

Table des matières

Avant-propos	1
Sommaire	3
Préparer sa rentrée	5
1 Calculs et simplifications	5
2 Expressions	6
3 C'est logique	6
4 R.T.T.	8
5 Last Fraction Hero	8
6 Le Factorisathon	8
7 La racine, c'est carré	9
8 Rester dans le cadre	9
9 Sine Qua Tion	10
10 Entre parenthèses	10
11 VouF ?	11
12 Qui est « in » qui est « out »	11
13 Affiner	12
14 R.T.T. : le retour	12
15 À la dérive	13
16 Hélène & Eudes	13
Solutions	13
1 Raisonsnements	21
1 Éléments de logique	22
1.1 Quantificateurs	22
1.2 Propositions	22
1.3 Implication	24
1.4 Équivalence	25
1.5 Connecteurs logiques	26
2 Différents raisonnements	27
2.1 Raisonnement direct	27
2.2 Raisonnement par équivalence	27
2.3 Raisonnement par construction	27

2.4	Raisonnement visuel	27
2.5	Raisonnement par disjonction des cas	28
2.6	Raisonnement par contraposition	28
2.7	Raisonnement par négation	28
2.8	Raisonnement par analyse-synthèse	28
2.9	Raisonnement par l'absurde	29
2.10	Raisonnement par récurrence	29
Exercices	31
	Corrigé des exercices	34
Travaux Pratiques : Booboole	45
	Corrigé du T.P. : Booboole	46
2	Fonctions usuelles	47
1	Fonctions affines et puissances entières	48
1.1	Fonctions affines	48
1.2	Fonction carré	50
1.3	Fonction inverse	52
1.4	Fonction cube	54
2	Fonction racine carrée	56
3	Fonction valeur absolue	57
3.1	Définition	57
3.2	Étude de la fonction valeur absolue	59
4	Fonction partie entière	60
5	Fonction exponentielle	61
5.1	Théorème fondamental	61
5.2	Définition et premières propriétés	62
5.3	Propriétés algébriques de l'exponentielle	62
5.4	Signe et variation de la fonction exponentielle	63
5.5	Graphes de la fonction exponentielle	64
5.6	Fonction exponentielle et composition	64
5.7	Lien entre l'exponentielle et les suites géométriques	65
6	Fonction logarithme népérien	66
6.1	Définition et premières propriétés du logarithme népérien	66
6.2	Propriétés algébriques du logarithme népérien	67
6.3	Étude de la fonction logarithme népérien	68
6.4	Dérivée de $\ln(u)$	70
7	Fonctions puissances	70
Exercices	73
	Corrigé des exercices	77
3	Ensembles – Applications	85
	Introduction	85
1	Ensembles	86
1.1	Définitions	86
1.2	Produit cartésien d'ensembles	86
1.3	Comparaison d'ensembles	87
1.4	Ensemble des parties d'un ensemble	88

1.5	Opérations entre ensembles	88
1.6	Cardinal d'un ensemble	90
2	Applications	92
2.1	Définitions	92
2.2	Opérations sur les fonctions	94
2.3	Composition d'applications	94
2.4	Applications particulières	95
2.5	Autour de la bijection	96
	Exercices	99
	Corrigé des exercices	105
4	Sommes & Produits	117
1	Sommes de nombres réels	117
1.1	Définition et premières propriétés	117
1.2	Changements d'indices	119
1.3	Télescopages de sommes	120
1.4	Sommes usuelles	121
1.5	Sommes doubles	121
2	Produits de nombres réels	123
	Exercices	127
	Corrigé des exercices	129
5	Suites numériques	137
	Introduction	137
1	Définitions	138
2	Suites définies par une fonction de $n : u_n = f(n)$	140
3	Suites définies par récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$	141
4	Suites arithmétiques	142
5	Suites géométriques	144
6	Suites arithmético-géométriques	145
7	Suites récurrentes linéaires d'ordre deux	146
	Exercices	149
	Corrigé des exercices	154
6	Systèmes linéaires	165
	Introduction	165
1	Généralités	166
2	Opérations élémentaires	168
3	Méthode du pivot de Gauss	168
4	Exercices	169
	Corrigé des exercices	170
7	Coefficients binomiaux & Dénombrement	175
1	Quelques bases de dénombrement	175
1.1	Factorielles	176
1.2	Listes avec répétition	177
1.3	Combinaisons	177
2	Coefficients binomiaux	177

Exercices	183
Corrigé des exercices	186
8 Limites des suites numériques	193
1 Définition et premières propriétés	193
2 Cas des suites définies explicitement : $u_n = f(n)$	195
3 Limites de référence	195
4 Opérations sur les limites	196
5 Théorèmes de comparaison	197
6 Cas des suites géométriques	199
7 Croissances comparées	200
8 Cas des suites récurrentes : $u_{n+1} = f(u_n)$	200
9 Cas des suites adjacentes	201
10 Cas des suites extraites de rangs pairs et impairs	202
Exercices	203
Corrigé des exercices	209
9 Polynômes	221
1 Définitions	221
2 Racines	223
3 Trinômes du second degré	225
4 Factorisation, divisibilité et compléments	228
Corrigé des exercices	232
10 Généralités sur les fonctions numériques	239
1 Intervalles et voisinages	239
2 Propriétés des fonctions	240
2.1 Parité, imparité	240
2.2 Majorants, minorants, extremums	241
2.3 Variations	243
2.4 Position relatives de deux courbes et régionnements du plan	244
3 Exercices	245
Corrigé des exercices	248
11 Matrices	255
Introduction	255
1 Définitions	256
2 Premières opérations sur les matrices	257
2.1 Somme de matrices et produit d'une matrice par un nombre	257
2.2 Transposition, symétrie et antisymétrie	258
3 Produit de matrices	259
4 Matrice inverse	262
5 Inverse des matrices carrées d'ordre deux	263
6 Cas des matrices diagonales	264
7 Résolution de systèmes linéaires	264
Exercices	267
Corrigé des exercices	275
Travaux Pratiques : Matrix	295

	Corrigé du T.P. : Matrix	297
12	Limites des fonctions numériques	301
	Introduction	301
1	Limites en un réel	302
1.1	Limite finie en un réel	303
1.2	Limite infinie en un réel – Asymptotes verticales	304
1.3	Limite à gauche et limite à droite	304
1.4	Limites de référence	305
2	Limites en l’infini	306
2.1	Limite finie en l’infini	306
2.2	Limite infinie en l’infini	307
2.3	Limites de référence	307
2.4	Asymptotes horizontales – Asymptotes obliques	308
2.5	Limites des suites du type $u_n = f(n)$	309
3	Opérations sur les limites	309
4	Limites et comparaison	311
5	Limites et composition	312
6	Théorème de la limite monotone	313
7	Limites et fonctions exponentielle et logarithme	314
	Exercices	317
	Corrigé des exercices	321
13	Probabilités sur un univers fini	331
	Introduction	331
1	Événements d’une expérience aléatoire	332
1.1	Expérience aléatoire, issue, univers	332
1.2	Événements d’une expérience aléatoire	332
1.3	Opérations sur les événements	333
2	Lois de probabilité	334
2.1	Définition et premières propriétés	334
2.2	Probabilités et opérations	335
2.3	Première formule des probabilités totales	336
2.4	Arbres pondérés	337
3	Équiprobabilité	337
	Exercices	339
	Corrigé des exercices	344
	Travaux Pratiques : Simulations quelconques	353
	Corrigé du T.P. : Simulations quelconques	355
14	Continuité des fonctions numériques	357
	Introduction	357
1	Continuité d’une fonction numérique	358
1.1	Définition	358
1.2	Continuité des fonctions usuelles	359
1.3	Continuité et suites	360
2	Continuité et équations	360
2.1	Théorème des valeurs intermédiaires	360

2.2	Cas de la stricte monotonie	362
3	Compléments et applications	363
3.1	Approcher une solution par dichotomie	363
3.2	Intervalle image	363
3.3	Un « petit » théorème de point fixe	364
Exercices	365
	Corrigé des exercices	372
Python & Algorithmique		387
1	Installer Python	387
2	Variables	388
3	Instructions conditionnelles	389
4	Boucles bornées	389
5	Boucles non bornées	390
6	Fonctions	391
7	Listes	392
8	Solutions	393