

Julien Barthes  
Gérard Colas des Francs

# ÉLECTRO MAGNÉTISME

Licence  
CPGE

Cours développé

Applications directes du cours

Les points essentiels à retenir

Exercices issus de recherches récentes  
et d'applications industrielles

Les corrigés détaillés de tous les exercices





# Avant-propos

Cet ouvrage d'électromagnétisme s'adresse principalement aux étudiants des premières années d'études supérieures (Licence, CPGE).

Les notions abordées sont illustrées d'exemples issus de recherches récentes ainsi que d'applications industrielles actuelles. Notre but est double : montrer au lecteur que des concepts de physique parfois plusieurs fois centenaires sont utilisés par les chercheurs et ingénieurs du XXI<sup>e</sup> siècle ; et augmenter son engagement dans l'apprentissage en donnant du sens à ces notions qui semblent parfois abstraites.

Pour s'approprier les notions importantes de physique de ces premières années, les chapitres sont structurés avec des définitions, des propriétés, et des applications directes du cours. Un résumé des points essentiels est donné en fin de chaque chapitre. Des exercices corrigés classés par difficulté, permettent de s'entraîner et de vérifier la compréhension des phénomènes physiques. La connaissance des ordres de grandeurs des phénomènes étudiés étant essentielle pour la formation des physiciens, des valeurs numériques sont indiquées dans la plupart des exercices. Le lecteur trouvera également des QR-codes menant à des vidéos, elles permettent de visualiser les phénomènes décrits : nous l'invitons vivement à les consulter ! Enfin, des compléments techniques sont donnés en annexe pour les lecteurs curieux de parfaire leur connaissance sur le chapitre en cours.



# Champ électrostatique

L'électrostatique est le domaine de la physique qui décrit les interactions entre des charges électriques, dans le régime indépendant du temps. Nous verrons qu'il y a de fortes analogies entre la force électrostatique et l'interaction gravitationnelle. Les effets électrostatiques sont courants dans la vie quotidienne. Par exemple, la foudre correspond à une décharge électrique entre des nuages chargés électriquement et la terre. Lors d'une soudure à l'arc, il apparaît des arcs électriques pour faire fondre et assembler deux pièces métalliques. Les photocopieuses sont aussi un exemple d'applications technologiques de l'électrostatique : l'encre est chargée négativement et est déposée sur les zones activées chargées positivement. Sur le même principe, les fabricants automobiles utilisent de la peinture chargée négativement et chargent la carrosserie positivement. La peinture se colle donc à la carrosserie ce qui diminue considérablement le gaspillage de peinture. Les écrans tactiles les plus récents (dits capacitifs) reposent sur la modification du champ électrique à proximité du doigt. Et bien évidemment, un circuit électrique en régime continu est le siège d'un champ électrostatique qui permet de faire fonctionner différents composants (lampe torche, circuit électronique, etc.).



# I. Charge électrique

## 1 - Électrisation d'un corps

### a) Charge par friction - triboélectricité

À l'échelle microscopique, la matière est constituée d'atomes, eux-mêmes constitués de proton (chargés positivement), d'électrons (chargés négativement), et de neutrons. Les atomes sont neutres mais on peut trouver la matière sous forme d'ions (cations positifs ou anions négatifs). À l'échelle macroscopique, différentes méthodes sont possibles pour modifier la charge d'un objet.

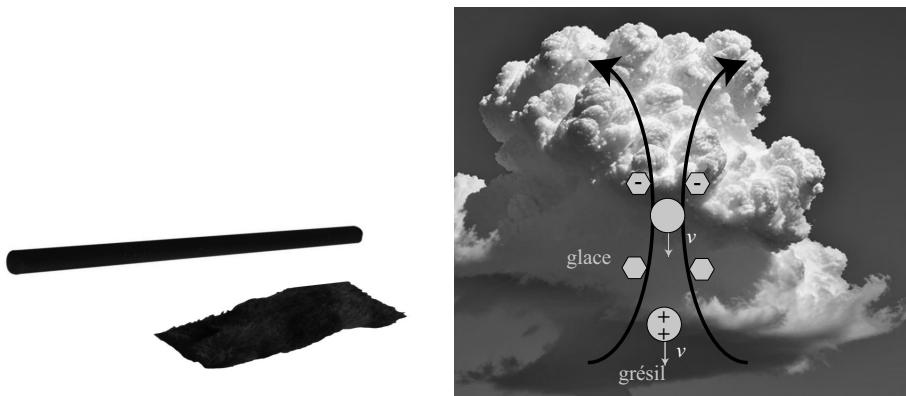


FIG. 1.1 – Charge par friction. (gauche) Friction d'une fourrure sur une baguette plastique (matériel équascience ©). À l'intérieur du nuage d'orage (droite), les forts courants et turbulence font s'entrechoquer des petits morceaux de grêle (grésil) plus lourds que des petits cristaux de glace. Ces frictions finissent par électriser le nuage.

On peut provoquer un transfert d'électrons lorsque l'on frotte deux objets (dont l'un au moins est un isolant). L'objet qui gagne des électrons devient chargé négativement tandis que celui qui a perdu des électrons se charge positivement. Cette charge par friction, appelée triboélectricité intervient dans la formation des éclairs dans les nuages (cf. fig. 1.1). On retrouve également ce phénomène lorsqu'on se coiffe avec une brosse contenant du polyester, la brosse se charge négativement et les cheveux se chargent positivement. Les cheveux se repoussent car portent des charges de mêmes signes. De même, il apparaît des charges électriques lorsque l'on porte dans la journée un pull contenant de la laine frottant sur une chemise ou un t-shirt contenant du polyester. Lorsqu'on enlève le pull, on a donc deux objets de charges opposées séparés par de l'air. On peut alors observer de petits éclairs (courant électrique qui se produit si la tension est au-dessus de la tension de claquage de l'air). Il est possible de classer les matériaux en séries triboélectriques

suivant leur propension à se charger positivement ou négativement (cf. fig. 1.2).

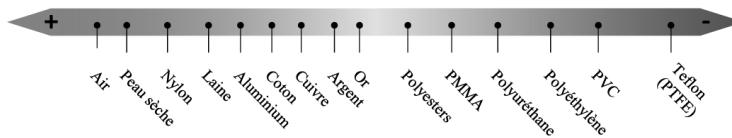


FIG. 1.2 – Exemple de série tribologique. D'après *Récupération d'énergie mécanique pour vêtements autonomes connectés*, M. Geller, thèse Université Grenoble (2017).



### Remarque

Des travaux récents ont montré l'intérêt de la triboélectricité pour réaliser des textiles intégrant des sources de tension capable d'alimenter différents capteurs comme un électrocardiographe (cf. fig. 1.3). Les TENG pour Triboelectric Nano Generators sont des dispositifs stockant les charges générées par frottement. Des patchs, placés sur les zones de frottement (aisselles) accumulent les charges et les restituent vers les capteurs connectés.

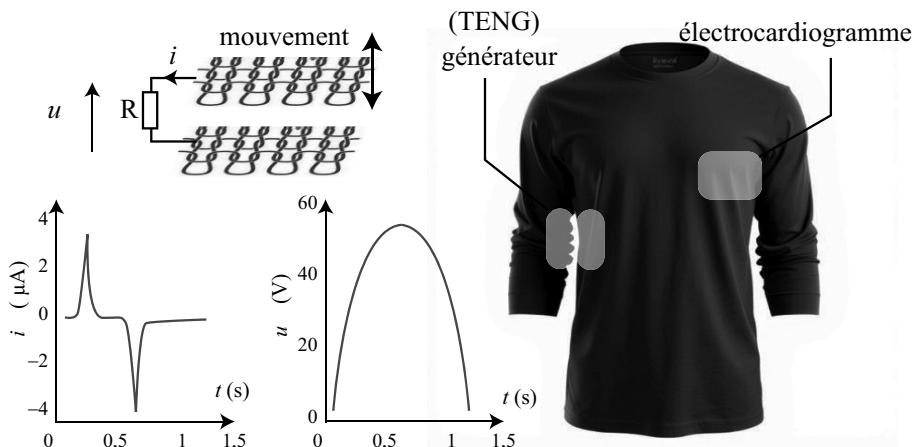


FIG. 1.3 – Textile connecté auto-alimenté par triboélectricité. D'après *From contact electrification to triboelectric nanogenerators*, Wang, Rep. Prog. Phys. **84**, 096502 (2021).

### b) Electrisation par influence et charge par contact

Dans un conducteur, il existe des électrons libres de se déplacer. Si on approche un corps chargé négativement d'un objet métallique, les électrons libres du métal

migrent le plus loin possible des charges négatives que l'on approche (réciproquement si on approche un objet chargé positivement, les électrons libres du métal s'approchent de ces charges positives). La répartition des charges dans le conducteur est alors déséquilibrée avec un côté chargé positivement et un côté chargé négativement, même si l'ensemble est globalement neutre.

Le conducteur est alors dit polarisé, il présente une face chargée positivement devant le corps chargé négativement et il y a attraction (cf. fig.1.4). Si on éloigne l'objet chargé, les électrons retrouvent leur position d'équilibre. Par contre, si il y a contact, il peut y avoir transfert d'électrons de l'isolant chargé négativement vers le métal (ou du métal vers l'isolant si l'isolant est chargé positivement) et l'objet métallique devient chargé positivement (négativement). C'est le phénomène de **charge par contact**.

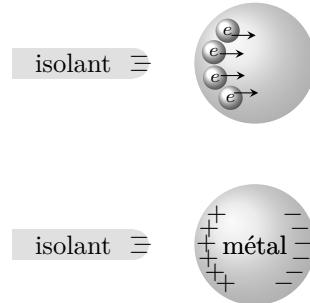


FIG. 1.4 – Charge par influence d'un métal.

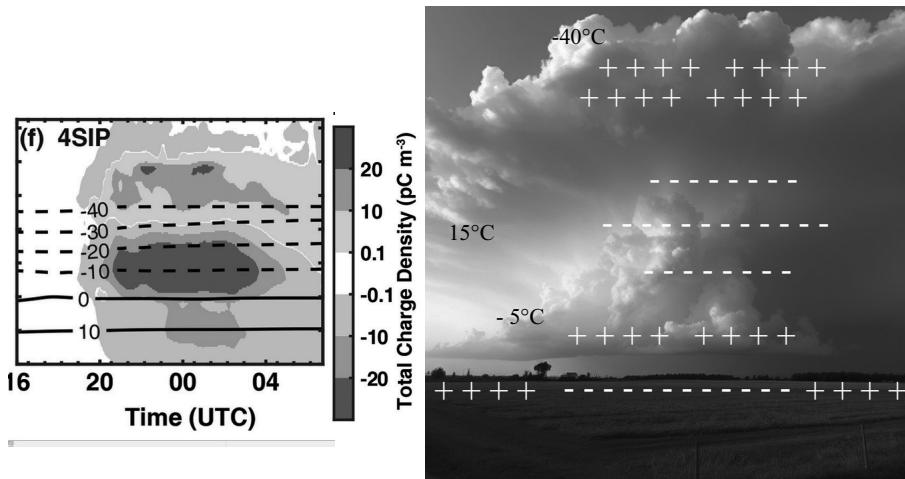


FIG. 1.5 – Simulation de la densité de charge dans un nuage. D'après *Impact of ice multiplication on the cloud electrification of a cold-season thunderstorm : a numerical case study* Atmos. Chem. Phys., **24**, 5989–6010, 2024, ©❶. Charge par influence à proximité d'un nuage d'orage (chargé par friction). Au delà du seuil de claquage de l'air, un éclair se produit entre le nuage et le sol (principalement vers les points hauts, car plus proche et aussi à cause d'un effet de pointe).

Dans les nuages, les chocs entre les particules de poussières conduit à une charge négative dans la partie basse du nuage et positive au dessus (cf. fig.1.5.b). Par influence, des charges positives migrent au voisinage des pointes et des endroits du sol les plus élevés jusqu'à apparition d'un éclair.

## 2 - Distributions de charge



### Définition

La quantité de charge d'un objet est nécessairement un multiple entier relatif de la charge élémentaire <sup>a</sup> :

$$e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

*a.* Valeur fixée par convention du bureau international des poids et mesure (BIPM), en mai 2019).

Après avoir frotté une tige de plastique avec un morceau de laine, il apparaît une charge positive  $Q$  de l'ordre de  $10^{-12} \text{ C}$ . Bien que faible, cette charge correspond à un déplacement de plusieurs millions d'électrons ( $n_e = Q/e = 6 \cdot 10^6$  électrons enlevés de la tige par friction) laissant un surplus d'autant de charges positives. À l'échelle macroscopique qui nous intéresse, on peut se contenter de modéliser la tige chargée par une distribution continue de charge au lieu de tenir compte de la distribution discrète de 6 millions de charges élémentaires.

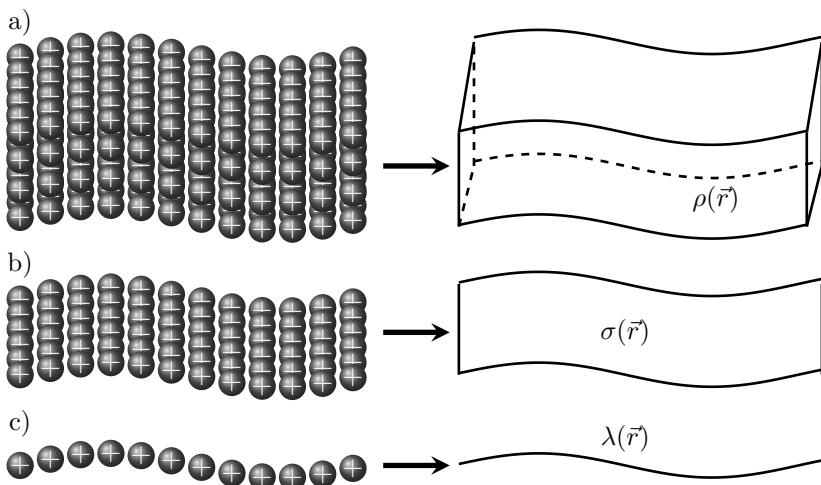


FIG. 1.6 – Modélisation continues de distributions de charges. a) Charges réparties en volumes remplacées par une distribution volumique de charges  $\rho$ . b) Charges confinées en surface assimilées par une distribution surfacique de charges  $\sigma$ . c) Charges réparties le long d'un fil assimilées par une distribution linéique de charges  $\lambda$ .

Selon la répartition des charges dans l'objet (à la surface ou dans le volume de l'objet, ou encore le long d'un fil), on peut modéliser la distribution physique discrète de charges par trois types de distributions idéalisées continues de charges (cf. fig. 1.6).

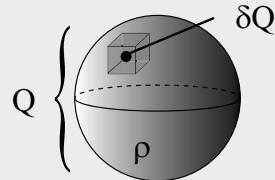


## Définition

Pour un matériau chargé en volume, on décrit la charge par la distribution volumique  $\rho(\vec{r})$  telle que, sur un élément de volume  $d^3\tau$ , centré en  $\vec{r}$ , la charge élémentaire vaut

$$\delta Q = \rho(\vec{r})d^3\tau$$

avec  $[\rho] = \text{C} \cdot \text{m}^{-3}$ .



La charge complète s'obtient par intégration sur le volume  $\mathcal{V}$  contenant la charge :

$$Q = \iiint_{\mathcal{V}} \rho(\vec{r})d^3\tau$$

L'objet n'est pas nécessairement uniformément chargé, la distribution de charge peut dépendre de la position  $\vec{r}$  dans l'objet.



## Propriété

Lorsque la distribution volumique de charge est **uniforme**  $\rho(\vec{r}) = C^{\text{te}}$ , la charge volumique est reliée à la charge totale  $Q$  et au volume  $\mathcal{V}$  de l'objet chargé :  $Q = \rho \times \mathcal{V}$ .



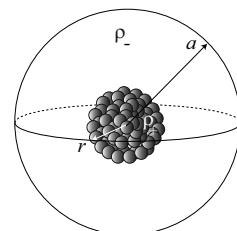
## Exemple

Un noyau de Plomb contient 82 protons répartis sur une sphère de rayon  $r = 7 \text{ fm}$ , le rayon atomique vaut  $a = 180 \text{ pm}$ .

1 - En supposant la répartition de charges uniforme, déterminer la densité volumique de charge  $\rho_+$  dans le noyau.

2 - De même, estimer la densité volumique de charge dans le nuage électronique notée  $\rho_-$ .

*Données* :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .



1 - Par définition, pour une charge volumique uniforme, la densité volumique est donnée par :

$$\rho_+ = \frac{82 \times e}{\frac{4}{3}\pi r^3} = 9 \cdot 10^{24} \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}$$

2 - On obtient de même :  $\rho_- = -\frac{82 \times e}{\frac{4}{3}\pi a^3} = -5 \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}$ . En valeur absolue, la charge volumique du nuage électronique est bien plus faible que celle du noyau. Si la charge totale est identique, la contribution électronique est répartie dans un volume beaucoup plus grand.



### Remarque

Des modèles de répartition de charge dans les noyaux sont utilisés pour comprendre les réactions nucléaires et les interactions entre le noyau atomique et les électrons. La densité de charge n'est pas uniforme (cf. fig. 1.7) et traduit les phénomènes complexes présents au sein du noyau. Le modèle classique de Gamow dit de la « goutte liquide » a donné des résultats précieux dans les années 1930 sur le comportement des noyaux. L'ajout de modèles quantiques prévoit l'existence de noyaux « super-lourds » non encore découverts à ce jour.

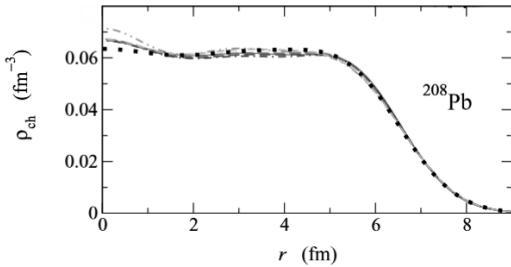


FIG. 1.7 – Dépendance radiale de la densité de charge dans un atome de Plomb. D'après Roca-Maza *et al*, *Phys. Rev. C* **78**, 044332 (2008), ©(2024) american phys. soc. (aps).

Lorsque la partie chargée possède au moins une dimension très inférieure aux autres, on modélise la distribution de charge par une distribution soit surfacique, soit linéique.



### Définition

- Pour une distribution surfacique  $\sigma$ , la charge contenue sur une surface infinitésimale est donc donnée par :

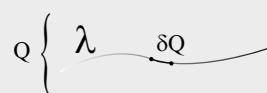
$$\delta Q = \sigma d^2S$$

avec  $[\sigma] = \text{C.m}^{-2}$ .

- Pour une distribution linéique  $\lambda$ , la charge contenue sur un segment infinitésimal  $d\ell$  est donnée par

$$\delta Q = \lambda d\ell$$

avec  $[\lambda] = \text{C.m}^{-1}$ .



Selon la distribution, la charge s'obtient par intégration sur la surface ou la longueur du dispositif :

$$Q_{\text{tot}} = \iint_S \sigma d^2S \quad \text{ou} \quad Q_{\text{tot}} = \int_L \lambda d\ell$$

Le lecteur trouvera en annexe A.2, les expressions des surfaces et volumes infinitésimaux dans les géométries usuelles.

## II. Champ électrostatique

### 1 - Loi de Coulomb

#### a) Force électrostatique

La force de l'interaction électrique entre deux particules chargées électriquement a été étudiée expérimentalement par C.-A. Coulomb à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle. La formule qui en découle est appelée loi de Coulomb et énoncée ci-dessous.



#### Définition

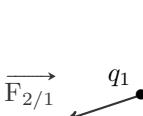
La force exercée par une charge  $q_1$  sur une charge  $q_2$  à une distance  $r$  de  $q_1$  est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F}_{1/2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

où  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{A}^2$  est appelée permittivité du vide ,  $\vec{e}_r$  est un vecteur unitaire dirigé de 1 vers 2 (cf. fig. 1.8).

#### Forces répulsives ( $q_1 q_2 > 0$ ).

Charges de mêmes signes .



#### Forces attractives ( $q_1 q_2 < 0$ ).

Charges de signes opposés.

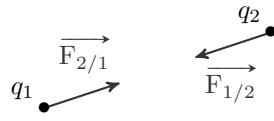


FIG. 1.8 – Forces exercées sur des charges ponctuelles.



#### Propriété

Si les charges sont de même signes, la force est **répulsive**. Si les charges sont de signes opposés, la force est **attractive** (cf. fig. 1.8).

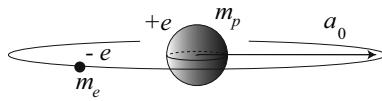
Par principe d'action-réaction, la force exercée par  $q_2$  sur  $q_1$  est  $\vec{F}_{2/1} = -\vec{F}_{1/2}$ . Cette force agit sur des charges proches en raison de sa décroissance rapide en  $1/r^2$ .

### Exemple

Comparer (en norme) la force électrostatique et la force de gravitation entre le proton et l'électron dans l'atome d'hydrogène. On assimilera la distance entre le proton et l'électron au rayon de Bohr  $a_0$ .

*Données :*

- constante de gravitation  $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  ;
- $a_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  ;
- masse du proton  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , de l'électron  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;
- charge élémentaire  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;
- permittivité du vide  $\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ .



*Pour s'entraîner : exercices 1.6, 1.10*

Par définition, la force gravitationnelle vaut

$$F_g = G \frac{m_p m_e}{a_0^2} = F_g = 3,6 \cdot 10^{-47} \text{ N}$$

Pour la force électrostatique, on obtient :

$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0^2} = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N} \gg F_g$$

À l'échelle atomique, la force gravitationnelle est négligeable devant la force électrostatique. Sauf mention contraire, toute force de nature gravitationnelle sera négligée devant la force électrostatique dans la suite de cet ouvrage.

### Remarque

Dans un milieu différent du vide, l'expression de la force de Coulomb devient

$$\vec{F}_{1/2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} \vec{e}_r$$

où  $\epsilon_r$  est une constante, appelée permittivité diélectrique relative, qui caractérise les propriétés électrostatiques du milieu. Le tableau ci-dessous donne quelques exemples de permittivité *statique*. Nous généraliserons la notion en régime variable lors du chap. 14.

matériau	air sec	plexiglass	bakélite	éthanol	eau
$\epsilon_r$	1,0006	3,5	3,6	24	78,5

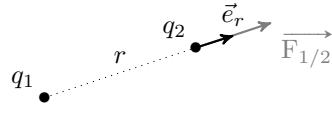
L'air sec peut donc être assimilé au vide ( $\epsilon_r = 1$ ) en première approximation. L'eau présente une constante très élevée ce qui indique que les forces de Coulomb entre des ions en solution aqueuse seront faibles. Ceci est à l'origine du fort pouvoir de solvatation de l'eau. Par exemple, la solubilité de NaCl est de  $358,5 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  dans l'eau et seulement  $0,65 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  dans l'éthanol.

## 2 - Notion de champ

### a) Expression

Considérons la force exercée par une charge  $q_1$  sur une charge  $q_2$  placée à une distance  $r$

$$\vec{F}_{1/2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r = q_2 \times \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$



La charge  $q_2$  est donc soumise à une force due à la charge  $q_1$  dépendant uniquement de sa position relative à  $q_1$ . Cela conduit à définir un champ électrique  $\vec{E}$  créé par la charge  $q_1$  telle que la force exercée sur  $q_2$  soit de la forme

$$\vec{F}_{1/2} = q_2 \vec{E}(\vec{r}) \quad \text{avec} \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

La notion de champ vectoriel a déjà été vu en mécanique, pour définir le poids  $\vec{P} = m\vec{g}$  où  $\vec{g}$  est le *champ* de pesanteur terrestre. Le champ électrique peut être construit avec cette analogie.



### Définition

Le champ électrique créé en un point M (repéré par le vecteur  $\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$  dans le repère sphérique) par une charge ponctuelle  $q$  placée en O est

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

L'unité du champ électrique est le volt par mètre ( $V \cdot m^{-1}$ ).

À ce stade, la notion de champ apparaît comme un outil mathématique pouvant simplifier l'écriture de forces qui serait la seule observable physique. Toutefois, la formulation moderne de l'électromagnétisme par James Maxwell à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle a bouleversé l'approche de la physique. Ainsi, la loi de Coulomb qui décrivait les interactions électrostatiques en termes de "force à distance" avant l'avènement de la notion de champ, n'est rigoureusement vraie que dans une approximation statique, c'est-à-dire, lorsque les sources du champ sont fixes et produisent un champ invariable au cours du temps. Sinon, on pourrait penser que  $q_1$  exerce *instantanément* une force sur  $q_2$ . La notion de propagation du champ électrique<sup>1</sup>, et donc des interactions électriques est abordé avec les équations de Maxwell (cf. chap. 9).

1. Dans le cadre de la relativité générale, on prend aussi en compte la vitesse de propagation des interactions gravitationnelles. Le champ gravitationnel acquiert donc une réalité physique intrinsèque semblable à celle du champ électromagnétique.