - c. $x \to f(x) = 4(x-3)(x-5)$.
   - d. $x \to f(x) = 2(x+3)(x-5)$.

Exercice 4.3

8/20 pts — 25 min

Entraînement aux tableaux de signes

Étudier le signe de la fonction polynôme du second degré :

1. $x \rightarrow f(x) = 2(x-1)(x-4)$
2. $x \rightarrow f(x) = -5(x-2)(x-8)$
3. $x \rightarrow f(x) = 3(x+1)(x-6)$
4. $x \rightarrow f(x) = -2(x+3)(x+4)$
5. $x \rightarrow f(x) = 4x(x+2)$
6. $x \rightarrow f(x) = -5x(x-1)$
7. $x \rightarrow f(x) = 2(x-4)^2$
8. $x \rightarrow f(x) = -4(x-5)^2$

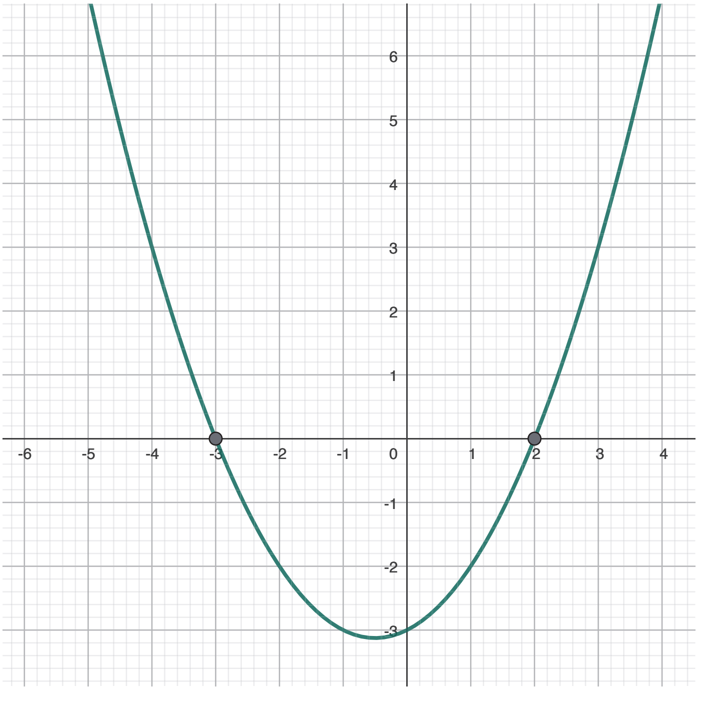
Exercice 4.4

3/20 pts — 5 min

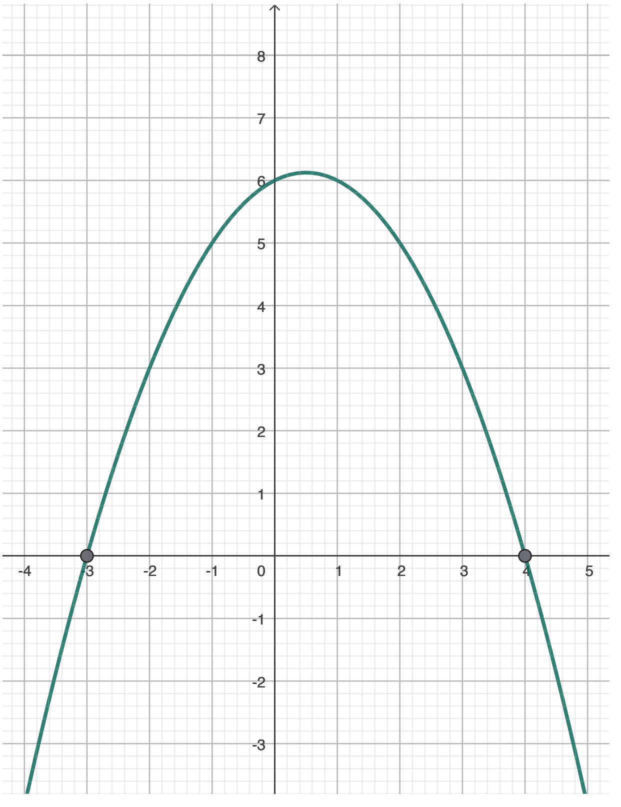
Reconnaissance graphique du tableau de signe de fonctions du polynôme du second degré

Dans chaque cas, déterminer graphiquement le tableau de signes de la fonction du second degré :

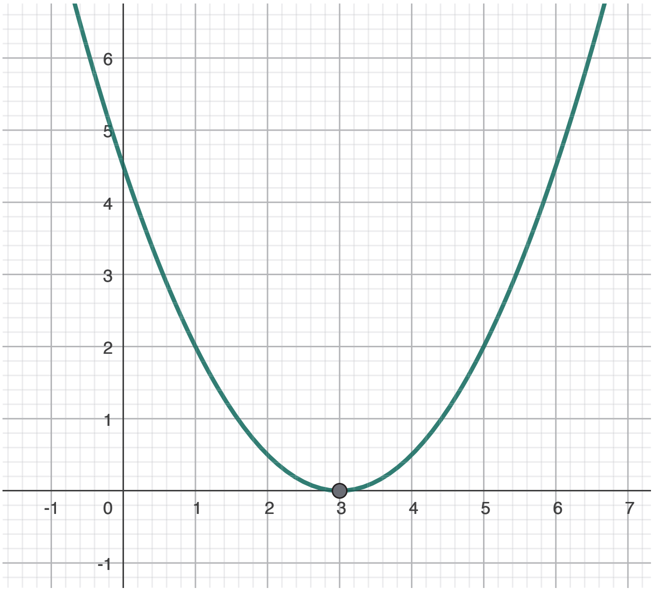
1. Courbe n° 1 (de la fonction f) :



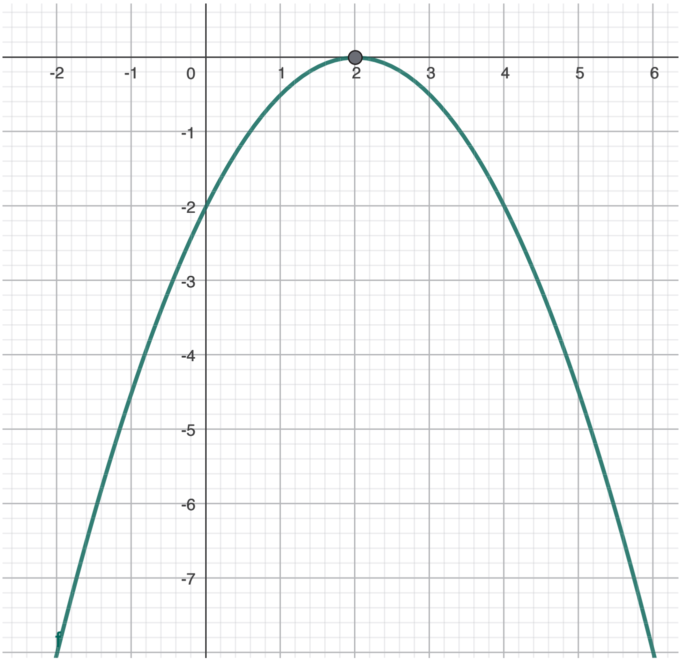
2 Courbe n° 2 (de la fonction g) :



3 Courbe n° 3 (de la fonction h) :



4 Courbe n° 4 (de la fonction i) :



Exercice 4.5

2/20 pts 5 min

Reconnaissance de fonctions du polynôme du second degré

Dans chaque cas, donner la forme développée ax^2+bx+c de la fonction polynôme du second degré factorisée. Préciser alors les valeurs de a, b, c.

1 $x \to f(x) = 2(x-2)(x-3)$

2 $x \to g(x) = 5(x-2)(x+4)$

3 $x \to h(x) = 3(x-2)^2$

4 $x \to i(x) = -2(x+5)^2$

Liste des mots à surligner dans les énoncés

- **fonction polynôme du second degré** : $x \to ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) est une fonction polynôme du second degré.
- **fonction polynôme du second degré factorisée** : $x \to a(x - x_1)(x - x_2)$ ou $x \to a(x - x_0)^2$ (avec $a \neq 0$) est une fonction polynôme du second degré factorisée.
- **Racines** : Les racines de $x \to a(x - x_1)(x - x_2)$ sont x_1 et x_2. La racine (double) de $x \to a(x - x_0)^2$ est x_0.
- **Tableau de signes des polynômes du second degré factorisés**
  - Signe de $x \to a(x - x_1)(x - x_2)$.

x	$-\infty$				$+\infty$
$x \to a(x - x_1)(x - x_2)$	Signe de a	Φ	− Signe de a	Φ	Signe de a

  - Signe de $x \to a(x - x_0)^2$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$x \to a(x - x_0)^2$	Signe de a	Φ	Signe de a

Devoir 5

Notions abordées

- Forme canonique
- Discriminant
- Résolution d'équation du 2^{nd} degré
- Théorème de factorisation

Exercice 5.1

4/20 pts — 5 min

Questions de cours

1. Donner la définition de la forme canonique d'une fonction polynôme du second degré $x \to ax^2 + bx + c$.
2. Donner la définition du discriminant de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ (ou de la fonction polynôme du second degré $x \to ax^2 + bx + c$).
3. Donner le théorème de résolution de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$.
4. Donner le théorème de factorisation (éventuelle) du trinôme $ax^2 + bx + c$.

Exercice 5.2

4/20 pts — 10 min

QCM

Dans chaque question, une seule réponse exacte. Toute réponse proposée doit être accompagnée d'une justification.

1. Le trinôme $x \to x^2 - 6x + 8$ admet pour forme canonique :
   - a. $x \to (x+3)^2 - 1$;
   - b. $x \to (x+3)^2 + 1$;
   - c. $x \to (x-3)^2 - 1$;
   - d. $x \to (x-3)^2 + 1$.
2. Le trinôme $x \to x^2 + 5x + 4$ admet pour discriminant :
   - a. $\Delta = 9$;
   - b. $\Delta = 1$;
   - c. $\Delta = -9$;
   - d. $\Delta = 0$.
3. L'équation du second degré $x^2 - 5x + 6 = 0$ admet pour forme solutions :
   - a. 2 et 3 ;
   - b. -2 et 3 ;
   - c. 2 et -3 ;
   - d. -2 et -3.

4 Le trinôme $x \rightarrow 2x^2+4x-6$ admet pour forme factorisée :

a. $x \rightarrow f(x)=2(x-3)(x-1)$;

b. $x \rightarrow f(x)=-2(x+3)(x+1)$;

c. $x \rightarrow f(x)=-2(x+3)(x+1)$;

d. $x \rightarrow f(x)=2(x+3)(x-1)$.

Exercice 5.3

4/20 pts 10 min

Entraînement aux résolutions d'équation du second degré

Déterminer les solutions (éventuelles) des équations du second degré suivantes :

1 $x^2-10x+24=0$;

2 $x^2+2x-15=0$;

3 $2x^2+4x-16=0$;

4 $-2x^2+20x-50=0$.

Exercice 5.4

3/20 pts 15 min

Factorisation de fonctions polynômes

Dans chaque cas, donner la factorisation (éventuelle) du polynôme du second degré :

1 $2x^2-8x+6$

2 $-2x^2+8x+10$

3 $3x^2+24x+48$

4 $-4x^2+16$

Exercice 5.5

5/20 pts 15 min

Utilisation de la forme la plus adaptée

Soit $f(x)=x^2-10x+16$ (forme développée).

1 Déterminer la forme canonique de $f(x)$.

2 Déterminer la forme factorisée de $f(x)$.

3 En utilisant la forme la plus adaptée (développée, canonique, factorisée), résoudre les équations :

a. $f(x)=16$;

b. $f(x)=-9$;

c. $f(x)=7$;

d. $f(x)=0$.

Liste des mots à surligner dans les énoncés

- **Forme canonique** : $a(x-\alpha)^2+\beta$ avec $\alpha=\dfrac{-b}{2a}$ et $\beta=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ est appelée forme canonique du polynôme du second degré ax^2+bx+c.
- **Discriminant** : Soit $ax^2+bx+c=0$ une équation du second degré. $\Delta=b^2-4ac$ est appelé discriminant de l'équation $ax^2+bx+c=0$ (ou discriminant du trinôme ax^2+bx+c).
- **Résolution d'équation du 2nd degré**
  Considérons l'équation $ax^2+bx+c=0$.
  Si $\Delta>0$, alors l'équation admet deux solutions : $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.
  Si $\Delta=0$, alors l'équation admet une solution (double) : $x_0=\dfrac{-b}{2a}$.
  Si $\Delta<0$, alors l'équation n'admet pas de solution (réelle).
- **Théorème de factorisation**
  Considérons le trinôme du second degré ax^2+bx+c.
  Si $\Delta>0$, alors $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.
  Si $\Delta=0$, alors $ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2$.
  Si $\Delta<0$, alors ax^2+bx+c ne peut pas se factoriser davantage.
- **Forme adaptée**
  Il y a trois formes
  - La forme développée ax^2+bx+c
  - La forme factorisée $a(x-x_1)(x-x_2)$ ou $x\to a(x-x_0)^2$
  - La forme canonique : $a(x-\alpha)^2+\beta$ avec $\alpha=\dfrac{-b}{2a}$ et $\beta=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$.

Notions abordées

- Discriminant
- Résolution de l'équation du 2^{nd} degré
- Théorème de factorisation
- Théorème du signe du trinôme
- Problèmes du second degré

Devoir 6

Exercice 6.1

3/20 pts — 10 min

Questions de cours

1 Donner le théorème de résolution de l'équation du second degré $ax^2+bx+c=0$.

2 Donner le théorème de factorisation (éventuelle) du trinôme ax^2+bx+c.

3 Donner le théorème du signe du trinôme.

Exercice 6.2

4/20 pts — 10 min

QCM

Dans chaque question, une seule réponse exacte. Toute réponse proposée doit être accompagnée d'une justification.

1 L'équation du second degré $2x^2-16x+14=0$ admet pour solutions :

a. 1 et -7 ;
b. -1 et -7 ;
c. -1 et 7 ;
d. 1 et 7.

2 Le trinôme $x \to f(x) = -2x^2+2x+4$ admet pour forme factorisée :

a. $x \to f(x) = -2(x+2)(x+1)$;
b. $x \to f(x) = -2(x-2)(x+1)$;
c. $x \to f(x) = -2(x+2)(x-1)$;
d. $x \to f(x) = 2(x+2)(x+1)$.

3 Le trinôme $x \to f(x) = 3x^2+6x-45$ admet pour tableau de signes :

a.

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
$x \to f(x)=3x^2+6x-45$		$+$	Φ	$-$	Φ	$+$	

b.

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$x \to f(x)=3x^2+6x-45$		$+$	Φ	$-$	Φ	$+$	

c.

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
$x \to f(x) = 3x^2 + 6x - 45$		$-$	Φ	$+$	Φ	$-$	

d.

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$x \to f(x) = 3x^2 + 6x - 45$		$-$	Φ	$+$	Φ	$-$	

4 Le trinôme $x \to f(x) = 3x^2 - 24x + 48$ admet pour tableau de signes :

a.

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$x \to f(x) = 3x^2 - 24x + 48$		$-$	Φ	$-$	

b.

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$x \to f(x) = 3x^2 - 24x + 48$		$+$	Φ	$+$	

c.

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$x \to f(x) = 3x^2 - 24x + 48$		$-$	Φ	$-$	

d.

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$x \to f(x) = 3x^2 - 24x + 48$		$+$	Φ	$+$	

Exercice 6.3

6/20 pts 15 min

Problème du second degré (le rectangle)

Un rectangle a pour périmètre 34 et pour aire 50. Déterminer les dimensions de ce rectangle.

Exercice 6.4

7/20 pts 20 min

Problème du second degré (le cycliste)

Un cycliste parcourt une distance de 120 km à une certaine vitesse moyenne v. S'il augmentait sa vitesse de 4 km/h il mettrait 30 minutes de moins pour parcourir la même distance. Déterminer la vitesse moyenne du cycliste.

Liste des mots à surligner dans les énoncés

- **Résolution de l'équation du 2^nd^ degré**

Considérons l'équation $ax^2+bx+c=0$.

Si $\Delta>0$, alors l'équation admet deux solutions : $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Si $\Delta=0$, alors l'équation admet une solution (double) : $x_0=\dfrac{-b}{2a}$.

Si $\Delta<0$, alors l'équation n'admet pas de solution (réelle).

- **Factorisation du polynôme du 2^nd^ degré**

Considérons le trinôme du second degré ax^2+bx+c.

Si $\Delta>0$, alors $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.

Si $\Delta=0$, alors $ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2$.

Si $\Delta<0$, alors ax^2+bx+c ne peut pas se factoriser davantage.

- **Théorème du signe du trinôme**

Le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a sauf entre les racines. On a alors trois cas possibles.

Cas où $\Delta>0$:

x	$-\infty$				$+\infty$
ax^2+bx+c	Signe de a	Φ	–Signe de a	Φ	Signe de a

Cas où $\Delta=0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
ax^2+bx+c	Signe de a	Φ	Signe de a

Cas où $\Delta<0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
ax^2+bx+c	Signe de a	

Devoir 7

Notions abordées
- Taux de variation
- Sécante
- Nombre dérivé
- Tangente

Exercice 7.1

4/20 pts — 10 min

Questions de cours

1. Donner la définition du taux de variation.
2. Donner la définition d'une sécante.
3. Donner la définition du nombre dérivé.
4. Donner la définition d'une tangente.

Exercice 7.2

3/20 pts — 10 min

QCM

Dans chaque question, une seule réponse exacte. Toute réponse proposée doit être accompagnée d'une justification.

1. Soit f la fonction définie par $f(x)=x^2$. Alors le taux de variation de f en 3 vaut :
   - a. $0+h$.
   - b. $3+h$.
   - c. $6+h$.
   - d. $9+h$.
2. Soit f la fonction définie par $f(x)=x^2$. Alors la pente de la sécante reliant les points d'abscisse 2 et 3 vaut
   - a. 0.
   - b. 5.
   - c. 9.
   - d. 10.
3. Soit f la fonction définie par $f(x)=x^2$. Alors la pente de la sécante reliant les points d'abscisse -4 et -3 vaut
   - a. -7.
   - b. 7.
   - c. 5.
   - d. -5.

Exercice 7.3

8/20 pts — 20 min

Entraînement aux équations de tangente

Déterminer dans chaque cas, l'équation de la tangente T_a à la courbe C_f.

1. $a=1$ avec $f(1)=3$ et $f'(1)=2$.
2. $a=2$ avec $f(2)=1$ et $f'(2)=5$.
3. $a=3$ avec $f(3)=-5$ et $f'(3)=1$.
4. $a=-1$ avec $f(-1)=1$ et $f'(-1)=2$.
5. $a=-2$ avec $f(-2)=0$ et $f'(-2)=-4$.
6. $a=-3$ avec $f(-3)=2$ et $f'(-3)=-1$.
7. $a=5$ avec $f(5)=1$ et $f'(5)=0$.
8. $a=0$ avec $f(0)=2$ et $f'(0)=-1{,}5$.

Exercice 7.4

2/20 pts — 5 min

Reconnaissance graphique d'une équation de tangente

On donne la courbe de la fonction f ci-dessous ainsi que la tangente T_4.

Après avoir déterminé graphiquement la valeur de $f(4)$ et de $f'(4)$, en déduire l'équation réduite de la tangente T_4.