

OBJECTIF **STAPS**



Licence
et
Master

Biomécanique

3^e édition

- L'essentiel à connaître
- Exercices et annales corrigés et commentés

Romuald **Lepers**
Alain **Martin**

ellipses

CHAPITRE 1

STATIQUE, POSTURES D'ÉQUILIBRE, FORCES ET MOMENTS AUX ARTICULATIONS

L'objet de toutes études biomécaniques est d'analyser au travers d'un double système de forces (forces internes et externes) les postures et les mouvements du corps. Ce chapitre présente les éléments essentiels à l'analyse des forces externes présentes lors d'une posture d'équilibre.

1 Classifications des forces

Lorsque l'on étudie une posture d'équilibre, ou un mouvement, il convient de définir précisément le système étudié ainsi que les forces en présence. Quel que soit le système, les forces sont classées en forces externes ou internes. Ces dernières peuvent être décomposées afin que leurs actions soient spécifiquement déterminées.

Forces externes et forces internes

Les forces externes correspondent aux forces qui sont exercées par le milieu extérieur sur le système étudié. Les forces internes correspondent, quant à elles, aux forces exercées par une partie du système sur une autre partie du système. Cette distinction entre forces internes et forces externes dépend du système étudié. Par exemple, considérons deux individus en extension dorsale se maintenant par les mains (fig. 1-1).

Dans un premier temps, le système étudié comprend les deux sujets. Les forces externes sont les poids des deux sujets et les réactions au niveau du sol. Les forces internes comprennent les forces musculaires, ligamentaires et inter-articulaires, ainsi que les forces de liaison \vec{F} qui s'appliquent au niveau des mains et qui correspondent à l'action de l'un des deux sujets sur l'autre sujet. Si l'on considère maintenant uniquement le sujet 1 comme système étudié, nous avons comme forces externes le poids du sujet, la réaction du sol au niveau des pieds ainsi que la force $\vec{F}_{2/1}$ qui correspond à l'action au niveau des mains du sujet 2 sur le sujet 1 (fig. 1-2).

Il apparaît donc, pour déterminer l'action des forces externes agissant sur un système, de clairement identifier le système étudié ainsi que les forces externes qui agissent sur ce système.

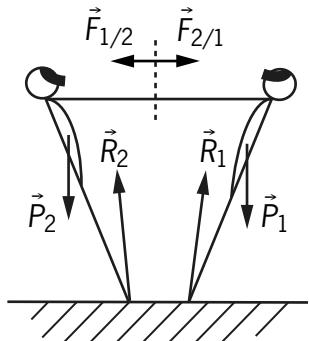


Figure 1-1. Décomposition d'un système de force en deux systèmes de force

Pour déterminer complètement les forces externes (intensité, sens, direction) agissant sur un système, on applique les relations fondamentales de la dynamique, à savoir :

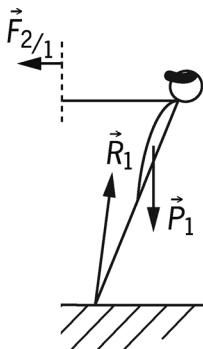


Figure 1-2. Forces externes agissant sur le sujet

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad (1) \qquad \sum \vec{M}_O(\vec{F}_{ext}) = I\ddot{\theta} \quad (2)$$

L'équation (1) indique que la somme des forces externes agissant sur le système est égale au produit de la masse (m) par l'accélération linéaire (\vec{a}) du système. Pour l'équation (2), nous avons la somme des moments des forces externes qui est égale au produit de l'inertie (I) par l'accélération angulaire ($\ddot{\theta}$) du système. Dans des conditions statiques (sans mouvement) ou de posture d'équilibre, les accélérations linéaires et angulaires du système sont nulles. On obtient alors les principes de non-translation (équation 3) et de non-rotation (équation 4).

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad (3) \qquad \sum \vec{M}_O(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \quad (4)$$

Les équations (3) et (4) sont utilisées pour déterminer complètement les forces externes agissant sur un système dans des conditions statiques.

Chez l'homme, la détermination des forces internes (musculaires, articulaires, ligamentaires) passe généralement par une étape de modélisation du système étudié. À partir de ces modèles (nécessitant des données anthropométriques et anatomiques...) il est possible de passer des valeurs de moments et de forces externes aux valeurs de moments et de forces internes.

Moment d'une force

Nous avons vu dans les équations (2) et (4) la notion de moment des forces externes. De manière générale, le moment d'une force exprime l'action d'une force à distance. Si l'on considère une force \vec{F} s'appliquant au point M (fig. 1-3), le moment de \vec{F} par rapport au point O est défini par le produit vectoriel :

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$$

Ce vecteur ($\vec{M}_O(\vec{F})$) est perpendiculaire au plan formé par les vecteurs \overrightarrow{OM} et \vec{F} , son sens est tel qu'il forme un trièdre direct (comme $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$), et son intensité est définie par :

$$M_O(\vec{F}) = OM \times F \times \sin(\widehat{\overrightarrow{OM}, \vec{F}})$$

Si l'on considère la distance d qui est définie par :

$$d = OM \times \sin(\widehat{\overrightarrow{OM}, \vec{F}})$$

alors, l'intensité du moment de \vec{F} par rapport à O devient :

$$M_O(\vec{F}) = F \times d$$

d représente le bras de levier de la force \vec{F} par rapport à O .

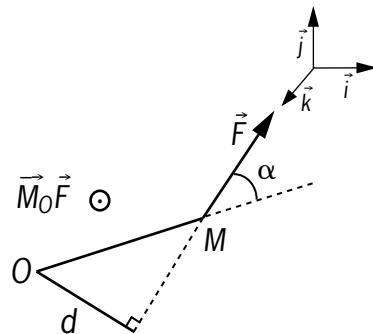


Figure 1-3. Moment d'une force \vec{F} par rapport à un point M

Dans des conditions statiques mais aussi dynamiques, le sens du moment d'une force par rapport à un point donne la tendance de la rotation. La représentation graphique de cette tendance est \odot si le moment est positif et \otimes si le moment est négatif. Par convention, le sens positif correspond au sens trigonométrique ou antihoraire. À partir du trièdre ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$), le produit vectoriel $\vec{i} \wedge \vec{j}$ donne le vecteur \vec{k} , alors que le produit vectoriel $\vec{j} \wedge \vec{i}$ donne le vecteur $-\vec{k}$. Par exemple, considérons une schématisation de l'articulation du coude (fig. 1-4). Le point O correspond au centre articulaire, \vec{F} et \vec{E} sont les forces qui représentent respectivement l'action des muscles fléchisseurs et extenseurs. Si les vecteurs \vec{F} et \vec{E} ainsi que l'avant-bras supportant les points B , O et A sont contenus dans un même plan alors, le moment de \vec{F} par rapport à O donne la tendance à la flexion de l'avant-bras sur le bras (moment positif), et le moment de \vec{E} par rapport à O donne la tendance à l'extension de l'avant-bras sur le bras (moment négatif).

Le moment d'une force est une donnée essentielle en biomécanique. En effet, l'action des muscles se fait au travers des leviers articulaires, ce qui engendre des mouvements angulaires.

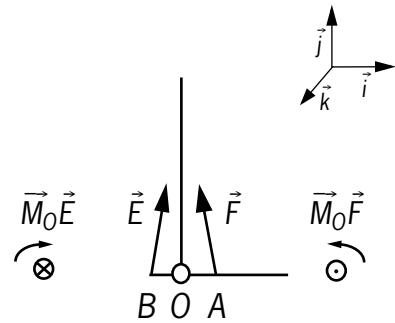


Figure 1-4. Représentation schématique de l'action des muscles fléchisseur (F) et extenseur (E) du coude

Décomposition de force

La décomposition d'une force permet dans certains cas d'apprécier et d'évaluer, pour différentes configurations du système étudié, les effets de cette force.

Composante de rotation, composante de stabilisation

Il s'agit ici d'analyser l'action d'une force musculaire par rapport à une articulation. Si l'on considère une articulation simple telle que l'articulation du coude, l'action des muscles fléchisseurs n'aura pas, en fonction de l'angle articulaire les mêmes effets. Sur la figure 1-5 nous avons représenté l'architecture osseuse du coude pour différentes configurations articulaires. L'action des muscles fléchisseurs est représentée par le vecteur \vec{B} dont l'orientation est définie par rapport à l'avant-bras (θ). Ce vecteur peut être décomposé en deux vecteurs qui sont :

- \vec{T} supporté par un axe perpendiculaire à l'avant-bras;
- \vec{S} supporté par un axe qui est dans le plan de l'avant-bras.

Quelle que soit la configuration articulaire considérée, nous avons toujours :

$$\vec{B} = \vec{T} + \vec{S}$$

Le moment de \vec{B} par rapport à O est défini par :

$$\vec{M}_O(\vec{B}) = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{B} = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{T} + \overrightarrow{OA} \wedge \vec{S}$$

L'intensité du moment de \vec{B} par rapport à O est:

$$M_O(\vec{B}) = OA \times T \times \sin(\widehat{OA}, \vec{T}) + OA \times S \times \sin(\widehat{OA}, \vec{S}) = OA \times T$$

avec :

$$\sin(\widehat{OA}, \vec{T}) = 1$$

$$\sin(\widehat{OA}, \vec{S}) = 0$$

Pour toutes les configurations articulaires, l'intensité du moment de \vec{B} par rapport au centre articulaire O est définie par le produit de la composante T par la distance OA . Dans ces conditions, T correspond à la composante efficace ou composante de rotation de la force B . En effet, c'est cette composante qui permet de réaliser l'action de flexion de l'avant-bras sur le bras. La composante S ne participe pas au mouvement de flexion. Lorsque l'angle θ est inférieur à 90° , la composante S est orientée vers le centre articulaire O , son action tend à comprimer les surfaces articulaires. Lorsque l'angle θ est supérieur à 90° , la composante S est orientée à l'opposé du centre O , son action tend à disjoindre les surfaces articulaires. La composante S correspond à la composante de stabilisation. Les actions des composantes S et T vont varier en fonction de l'angle articulaire. En effet, si l'on considère une force B constante, la composante S sera supérieure à la composante T lorsque le coude est proche de l'extension complète, l'inverse se réalise lorsque le coude est proche de la flexion complète (fig. 1-5). Dans ce cas, le moment de B par rapport à O va varier en fonction de la position angulaire de l'articulation (Tableau 1).

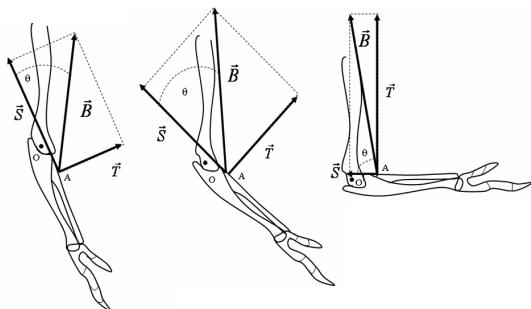


Figure 1-5. Décomposition de forces pour l'articulation du coude et pour différentes positions angulaires

Tableau 1. Effet de l'angle articulaire sur la valeur des composantes de S et T pour une force $B = 100 \text{ N}$ ($S = B \cos \theta$; $T = B \sin \theta$)

Angle θ (°)	S (N)	T (N)
15	96,6	25,9
30	86,6	50,0
90	0	100,0
110	34,4	94,0

Composante de compression, composante de glissement

Il s'agit ici d'analyser l'action d'une force sur un plan plus ou moins incliné. Pour cela, nous allons prendre pour exemple la jonction lombosacrée (fig. 1-6). Cette articulation anatomique comprend la dernière vertèbre lombaire, le plateau du sacrum et le disque intervertébral qui se situe entre ces deux structures osseuses. En position debout (statique), le poids du haut du corps \vec{W} agit sur le plateau sacré qui est incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontal (angle sacral). Cette force se décompose en une composante \vec{S}

supportée par un axe qui se situe dans le plan du plateau sacré, et une composante \vec{C} supportée par un axe perpendiculaire au plateau sacré. Quel que soit l'angle θ , nous avons :

$$\vec{W} = \vec{S} + \vec{C} \text{ avec } S = W \sin\theta \text{ et } C = W \cos\theta$$

Représentation des composantes de compression (\vec{C}) et de glissement (\vec{S})

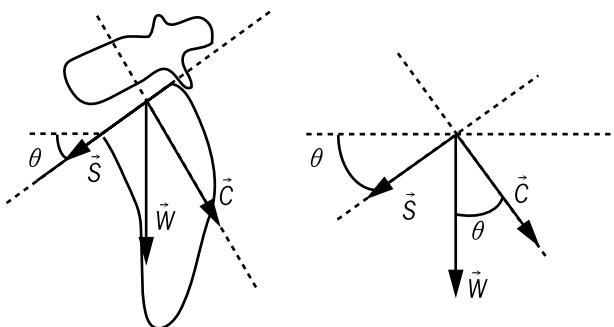


Figure 1-6. Junction lombosacrée

Si le poids du haut du corps est constant, la composante \vec{S} va augmenter avec l'augmentation de l'angle θ , alors que la composante \vec{C} va diminuer. La composante \vec{C} est une composante de compression, son action a pour effet de comprimer le disque intervertébral sur le plateau sacré. La composante \vec{S} est une composante de glissement, son action a pour effet de faire glisser le disque intervertébral sur le plateau sacré. La fonction du disque intervertébral est d'amortir les chocs. Aussi, lorsque l'angle θ est supérieur à 45° la composante de glissement sera supérieure à la composante de compression (Tableau 2). Dans ce cas, le disque va glisser sur le plateau sacré, il ne pourra donc plus assurer efficacement sa fonction d'amortissement. Ce phénomène peut se produire dans le cas d'hyperlordose ($\theta > 45^\circ$).

Tableau 2. Effets de l'angle sacral (θ) sur les valeurs des composantes \vec{C} et \vec{P} pour $\vec{W} = 500 N$

θ (°)	C (N)	S (N)
30	433,0	250,0
40	387,4	321,4
45	353,6	353,6
50	321,4	383,0
60	250,0	433,0

Remarque :

Dans le cas de la compression, on utilise généralement la notion de contrainte

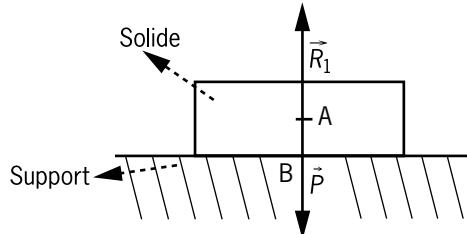
(σ , pression) qui correspond au rapport entre la force et la surface de contact

$$\sigma = \text{Force/Surface (N.m}^{-2}\text{)}$$

Force de contact entre solides

Considérons un solide placé sur un support dans des conditions statiques et dans le cas d'un contact idéal (sans frottement – figure 1-7). Le solide est soumis à deux forces externes, son poids \vec{P} et la réaction du support \vec{R} (principe d'action/réaction). Si l'on applique le principe de non-translation, on a:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{O} = \vec{P} + \vec{R}$$



Le point A correspond au point d'application du poids du solide (\vec{P}).

Le point B correspond au point d'application de la réaction du sol (\vec{R}).

Figure 1-7. Contact entre solide et support

$$P = R = m.g \quad (m \text{ correspond à la masse du solide [kg]} \text{ et } g \text{ à la gravité } [9,81 \text{ m.s}^{-1}])$$

Dans ce cas, la réaction du support sera un vecteur directement opposé au poids du solide.

Dans le cas d'appuis plantaires, la force de réaction se répartit sous l'appui (on exerce une pression sur le sol). On assimile généralement cette pression en une force de réaction que l'on appliquera au centre des forces de pression (voir chap. 4.2).

Force de frottement entre solides

Dans le cas d'un contact idéal, que le solide se déplace ou non, la réaction du sol est directement opposée au poids du sujet. Ceci n'est pas le cas lors d'un contact avec frottement (fig. 1-8).

DÉFINITION

Lorsqu'un solide se déplace ou tend à se déplacer à la surface d'un autre solide, la force qui s'oppose au déplacement est appelée force de frottement.

Dans le cas de frottement de glissement, la force de frottement est :

- dépendante de la nature des surfaces en contact;
- indépendante de l'étendue des surfaces en contact;
- proportionnelle à la valeur de la force normale aux surfaces en contact (bien souvent le poids), à savoir :

$$R_t = \mu R_n$$

R_t correspond à la force de frottement, cette force est tangentielle aux surfaces en contact, R_n correspond à la composante normale aux surfaces en contact, μ est le coefficient de frottement.

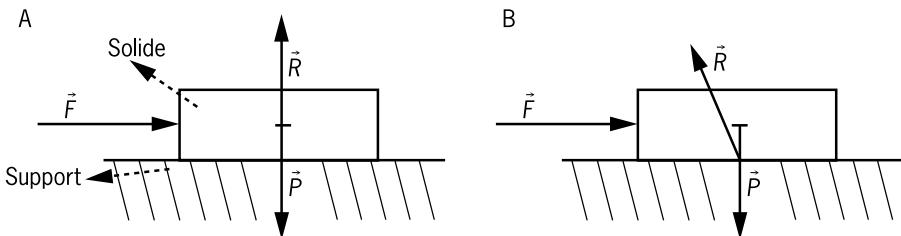


Figure 1-8. Contact idéal (A) et contact avec frottement (B) \vec{P} correspond au poids du solide, \vec{R} correspond à la réaction du support et \vec{F} est une force qui déplace ou tend à déplacer le solide

Nous pouvons noter que l'inclinaison de la force de réaction du support par rapport à la composante normale est définie par l'angle α dont la valeur de la tangente est égale au coefficient μ .

$$\tan \alpha = \frac{R_t}{R_n} = \mu$$

Il existe une valeur limite de μ au-delà de laquelle le solide se déplace. Dès lors que le corps se déplace, le coefficient μ devient inférieur à μ limite.

Considérons un solide immobile sur son support (fig. 1-9). Ce dernier est soumis à 3 forces externes qui sont :

- \vec{P} : poids du solide;
- \vec{F} : force externe qui tend à déplacer le solide ;
- \vec{R} : réaction du sol.

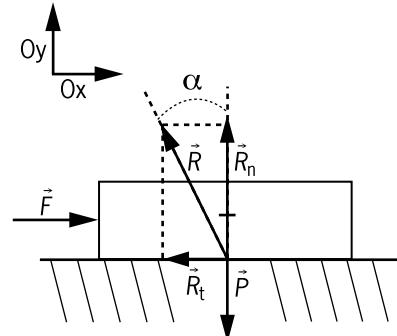


Figure 1-9. Décomposition de la force de réaction du support dans le cas d'un contact avec frottement

Le solide étant dans des conditions statiques, le principe de non-translation s'écrit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}$$

Si \vec{R}_n et \vec{R}_t sont les composantes normale (suivant (Oy)) et tangentielle (suivant (Ox)) alors on obtient suivant les axes :

$$(Ox)/F - R_t = 0 \Rightarrow F = R_t$$

$$(Oy)/R_n - P = 0 \Rightarrow R_n = P$$

$$R = \sqrt{R_n^2 + R_t^2} = \sqrt{P^2 + F^2}$$

La réaction du support n'est pas directement opposée au poids du solide.

Pour déterminer la force \vec{F} nécessaire à appliquer au système pour qu'il se déplace, on se place à une valeur de $\mu = \mu$ limite (μ_l). Dans notre cas, pour que le solide se déplace il faudra que la force soit :

$$F > R_t \Rightarrow R_t = \mu_l R_n = \mu_l P \Rightarrow F > \mu_l P$$

On peut noter que pour certaines activités physiques et sportives, on tente de réduire les frottements, c'est le cas pour les sports de glisse (voile, ski...), alors que pour d'autres activités on essaie d'augmenter les frottements comme par exemple en gymnastique sportive (contact barre-mains), en escalade...

En étudiant l'équilibre d'un solide sur un support incliné, il est possible de déterminer le coefficient de frottement limite au-delà duquel le solide glisse sur le support incliné.

Le solide est soumis à deux forces externes qui sont son poids (\vec{P}) et la réaction du support (\vec{R}). Le solide est en équilibre, nous avons :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = \vec{P} + \vec{R} \Rightarrow \begin{cases} Ox : R_t - P \sin \alpha = 0 \\ Oy : R_n - P \cos \alpha = 0 \end{cases} \text{ avec par définition } \vec{R} = \vec{R}_t + \vec{R}_n$$

$$\text{et: } R_t = \mu R_n \Rightarrow \mu = \frac{R_t}{R_n} = \frac{P \sin \alpha}{P \cos \alpha}$$

Dans ces conditions le coefficient de frottement est : $\mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$

Le solide glissera sur le support dès lors que la valeur de la tangente de l'angle α sera supérieure à la valeur du coefficient de frottement μ_f .

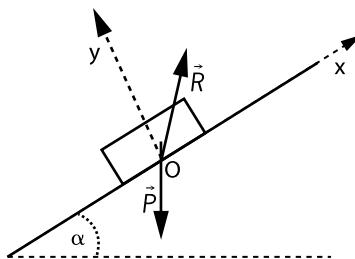


Figure 1-10. Équilibre d'un solide sur un support incliné

2 Éléments de réduction d'un système

Réduire un système de forces ou de moments, c'est le résumer à une force ou à un moment.

Force résultante

Si l'on considère un système quelconque soumis à différentes forces élémentaires, réduire ce système à un système soumis à une force consiste à déterminer par addition vectorielle la force résultante.

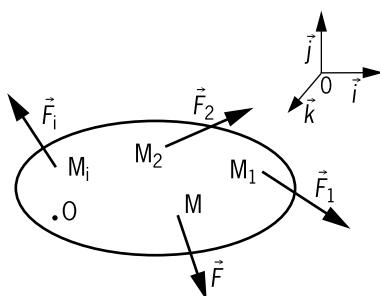


Figure 1-11. Solide soumis à différentes forces élémentaires

Soit un système (fig. 1-11) soumis à des forces $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, la force résultante \vec{F} est :

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{i=n} (F_i x) \vec{i} + \sum_{i=1}^{i=n} (F_i y) \vec{j} + \sum_{i=1}^{i=n} (F_i z) \vec{k} = Fx \vec{i} + Fy \vec{j} + Fz \vec{k}$$

Ici, F_x, F_y, F_z représentent les composantes de \vec{F}_i dans un repère orthonormé ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).

L'intensité de \vec{F} est définie par la norme de \vec{F} :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Nous pouvons par exemple réduire l'action des muscles biceps brachii, brachio radialis et brachialis antérieur lors de la flexion du coude à une force résultante correspondant à l'action des principaux muscles fléchisseurs du coude (il peut en être de même pour l'extension du genou par exemple) (fig. 1-12).

Exemple :

L'articulation du coude fait un angle de 90° , l'avant-bras est horizontal. L'action de chacun des muscles est représentée par un vecteur dont le point d'application est le point A. Chaque vecteur force est orienté par rapport à l'avant-bras d'un angle α . En considérant que ces vecteurs sont tous contenus dans un même plan, nous pouvons déterminer le vecteur résultant qui correspond à l'action des muscles fléchisseurs du coude.

Orientation des vecteurs forces par rapport à l'axe (Ax) :

$$(Ax, \hat{F}_1) = \alpha_1 \quad (Ax, \hat{F}_2) = \alpha_2 \quad (Ax, \hat{F}_3) = \alpha_3$$

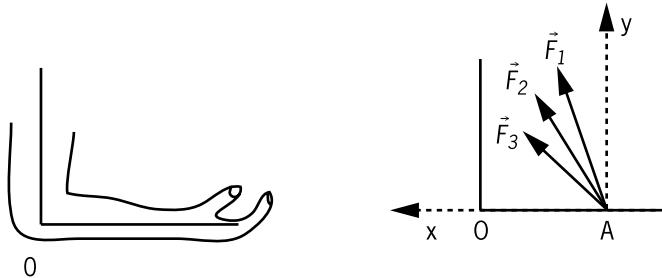


Figure 1-12. Représentation schématique de l'action des muscles fléchisseurs de l'articulation du coude.

Notons que l'axe horizontal (Ax) est orienté positivement vers la gauche

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$Ax/Fx = F_1 x + F_2 x + F_3 x = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 \cos \alpha_3$$

$$Ay/Fy = F_1 y + F_2 y + F_3 y = F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2 + F_3 \sin \alpha_3$$

$$F = \sqrt{Fx^2 + Fy^2}$$

L'orientation de F par rapport à l'avant-bras est :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{F \sin \alpha}{F \cos \alpha} = \frac{Fy}{Fx}$$

Application numérique :

$$\begin{array}{ll} F_1 = 290 \text{ N} & \alpha_1 = 50^\circ \\ F_2 = 440 \text{ N} & \alpha_2 = 78,6^\circ \\ F_3 = 95 \text{ N} & \alpha_3 = 72,8^\circ \\ F_x = 301,5 \text{ N} & F_y = 744,2 \text{ N} \quad F = 803 \text{ N} \quad \alpha = 68^\circ \end{array}$$

Moment résultant

Tout comme précédemment, nous pouvons résumer l'action des moments des forces élémentaires appliquées à un système à un moment résultant.

Le moment par rapport à O d'une force élémentaire \vec{F}_i s'appliquant au point M_i est défini par :

$$\vec{M}_O(\vec{F}_i) = \overrightarrow{OM}_i \wedge \vec{F}_i$$

Son intensité est :

$$M_O(\vec{F}_i) = OM_i \times F_i \times \sin \alpha_i = OH_i \times F_i$$

$OH_i = OM_i \times \sin \alpha_i$, H_i est la projection perpendiculaire du point O sur la ligne d'action de F_i .

$$\text{Si : } \vec{F} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i$$

$$\text{Alors : } \vec{M}_O(\vec{F}) = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{M}_O(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^{i=n} (\overrightarrow{OM}_i \wedge \vec{F}_i) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$$

$$\text{L'intensité sera : } M_O(\vec{F}) = \sum_{i=1}^{i=n} (OM_i \times F_i \times \sin \alpha_i) = \sum_{i=1}^{i=n} (OH_i \times F_i) = OM \times F \times \sin \alpha$$

Si nous reprenons l'exemple concernant l'articulation du coude (fig. 1-12), nous avons :

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{M}_O(\vec{F}_1) + \vec{M}_O(\vec{F}_2) + \vec{M}_O(\vec{F}_3)$$

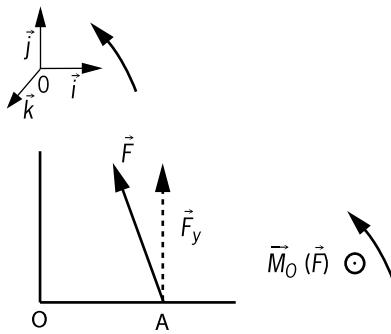
$$\vec{M}_O(\vec{F}_1) = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}_1 = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}_{1x} + \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}_{1y} = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}_{1y}$$

$$\text{L'intensité de ce moment est : } M_O(\vec{F}_1) = OA \times F_{1y}$$

$$\text{Donc : } \vec{M}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OA} \wedge (\vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y})$$

$$\text{L'intensité est définie par : } M_O(\vec{F}) = OA \times (F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}) = OA \times F_y$$

Sa représentation schématique vous est donnée à la figure 1-13.



Le vecteur en pointillé représente la composante verticale de la force F .

Figure 1-13. Représentation schématique du moment des muscles fléchisseurs du coude

Application numérique :

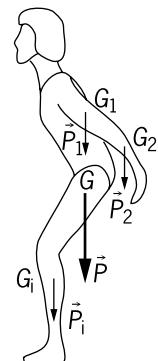
Si la distance $(OA) = 4 \text{ cm}$ le moment de F par rapport à O est :

$$M\left(\text{o}_O \vec{F}\right) = 29,8 \text{ Nm}$$

Exemple de réduction d'un système de force : cas du poids

Si nous considérons un solide quelconque constitué de particules élémentaires, chaque particule élémentaire possède un poids élémentaire qui est le produit de la masse élémentaire de la particule par la gravité. La masse totale du solide correspond à la somme des masses élémentaires, son poids à la somme des poids élémentaires. Ce dernier s'applique en un point fictif qui correspond au centre de gravité du solide (CG) (fig. 1-14). La position de ce point correspond au point pour lequel la somme des moments des poids élémentaires par rapport à ce point est nulle, c'est donc le barycentre des masses élémentaires. Si le système étudié est un solide homogène ou non, la position du CG de ce solide sera un point fixe et ce, quelle que soit la position du solide dans l'espace. Si par contre le système étudié est constitué de solides articulés, la position du CG du système sera non fixe, et elle va se déplacer en fonction de l'agencement dans l'espace des différents solides constituant le système. C'est notamment le cas pour le corps humain. En effet, toutes modifications de la position d'un ou de plusieurs segments les uns par rapport aux autres va induire une modification de la position du centre de gravité du corps entier. Dès lors, lorsque l'on étudie au cours d'un mouvement la trajectoire du centre de gravité d'un individu, il est nécessaire de définir à chaque instant du mouvement la position de ce point.

Pour déterminer la position du CG du corps, nous allons considérer que chaque segment du corps est un solide homogène ayant une masse et un poids élémentaire, ce dernier s'appliquant au centre de gravité du segment considéré (CG_i) (fig. 1-14). La position du centre de gravité de chaque segment nous est fournie par des tables



Les différents segments sont assimilés à des solides indéformables et homogènes.

Figure 1-14. Poids élémentaires et centres de gravité des segments pour une gymnaste

anthropométriques obtenues à partir d'études réalisées sur des cadavres. Ces tables donnent à partir du poids total de l'individu la position de CG_i en pourcentage de la longueur du segment considéré.

Pour une posture donnée de l'individu, la position du CG est définie par :

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_G(\vec{P}_i) = \vec{0} \text{ avec } P_i = \text{poids élémentaire du segment } i$$

$$\sum_{i=1}^n (\overrightarrow{GG}_i \wedge \vec{P}_i) = \vec{0}$$

si: $\vec{P}_i = m_i \vec{g}$

alors: $\sum_{i=1}^n (m_i \overrightarrow{GG}_i \wedge \vec{g}) = \vec{0}$

Pour que ce produit soit nul il faut que: $\sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{GG}_i = \vec{0}$

Si l'on place l'individu dans un repère orthonormé (O, O_x, O_y, O_z) alors : (fig. 1-15)

$$\overrightarrow{GG}_i = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG}_i$$

La position du centre de gravité sera définie par :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{OG}_i \text{ avec } m = \sum_{i=1}^n m_i$$

La position du centre de gravité se définit comme le barycentre des masses élémentaires.

Si les coordonnées de G et de G_i sont respectivement :

$$\overrightarrow{OG}(x_G, y_G, z_G) \quad \overrightarrow{OG}_i(x_{G_i}, y_{G_i}, z_{G_i})$$

alors les coordonnées de OG seront définies par :

$$x_G = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i x_{G_i}$$

$$y_G = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i y_{G_i}$$

$$z_G = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i z_{G_i}$$

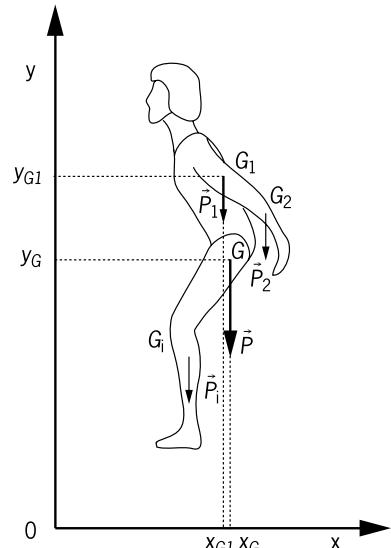


Figure 1-15. Coordonnées des centres de gravité des différents segments suivant deux axes ($Ox; Oy$)

L'étude de la trajectoire du CG renseigne sur le mouvement global réalisé par l'individu, dans ce cas nous résumons l'individu à un point. En conséquence, en fonction de la configuration spatiale des différents segments les uns par rapport aux autres, le CG peut être à l'extérieur de l'individu (cas d'un gymnaste qui réalise un pont). Aussi, la seule étude de la trajectoire du CG peut aboutir, dans certains cas, à une conclusion erronée concernant la performance réelle réalisée par l'athlète. Si nous considérons par exemple le cas du saut en hauteur, le CG de l'athlète peut ne pas passer au-dessus de la barre, alors que l'athlète a effectivement franchi cette dernière. En effet, lors d'un saut en Fosbury, l'athlète au moment du franchissement est en extension dorsale au-dessus de la barre, dans ce cas son CG , qui est en dessous et à l'extérieur de lui, peut passer en dessous de la barre.

Exemple : détermination simple de la hauteur du centre de gravité pour un sujet.

Le principe consiste à peser un individu allongé sur un plateau (fig. 1-16) placé en équilibre sur une balance (point A) et un appui ponctuel (point O). Les pieds du sujet sont à l'aplomb du point A.

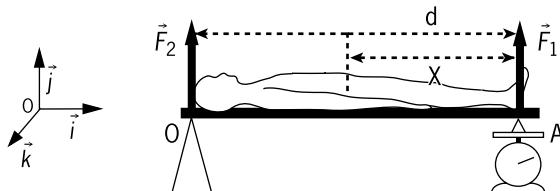


Figure 1-16. Détermination de la position verticale du CG à partir d'une mesure sur plateau

Le système étudié correspond au sujet. Celui-ci est soumis à trois forces externes :

- Poids du sujet: \vec{P} ;
- Réactions \vec{F}_1 et \vec{F}_2 .

Toutes ces forces sont perpendiculaires à \vec{i} (axe horizontal)

Le sujet est dans des conditions statiques, nous avons :

$$\text{soit } \sum \vec{M}_o \vec{F}_{ext} = \vec{0} = \vec{M}_o \vec{F}_1 + \vec{M}_o \vec{F}_2 + \vec{M}_o \vec{P} \Rightarrow \left\{ \vec{k} : M_o \vec{P} = M_o \vec{F}_1 \right\} \Rightarrow (d - x) \cdot P = d \cdot F_1$$

$$\text{soit } x = -\frac{F_1 \cdot d}{P} + d$$

Si $P = m \cdot g$ et $F_1 = m_1 \cdot g$ avec m_1 correspondant à la mesure de la balance placée en A alors :

$$x = d - \frac{m_1 \cdot d}{m}$$

Dans ce cas x représente la hauteur du CG de l'individu debout.

Exemple numérique :

$$m = 75 \text{ kg}$$

$$m_1 = 31 \text{ kg}$$

$$d = 1,75 \text{ m}$$

$$x = 1,02 \text{ m}$$

Pour ce sujet la hauteur de son centre de gravité par rapport au sol sera 1,02 m.

3 Conditions générales d'équilibre – Postures

Conditions d'équilibre

Principe d'action/réaction :

Si un corps A exerce une force sur un corps B $\vec{F}_{A/B}$ alors le corps B exerce une force sur le corps A d'intensité équivalente mais de sens opposé $\vec{F}_{B/A}$.

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} \quad F_{A/B} = F_{B/A}$$

Conditions d'équilibre :

Un système ou un corps est en équilibre dès lors qu'il n'est soumis à aucune accélération. On définit alors le principe de non-translation et de non-rotation.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad \sum \vec{M}_O(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$$

C'est à partir de ces relations que l'on peut déterminer complètement toutes les forces externes qui agissent sur un système en équilibre.

Conséquences :

- À l'équilibre, si un corps est soumis à deux forces alors les deux forces sont directement opposées (cas du poids et de la réaction du sol).
- Si un corps est soumis à trois forces alors ces forces, seront considérées comme coplanaires (toutes comprises dans un même plan), et elles peuvent être concourantes (les lignes d'action de ces forces sont sécantes en un point). À l'équilibre, la détermination des forces externes (trois forces ou plus) agissant sur un système nécessite l'application des principes de non-translation et de non-rotation.

Nous pouvons par exemple étudier les forces externes agissant sur un individu en appui sur un mur (fig. 1-17).

Le sujet est en équilibre et il est soumis à trois forces externes qui sont :

- \vec{P} poids du sujet;
- \vec{R}_s réaction du sol au niveau des pieds ;
- \vec{R}_m réaction du mur au niveau des mains.

Pour le principe de non-translation nous avons :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = \vec{P} + \vec{R}_s + \vec{R}_m \Rightarrow \begin{cases} \vec{i} / R_m - R_{sx} = 0 \\ \vec{j} / R_{sy} - P = 0 \end{cases}$$

Les forces sont décomposées suivant les vecteurs unitaires \vec{i} (axe horizontal) et \vec{j} (axe vertical).

Pour le principe de non-rotation nous avons :

$$\sum \vec{M}_O(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} = \vec{M}_O(\vec{P}) + \vec{M}_O(\vec{R}_s) + \vec{M}_O(\vec{R}_m) \Rightarrow \vec{k} : -M_O(R_m) + M_O(P) = 0$$

Les moments des forces par rapport au point O (point d'application de la réaction du sol) sont supportés par le vecteur unitaire \vec{k} (axe perpendiculaire au plan formé par les

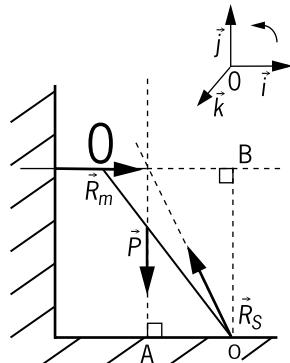


Figure 1-17. Système de forces externes agissant sur un individu en appui sur un mur

vecteurs \vec{i} et \vec{j}). Notons que le moment d'une force par rapport à son propre point d'application est toujours nul, donc $M_O(\vec{R}_s) = \vec{0}$ et $M_O(\vec{R}_s) = 0$.

Par définition, le moment d'une force est déterminé par le produit de la force par son bras de levier. Ce dernier est obtenu en projetant le point O perpendiculairement à la ligne d'action de la force. Nous avons donc suivant $\vec{k} : -R_m \cdot (OB) + P \cdot (OA) = 0 \Rightarrow R_m = \frac{P \cdot (OA)}{(OB)}$

Pour les vecteurs \vec{i} et \vec{j} nous avons :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{i} / R_{sx} = R_m = \frac{P \cdot (OA)}{(OB)} \\ \vec{j} / R_{sy} = P \end{array} \right\} \Rightarrow R_s = \sqrt{R_{sx}^2 + R_{sy}^2}$$

L'intensité de la réaction du sol est définie par la norme du vecteur.

Application numérique :

Données $P = 750 \text{ N}$; $(OA) = 0,60 \text{ m}$; $(OB) = 1,30 \text{ m}$

$$R_m = 346,15 \text{ N} \quad R_{sx} = 346,15 \text{ N} \quad R_{sy} = 750 \text{ N} \quad R_s = 826 \text{ N}$$

Nous pouvons remarquer, à partir de cet exemple que la réaction du sol est supérieure au poids du sujet. Ceci n'est pas le cas lorsque le sujet se maintient en équilibre debout. En effet dans ce cas le sujet est soumis à deux forces externes (son poids et la réaction du sol), la réaction du sol est directement opposée au poids du sujet et son intensité est équivalente au poids (dans notre cas 750 N).

Le même principe d'analyse peut être utilisé lorsque l'on étudie l'équilibre d'une structure anatomique. Nous envisageons le cas d'un individu qui maintient une charge dans la main avec un angle bras avant-bras de 90° (l'avant-bras étant horizontal), et nous voulons déterminer la force musculaire que doivent produire les muscles fléchisseurs pour maintenir cette charge (fig. 1-18).

Le système étudié correspond à l'avant-bras. Il est soumis à quatre forces externes qui sont :

- \vec{P} poids de l'avant-bras;
- \vec{P}_c poids de la charge;
- \vec{F} force musculaire des muscles fléchisseurs du coude;
- \vec{F}_c force de contact osseux qui correspond à l'action du bras sur l'avant-bras.

Pour estimer la force musculaire nécessaire au maintien de la charge, nous supposons que toutes les forces sont perpendiculaires à l'avant-bras (donc toutes parallèles).

L'avant-bras étant en équilibre, nous appliquons les principes de non-translation et de non-rotation.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = \vec{P} + \vec{P}_c + \vec{F} + \vec{F}_c \Rightarrow \{j / F - P - P_c - F_c = 0\}$$

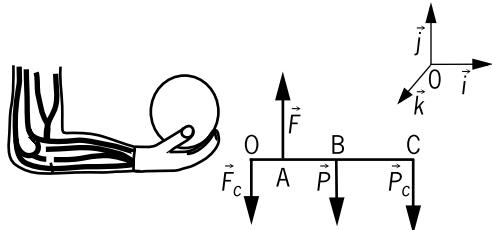


Figure 1-18. Schématisation de l'action des forces intervenant sur l'avant-bras lors du maintien d'une charge avec un angle bras avant-bras de 90°

$$\begin{aligned}\sum \vec{M}_o \vec{F}_{ext} &= \vec{0} = \vec{M}_o \vec{P} + \vec{M}_o \vec{F} + \vec{M}_o \vec{F}_c + \vec{M}_o \vec{P}_c \\ \Rightarrow \{ \vec{k} / M_o \vec{F} - M_o \vec{P} - M_o \vec{P}_c &= 0 \}\end{aligned}$$

Le moment d'une force étant, par définition, égale au produit de la force par le bras de levier, nous avons :

$$\vec{k} / F.(OA) - P.(OB) - P_c.(OC) = 0 \Rightarrow F = \frac{g[m.(OB) + m_c.(OC)]}{(OA)}$$

où m est la masse de l'avant-bras, m_c la masse de la charge et g la gravité ($9,81 \text{ m.s}^{-2}$).

La force de contact osseuse F_c est définie par :

$$\vec{j} / F_c = F - P - P_c = g \left(\frac{m.(OB) + m_c.(OC)}{(OA)} - m - m_c \right)$$

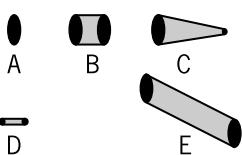
Application numérique :

Données : $m = 1 \text{ kg}$; $m_c = 5 \text{ kg}$; $(OA) = 0,05 \text{ m}$; $(OB) = 0,15 \text{ m}$; $(OC) = 0,30 \text{ m}$; $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

$$F = 323,7 \text{ N} \quad F_c = 264,9 \text{ N}$$

Pour maintenir une charge d'une masse de 5 kg (49 N), l'individu doit développer une force musculaire qui est six fois plus importante que le poids de la charge. La contrainte articulaire qui est dans cet exemple définie à partir de la force de contact osseuse est elle aussi plus importante que le poids de la charge.

Équilibre d'un solide sur un plan – base de sustentation



- A. Individu debout sur un pied
- B. Individu debout sur deux pieds
- C. Individu debout sur un pied avec une béquille
- D. Danseuse sur les pointes
- E. Sport de combat

Figure 1-19. Représentation schématique des bases de sustentation (en gris) pour différents appuis

Considérons un solide en équilibre sur un support, ce solide est soumis à deux forces externes. Ces deux forces (poids du solide et réaction du support) sont directement opposées. Le point d'application du poids du solide s'applique au *CG* du solide, le point d'application de la réaction du support correspond à la projection verticale du *CG* sur le support. Ce point d'application peut être à l'extérieur des surfaces de contact entre support et solide, mais il se situe toujours dans la base de sustentation. Cette base est obtenue en joignant les points de contact avec le support les plus éloignés par un polygone qui englobe tous les autres points (fig. 1-19). Si le *CG* se projette à l'extérieur de la base de sustentation, le solide est en déséquilibre.

L'équilibre d'un solide peut être plus ou moins stable. Cette stabilité va dépendre de la taille de la surface de la base de sustentation ainsi que de la hauteur du *CG* par rapport au support. Pour augmenter la stabilité, il faut augmenter la surface de la base de sustentation et réduire la hauteur du *CG* (réduire l'énergie potentielle du solide $Ep = mgh$, où h correspond à la hauteur du *CG*). C'est notamment le cas dans certains sports de combat (judo, lutte...) où les athlètes adoptent généralement une attitude ramassée sur leurs appuis.

Remarque :

Pour l'homme, l'équilibre parfait n'existe pas. En effet, l'individu oscille autour d'une position d'équilibre, nous déterminons, alors l'équilibre dynamique (voir chap. 4.2)

$$\sum \vec{F}_{ext}(t) = m\vec{a}_g(t) \quad \vec{a}_g = \text{accélération du centre de gravité}$$

$$\vec{P} + \vec{R}(t) = m\vec{a}_g(t) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{i} : ma_g x(t) = R_x(t) \\ \vec{j} : ma_g y(t) = R_y(t) - mg \\ \vec{k} : ma_g z(t) = R_z(t) \end{array} \right.$$

Étude de posture

À partir de deux exemples, nous allons montrer que les forces internes nécessaires au maintien d'une position d'équilibre sont largement supérieures soit au poids du corps soit aux poids de la charge à maintenir.

Équilibre d'un sujet debout sur une pointe de pieds

Pour un individu debout sur une pointe de pied, la réaction du sol est déterminée en analysant l'équilibre du sujet. Le sujet étudié est soumis à deux forces externes qui sont :

- \vec{P} poids du sujet (800 N)
- \vec{R} réaction du sol

Les deux forces sont directement opposées, nous avons à l'équilibre :

$$P = R = 800 \text{ N}.$$

Pour analyser les forces s'exerçant au niveau de la cheville, nous étudions le système pied. Ce système est soumis (si nous négligeons le poids du pied) à trois forces externes qui sont :

- \vec{R} réaction du sol s'appliquant au point A ;
- \vec{F}_1 force musculaire agissant au niveau du tendon d'Achille ;
- \vec{F}_2 action de la jambe sur le pied (action interosseuse).

La schématisation du système de force permet d'estimer la force musculaire nécessaire au maintien de la posture (fig. 1-21).

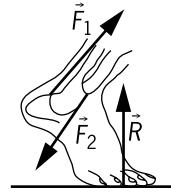


Figure 1-20. Équilibre du système « pied » pour un individu debout sur un pied

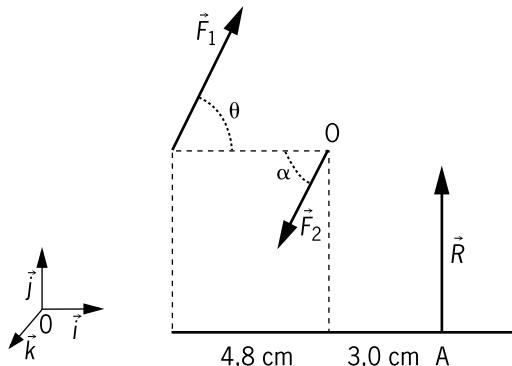


Figure 1-21. Représentation des forces externes agissant sur le pied lorsqu'un individu est debout sur une pointe de pied en équilibre

Nous avons :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{R} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{i} : F_{1x} - F_{2x} = 0 \\ \vec{j} : F_{1y} - F_{2y} + R = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_O(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} &= M_O(\vec{F}_1) + M_O(\vec{F}_2) + M_O(\vec{R}) \Rightarrow \left\{ \vec{k} : -M_O(\vec{F}_1) + M_O(\vec{R}) = 0 \right\} \\ \Rightarrow \left\{ \vec{k} : M_O(\vec{R}) = M_O(\vec{F}_1) \right\} &\Rightarrow R \cdot 0,048 = F_1 \cdot 0,03 \cdot \sin \theta \end{aligned}$$

Suivant \vec{k} nous avons :

$$F_1 = \frac{R \cdot 0,03}{0,048 \sin \theta}$$

Suivant \vec{i} et \vec{j} :

$$\vec{i} : F_{2x} = F_{1x} = F_1 \cos \theta$$

$$\vec{j} : F_{2y} = F_{1y} + R = F_1 \sin \theta + R$$

L'intensité de F_2 est : $F_2 = \sqrt{F_2x^2 + F_2y^2}$ l'orientation de cette force par rapport à l'horizontal est définie par l'angle α :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{F_2 \sin \alpha}{F_2 \cos \alpha} = \frac{F_{2y}}{F_{2x}}$$

Application numérique : $R = 800 \text{ N}$; $\theta = 40^\circ$

$$F_1 = 1\,991,3 \text{ N} \quad F_2x = 1\,525,4 \text{ N} \quad F_2y = 2\,080$$

$$F_2 = 2\,579,4 \text{ N} \quad \alpha = 53,7^\circ$$

L'intensité des forces F_1 et F_2 sont bien supérieures au poids du sujet ($P = 800 \text{ N}$).

Équilibre d'un sujet couché maintenant les jambes surélevées

Un sujet allongé sur le dos maintient ses jambes surélevées par rapport au sol d'un angle de 30° (Fig. 1-22). En étudiant l'équilibre des jambes, et à partir d'une schématisation de ce système, nous pouvons déterminer la force musculaire que le sujet doit développer, ainsi que la force de contact osseuse entre les jambes et le tronc.

Les jambes sont soumises à trois forces externes qui sont

- le poids des jambes \vec{P} ;
- la force musculaire (essentiellement développée par le muscle psoas iliaque) \vec{F} ;
- la force de contact osseuse (force de contact entre le bassin et le fémur) \vec{R} .

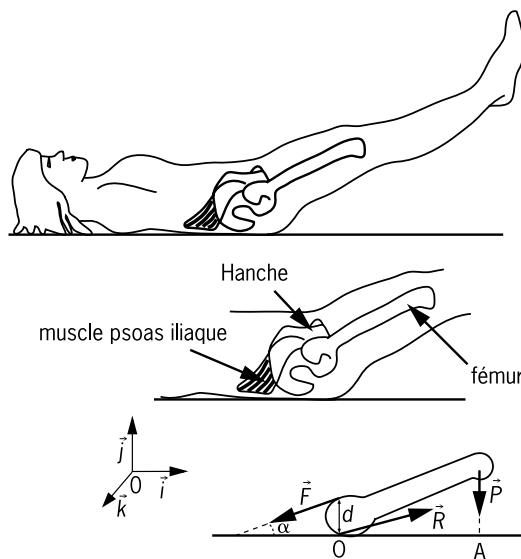


Figure 1-22. Sujet allongé sur le dos maintenant surélevées ses jambes.
Schématisation des forces externes intervenant sur les jambes

Nous avons :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} \Rightarrow \begin{cases} \vec{i} : R_x - F_x = 0 \\ \vec{j} : R_y - F_y - P = 0 \end{cases}$$

$$\sum \vec{M}_O(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} = \vec{M}_O(\vec{R}) + \vec{M}_O(\vec{P}) + \vec{M}_O(\vec{F}) \Rightarrow \vec{k} : M_O(\vec{F}) - M_O(\vec{P}) = 0$$

$$\Rightarrow M_O(\vec{F}) = M_O(\vec{P}) \Rightarrow F.d.\cos\alpha = P.(OA)$$

Suivant \vec{k} nous obtenons :

$$F = \frac{P.(OA)}{d \cos \alpha}$$

Suivant \vec{i} et \vec{j} :

$$\begin{cases} R_x = F_x = F \cos \alpha \\ R_y = F_y + P = F \sin \alpha + P \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Application numérique :

Données $(OA) = 30 \text{ cm}$; $P = 196,2 \text{ N}$; $\alpha = 30^\circ$;

$d = 5 \text{ cm}$

$$F = 1\,359 \text{ N} \quad R_x = 1\,176,9 \text{ N} \quad R_y = 875,7 \text{ N} \quad R = 1\,467 \text{ N}$$

Dans cet exemple, nous pouvons remarquer que les forces musculaires ou interarticulaires sont supérieures au poids de la charge à maintenir (ici, le poids des jambes).

EXERCICES

EXERCICE 1.1. FORCE DE FROTTEMENT ENTRE SOLIDE

Un sujet veut déplacer un solide placé sur un plan incliné ($\alpha = 30^\circ$) (fig. 1). Sachant que la masse du solide est de 800 kg et que le coefficient de frottement limite (μ_s) est de 0,60; déterminez la force \vec{F} que le sujet doit appliquer pour déplacer le solide.

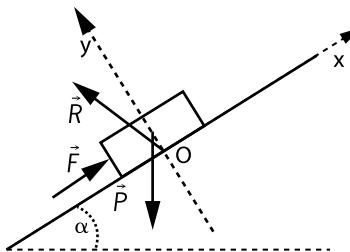
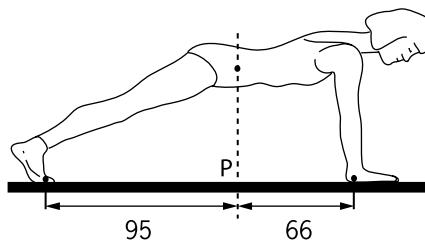


Figure 1. Forces s'exerçant sur un solide lorsqu'un sujet tente de le déplacer

EXERCICE 1.2. FORCES EXTERNES S'APPLIQUANT À UN SUJET EN POSITION DE POMPE

La figure montre une athlète en position de pompe. Sa masse corporelle est de 70 kg et son centre de gravité se projette au sol au point P à une distance de 95 cm par rapport aux pieds et de 66 cm par rapport aux mains.

Déterminez les forces exercées par le sol sur l'athlète au niveau des pieds et des mains. Peut-on répondre complètement à cette question ?



EXERCICE 1.3. FORCES EXTERNES TÊTE DROITE, TÊTE PENCHÉE

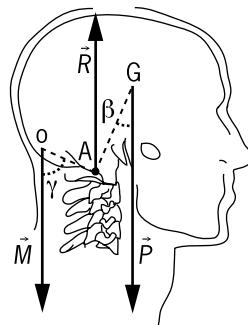
On se propose de déterminer dans des conditions particulières d'équilibres les différentes forces qui agissent sur la tête.

1. Tête en position verticale

La tête est en position d'équilibre sur la première vertèbre cervicale (atlas). À partir de la figure 1 et des données associées, déterminez :

- la force \vec{M} exercée par les muscles de la nuque sur la tête nécessaire au maintien de la position d'équilibre

- b. la force \vec{R} de contact osseuse s'appliquant en A



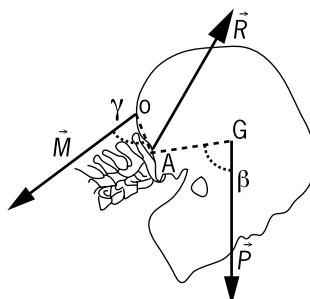
Masses de la tête $m = 3 \text{ kg}$
 $AO = 11 \text{ cm}$ $g = 10 \text{ ms}^{-2}$
 $AG = 10 \text{ cm}$
 $\gamma = 60^\circ$ $\beta = 30^\circ$

Figure 1. Tête verticale

2. Tête en position inclinée

À partir de la position verticale le sujet incline la tête d'un angle θ de 30° . À partir de cette nouvelle position d'équilibre, déterminez :

- a. la force \vec{M} exercée par les muscles de la nuque sur la tête nécessaire au maintien de la position d'équilibre
- b. la force \vec{R} de contact osseuse s'appliquant en A ainsi que l'angle α définissant l'orientation du vecteur \vec{R} par rapport à l'horizontale



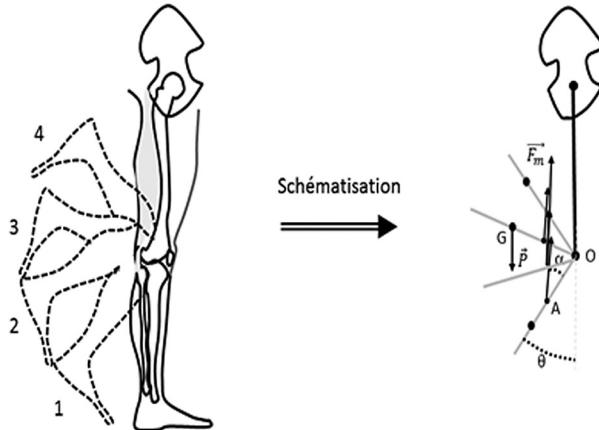
Masses de la tête $m = 3 \text{ kg}$
 $AO = 11 \text{ cm}$ $g = 10 \text{ ms}^{-2}$
 $AG = 10 \text{ cm}$
 $\gamma = 60^\circ$ $\beta = 90^\circ$
Angle entre \vec{M} et l'axe horizontal est $\theta = 30^\circ$

Figure 2. Tête penchée

EXERCICE 1.4. ÉQUILIBRE DE LA JAMBE FLÉCHIE EN POSITION DÉBOUT

Un sujet maintient la jambe fléchie dans quatre positions angulaires différentes de l'articulation du genou (Figure 1). On se propose de déterminer dans chacune de ces positions.

- La force musculaire \vec{F}_m que les muscles fléchisseurs de la jambe (muscles ischio-jambiers) doivent développer pour maintenir la jambe dans ces positions.
- La contrainte articulaire développée à l'articulation du genou (force de contact osseuse \vec{F}_c s'appliquant au point O).



La schématisation (B) permet de définir les paramètres nécessaires à l'étude des différentes positions angulaires de l'articulation. \vec{F}_m force musculaire appliquée au point A (action des muscles fléchisseurs de la jambe); \vec{P} s'appliquant en G correspond au poids de la jambe; α définit l'orientation de \vec{F}_m par rapport à la jambe; θ correspond à la position angulaire de la jambe définie par rapport à la verticale; le point 0 correspond au centre articulaire.

Figure 1. Position de la jambe pour quatre positions angulaires de l'articulation du genou (A).

Données numériques:

Mass de la jambe	$m = 5 \text{ kg}$	
$OG = 28 \text{ cm}$	$OA = 5 \text{ cm}$	$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
Position 1	$\theta = 40^\circ$	$\alpha = 20^\circ$
Position 2	$\theta = 70^\circ$	$\alpha = 50^\circ$
Position 3	$\theta = 100^\circ$	$\alpha = 80^\circ$
Position 4	$\theta = 120^\circ$	$\alpha = 100^\circ$

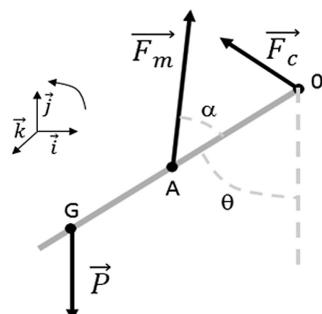


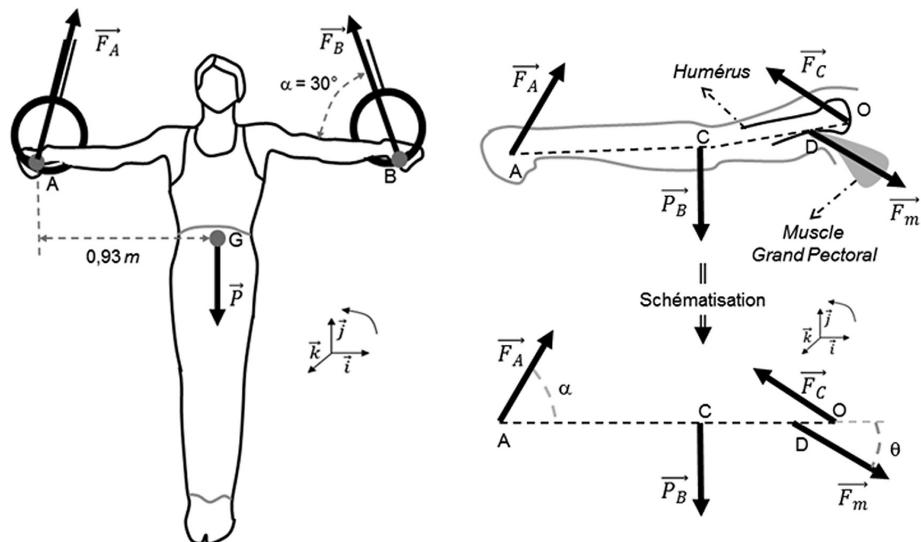
Figure 2. Représentation schématique des forces qui agissent sur le système jambe

EXERCICE 1.5. FORCE MUSCULAIRE À L'ARTICULATION DE L'ÉPAULE LORS D'UNE CROIX DE FER AUX ANNEAUX

On veut déterminer la force musculaire \vec{F}_m et la force de contact osseuse \vec{F}_c agissant à l'articulation de l'épaule lorsqu'un gymnaste réalise une croix de fer aux anneaux (Figure 1).

1. En considérant la position du sujet, calculer les forces exercées au niveau des anneaux
2. En considérant l'articulation de l'épaule (Figure 1) :
 - a. Calculer les forces \vec{F}_m et \vec{F}_c
 - b. Comparer ces forces à la masse du sujet.

Données numériques: Masse du sujet $m = 70 \text{ kg}$, masse du système bras avant-bras $m_B = 4 \text{ kg}$, la distance horizontale $GA = GB = 0,93 \text{ m}$, l'orientation des forces \vec{F}_A et \vec{F}_B par rapport à l'axe horizontal est de $\alpha = 30^\circ$, la distance entre le centre articulaire de l'épaule (point O) et le point d'application de la force \vec{F}_m est $OD = 9 \text{ cm}$, la distance entre O et le point d'application du poids du système bras avant-bras est $OC = 30 \text{ cm}$, la distance entre O et la force \vec{F}_A est $OA = 65 \text{ cm}$, l'orientation de \vec{F}_m par rapport à l'axe horizontal est $\theta = 50^\circ$, $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$



Pour la schématisation nous supposons que le système est horizontal. \vec{F}_A et \vec{F}_B représentent les forces de réaction au niveau des anneaux, \vec{P} poids du gymnaste, \vec{F}_m force musculaire exercée par le muscle grand pectoral, \vec{F}_c force de contact osseuse à l'articulation de l'épaule et \vec{P}_B poids du système bras avant-bras

Figure 1: Gymnaste réalisant une croix de fer aux anneaux (à gauche) et représentation des forces externes s'exerçant sur le système bras avant-bras (à droite).