

# Table des matières

Avant-propos . . . . .	1
Sommaire . . . . .	3
<b>Préparer sa rentrée</b>	<b>5</b>
1    Calculs et simplifications . . . . .	5
2    Expressions . . . . .	6
3    C'est logique . . . . .	6
4    R.T.T. . . . .	8
5    Last Fraction Hero . . . . .	8
6    Le Factorisathon . . . . .	8
7    La racine, c'est carré . . . . .	9
8    Rester dans le cadre . . . . .	9
9    Sine Qua Tion . . . . .	10
10    Entre parenthèses . . . . .	10
11    VouF ? . . . . .	11
12    Qui est « in » qui est « out » . . . . .	11
13    Affiner . . . . .	12
14    R.T.T. : le retour . . . . .	12
15    À la dérive . . . . .	13
16    Hélène & Eudes . . . . .	13
Solutions . . . . .	13
<b>1    Raisonnements</b>	<b>21</b>
1    Éléments de logique . . . . .	22
1.1    Quantificateurs . . . . .	22
1.2    Propositions . . . . .	22
1.3    Implication . . . . .	24
1.4    Équivalence . . . . .	25
1.5    Connecteurs logiques . . . . .	26
2    Différents raisonnements . . . . .	27
2.1    Raisonnement direct . . . . .	27
2.2    Raisonnement par équivalence . . . . .	27
2.3    Raisonnement par construction . . . . .	27

2.4	Raisonnement visuel . . . . .	27
2.5	Raisonnement par disjonction des cas . . . . .	28
2.6	Raisonnement par contraposition . . . . .	28
2.7	Raisonnement par négation . . . . .	28
2.8	Raisonnement par analyse-synthèse . . . . .	28
2.9	Raisonnement par l'absurde . . . . .	29
2.10	Raisonnement par récurrence . . . . .	29
Exercices . . . . .		31
	Corrigé des exercices . . . . .	34
Travaux Pratiques : Booboole . . . . .		45
	Corrigé du T.P. : Booboole . . . . .	46
<b>2</b>	<b>Fonctions usuelles</b>	<b>47</b>
1	Fonctions affines et puissances entières . . . . .	48
1.1	Fonctions affines . . . . .	48
1.2	Fonction carré . . . . .	50
1.3	Fonction inverse . . . . .	52
1.4	Fonction cube . . . . .	54
2	Fonction racine carrée . . . . .	56
3	Fonction valeur absolue . . . . .	57
3.1	Définition . . . . .	57
3.2	Étude de la fonction valeur absolue . . . . .	59
4	Fonction partie entière . . . . .	60
5	Fonction exponentielle . . . . .	61
5.1	Théorème fondamental . . . . .	61
5.2	Définition et premières propriétés . . . . .	62
5.3	Propriétés algébriques de l'exponentielle . . . . .	62
5.4	Signe et variation de la fonction exponentielle . . . . .	63
5.5	Graphe de la fonction exponentielle . . . . .	64
5.6	Fonction exponentielle et composition . . . . .	64
5.7	Lien entre l'exponentielle et les suites géométriques . . . . .	65
6	Fonction logarithme népérien . . . . .	66
6.1	Définition et premières propriétés du logarithme népérien . . . . .	66
6.2	Propriétés algébriques du logarithme népérien . . . . .	67
6.3	Étude de la fonction logarithme népérien . . . . .	68
6.4	Dérivée de $\ln(u)$ . . . . .	70
7	Fonctions puissances . . . . .	70
Exercices . . . . .		73
	Corrigé des exercices . . . . .	77
<b>3</b>	<b>Ensembles – Applications</b>	<b>85</b>
Introduction . . . . .		85
1	Ensembles . . . . .	86
1.1	Définitions . . . . .	86
1.2	Produit cartésien d'ensembles . . . . .	86
1.3	Comparaison d'ensembles . . . . .	87
1.4	Ensemble des parties d'un ensemble . . . . .	88

1.5	Opérations entre ensembles . . . . .	88
1.6	Cardinal d'un ensemble . . . . .	90
2	Applications . . . . .	92
2.1	Définitions . . . . .	92
2.2	Opérations sur les fonctions . . . . .	94
2.3	Composition d'applications . . . . .	94
2.4	Applications particulières . . . . .	95
2.5	Autour de la bijection . . . . .	96
Exercices . . . . .		99
Corrigé des exercices . . . . .		105
<b>4</b>	<b>Sommes &amp; Produits</b>	<b>117</b>
1	Sommes de nombres réels . . . . .	117
1.1	Définition et premières propriétés . . . . .	117
1.2	Changements d'indices . . . . .	119
1.3	Télescopages de sommes . . . . .	120
1.4	Sommes usuelles . . . . .	121
1.5	Sommes doubles . . . . .	121
2	Produits de nombres réels . . . . .	123
Exercices . . . . .		127
Corrigé des exercices . . . . .		129
<b>5</b>	<b>Suites numériques</b>	<b>137</b>
Introduction . . . . .		137
1	Définitions . . . . .	138
2	Suites définies par une fonction de $n$ : $u_n = f(n)$ . . . . .	140
3	Suites définies par récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$ . . . . .	141
4	Suites arithmétiques . . . . .	142
5	Suites géométriques . . . . .	144
6	Suites arithmético-géométriques . . . . .	145
7	Suites récurrentes linéaires d'ordre deux . . . . .	146
Exercices . . . . .		149
Corrigé des exercices . . . . .		154
<b>6</b>	<b>Systèmes linéaires</b>	<b>165</b>
Introduction . . . . .		165
1	Généralités . . . . .	166
2	Opérations élémentaires . . . . .	168
3	Méthode du pivot de Gauss . . . . .	168
4	Exercices . . . . .	169
Corrigé des exercices . . . . .		170
<b>7</b>	<b>Coefficients binomiaux &amp; Dénombrement</b>	<b>175</b>
1	Quelques bases de dénombrement . . . . .	175
1.1	Factorielles . . . . .	176
1.2	Listes avec répétition . . . . .	177
1.3	Combinaisons . . . . .	177
2	Coefficients binomiaux . . . . .	177

Exercices . . . . .	183
Corrigé des exercices . . . . .	186
<b>8    Limites des suites numériques</b>	<b>193</b>
1    Définition et premières propriétés . . . . .	193
2    Cas des suites définies explicitement : $u_n = f(n)$ . . . . .	195
3    Limites de référence . . . . .	195
4    Opérations sur les limites . . . . .	196
5    Théorèmes de comparaison . . . . .	197
6    Cas des suites géométriques . . . . .	199
7    Croissances comparées . . . . .	200
8    Cas des suites récurrentes : $u_{n+1} = f(u_n)$ . . . . .	200
9    Cas des suites adjacentes . . . . .	201
10   Cas des suites extraites de rangs pairs et impairs . . . . .	202
Exercices . . . . .	203
Corrigé des exercices . . . . .	209
<b>9    Polynômes</b>	<b>221</b>
1    Définitions . . . . .	221
2    Racines . . . . .	223
3    Trinômes du second degré . . . . .	225
4    Factorisation, divisibilité et compléments . . . . .	228
Corrigé des exercices . . . . .	232
<b>10   Généralités sur les fonctions numériques</b>	<b>239</b>
1    Intervalles et voisinages . . . . .	239
2    Propriétés des fonctions . . . . .	240
2.1    Parité, imparité . . . . .	240
2.2    Majorants, minorants, extrema . . . . .	241
2.3    Variations . . . . .	243
2.4    Position relatives de deux courbes et régionnements du plan . . . . .	244
3    Exercices . . . . .	245
Corrigé des exercices . . . . .	248
<b>11   Matrices</b>	<b>255</b>
Introduction . . . . .	255
1    Définitions . . . . .	256
2    Premières opérations sur les matrices . . . . .	257
2.1    Somme de matrices et produit d'une matrice par un nombre . . . . .	257
2.2    Transposition, symétrie et antisymétrie . . . . .	258
3    Produit de matrices . . . . .	259
4    Matrice inverse . . . . .	262
5    Inverse des matrices carrées d'ordre deux . . . . .	263
6    Cas des matrices diagonales . . . . .	264
7    Résolution de systèmes linéaires . . . . .	264
Exercices . . . . .	267
Corrigé des exercices . . . . .	275
Travaux Pratiques : Matrix . . . . .	295

Corrigé du T.P. : Matrix . . . . .	297
<b>12 Limites des fonctions numériques</b>	<b>301</b>
Introduction . . . . .	301
1 Limites en un réel . . . . .	302
1.1 Limite finie en un réel . . . . .	303
1.2 Limite infinie en un réel – Asymptotes verticales . . . . .	304
1.3 Limite à gauche et limite à droite . . . . .	304
1.4 Limites de référence . . . . .	305
2 Limites en l'infini . . . . .	306
2.1 Limite finie en l'infini . . . . .	306
2.2 Limite infinie en l'infini . . . . .	307
2.3 Limites de référence . . . . .	307
2.4 Asymptotes horizontales – Asymptotes obliques . . . . .	308
2.5 Limites des suites du type $u_n = f(n)$ . . . . .	309
3 Opérations sur les limites . . . . .	309
4 Limites et comparaison . . . . .	311
5 Limites et composition . . . . .	312
6 Théorème de la limite monotone . . . . .	313
7 Limites et fonctions exponentielle et logarithme . . . . .	314
Exercices . . . . .	317
Corrigé des exercices . . . . .	321
<b>13 Probabilités sur un univers fini</b>	<b>331</b>
Introduction . . . . .	331
1 Événements d'une expérience aléatoire . . . . .	332
1.1 Expérience aléatoire, issue, univers . . . . .	332
1.2 Événements d'une expérience aléatoire . . . . .	332
1.3 Opérations sur les événements . . . . .	333
2 Lois de probabilité . . . . .	334
2.1 Définition et premières propriétés . . . . .	334
2.2 Probabilités et opérations . . . . .	335
2.3 Première formule des probabilités totales . . . . .	336
2.4 Arbres pondérés . . . . .	337
3 Équiprobabilité . . . . .	337
Exercices . . . . .	339
Corrigé des exercices . . . . .	344
Travaux Pratiques : Simulations quelconques . . . . .	353
Corrigé du T.P. : Simulations quelconques . . . . .	355
<b>14 Continuité des fonctions numériques</b>	<b>357</b>
Introduction . . . . .	357
1 Continuité d'une fonction numérique . . . . .	358
1.1 Définition . . . . .	358
1.2 Continuité des fonctions usuelles . . . . .	359
1.3 Continuité et suites . . . . .	360
2 Continuité et équations . . . . .	360
2.1 Théorème des valeurs intermédiaires . . . . .	360

2.2	Cas de la stricte monotonie . . . . .	362
3	Compléments et applications . . . . .	363
3.1	Approcher une solution par dichotomie . . . . .	363
3.2	Intervalle image . . . . .	363
3.3	Un « petit » théorème de point fixe . . . . .	364
	Exercices . . . . .	365
	Corrigé des exercices . . . . .	372
<b>Python &amp; Algorithmique</b>		<b>387</b>
1	Installer Python . . . . .	387
2	Variables . . . . .	388
3	Instructions conditionnelles . . . . .	389
4	Boucles bornées . . . . .	389
5	Boucles non bornées . . . . .	390
6	Fonctions . . . . .	391
7	Listes . . . . .	392
8	Solutions . . . . .	393