

Table des matières

1	Nombres et fonctions complexes	1
1	Algèbre et géométrie des nombres complexes	1
2	Exponentielles et logarithmes d'un nombre complexe	6
3	Éléments de topologie du plan	10
4	Fonctions complexes	21
5	Suites de fonctions	28
6	Séries numériques et séries de fonctions	32
7	Énoncés et solutions des exercices du chapitre 1	38
2	Fonctions analytiques	69
1	Séries entières	69
2	Fonctions analytiques	75
3	Principe des zéros isolés et prolongement analytique	76
4	Analyticité des séries entières	79
5	Théorème d'Abel et théorème de Tauber	80
6	Fonction exponentielle complexe	84
7	Fonctions circulaires et hyperboliques	85
8	Énoncés et solutions des exercices du chapitre 2	88
3	Fonctions holomorphes	105
1	Dérivabilité au sens complexe	105
2	Équations de Cauchy-Riemann	108
3	Analyticité des fonctions holomorphes	116
4	Principes d'unicité et holomorphie	123
5	Théorèmes fondamentaux	124
6	Énoncés et solutions des exercices du chapitre 3	127
4	Intégrales curvilignes et primitives	147
1	Courbes dans le plan complexe	147
2	Intégration le long d'une courbe	150
3	Homotopie et holomorphie	154
4	Primitives d'une fonction holomorphe	159
5	Indice d'un lacet par rapport à un point	168
6	Branches de fonctions réciproques	170

7	Suites et séries de fonctions holomorphes	175
8	Intégrale dépendant d'un paramètre complexe	181
9	Fonctions harmoniques	184
10	Formule de Poisson et problème de Dirichlet	193
11	Énoncés et solutions des exercices du chapitre 4	198
5	Points singuliers, fonctions méromorphes	223
1	Séries de Laurent	223
2	Points singuliers, fonctions méromorphes	229
3	Analyse et topologie sur la sphère de Riemann	233
4	Singularités essentielles	242
5	Théorème de Runge	245
6	Théorème de Mittag-Leffler	249
7	Énoncés et solutions des exercices du chapitre 5	251
6	Applications conformes	273
1	Applications localement conformes	273
2	Applications conformes et biholomorphismes	277
3	Exemples de transformations élémentaires	278
4	Lemme de Schwarz et applications	285
5	Transformations de Möbius	288
6	Théorème de l'application conforme de Riemann	300
7	Principe de symétrie de Schwarz	304
8	Énoncés et solutions des exercices du chapitre 6	306
7	Théorème des résidus et applications	325
1	Théorème des résidus et résidu à l'infini	325
2	Application au calcul d'intégrales	332
3	Application au calcul de sommes	337
4	Principe de l'argument	340
5	Énoncés et solutions des exercices du chapitre 7	343
8	Exemples de constructions de fonctions	385
1	Fonctions périodiques	385
2	Fonction \wp de Weierstrass	388
3	Produits infinis	394
4	Fonction ζ de Riemann	402
5	Fonctions Γ et β d'Euler	405
	Bibliographie	419
	Index	421