

Colles
corrigées et commentées

MPSi

Maths

*S'entraîner
aux concours
dès la Sup*



Mayeul Bacquelin

TABLE DES MATIÈRES

1	Logique, ensembles et applications	5
1.1	Éléments de logique	5
1.2	Ensembles	7
1.3	Applications	10
2	Récurrence, somme et produit finis	15
2.1	Récurrence	15
2.2	Sommes classiques	18
2.3	Sommes sur certains indices, sommes doubles	21
2.4	Et les produits ?	25
3	La trigonométrie	29
3.1	Les équations trigonométriques de base	29
3.2	Développer, factoriser	32
3.3	Fonctions circulaires réciproques et hyperboliques	34
4	Rappels d'analyse	41
4.1	Fonctions logarithme, exponentielle, puissances	41
4.2	Études de fonctions	46
5	Les complexes : la base !	53
5.1	Écriture algébrique	53
5.2	Écriture trigonométrique	54
5.3	Retour sur la trigonométrie	58
6	Les complexes : applications pour les équations et la géométrie	65
6.1	Équations du second degré	65
6.2	Racine n-ième	67
6.3	Un peu de géométrie	72
7	Calculs de primitives	77
7.1	Primitives de référence	77
7.2	Intégration par parties	80
7.3	Changement de variable	85

8 Les équations différentielles	89
8.1 Ordre un	89
8.2 Recollement	91
8.3 Ordre deux à coefficients constants	95
8.4 Équation fonctionnelle	100
9 Les systèmes linéaires	103
9.1 Résoudre un système linéaire échelonné	103
9.2 Savoir résoudre un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss	104
9.3 Savoir résoudre un système linéaire comportant des paramètres	109
10 Les suites particulières	111
10.1 Suites géométriques, arithmétiques et suites arithmético-géométriques	111
10.2 Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2	114
10.3 Suites $u_{n+1} = f(u_n)$	116
11 Arithmétique	121
11.1 PGCD, PPCM	121
11.2 Nombres premiers	124
12 Les suites	127
12.1 Calculs de limites	127
12.2 Quelques outils un peu plus théoriques	129
12.3 Un peu d'ordre	131
13 Limites et continuité	135
13.1 Calculs de limites	135
13.2 Étude de fonctions	139
13.3 Les gros théorèmes	141
14 Dérivabilité	145
14.1 Calculs et utilisation de dérivée	145
14.2 Dérivée n-ième	147
14.3 Convexité	151
14.4 Les gros théorèmes	153
15 Structure algébrique	155
15.1 Groupes	155
15.2 Anneaux, corps	157
15.3 Morphismes	160
16 Polynômes et fractions rationnelles	163
16.1 Degré, coefficients	163
16.2 Racines et décomposition	166
16.3 Fractions rationnelles	171

17 Matrices et déterminants	173
17.1 Puissance de matrices	173
17.2 Inverse de matrices	179
17.3 Les déterminants	181
18 Analyse asymptotique	185
18.1 Équivalence	185
18.2 Obtention de développements limités	188
18.3 Utilisation des développements limités	192
19 Les espaces vectoriels : généralités	195
19.1 Prouver qu'on a, ou non, un espace vectoriel	195
19.2 Familles libres, génératrices, bases	199
20 Les espaces vectoriels de dimension finie	207
20.1 Sur le rang	207
20.2 Sur la dimension	215
21 Intégration	221
21.1 Linéarité, relation de Chasles	221
21.2 Intégration et ordre	222
21.3 Intégration et suites	225
21.4 Fonction définie à l'aide d'une intégrale	227
22 Applications linéaires	231
22.1 Généralités et interprétation matricielle	231
22.2 Noyau et image	233
22.3 Autour du rang	236
22.4 Injectivité, surjectivité, bijectivité	237
23 Dénombrement et probabilité	243
23.1 Dénombrement	243
23.2 Probabilité sans probabilité conditionnelle	247
23.3 Probabilité avec probabilité conditionnelle	249
24 Variables aléatoires discrètes finies	255
24.1 Loi d'une variable aléatoire	255
24.2 Loi usuelle	258
24.3 Espérance et compagnie	259
25 Les séries	265
25.1 Séries usuelles	265
25.2 Trouver la nature	269
25.3 Calculer la somme	272
26 Fonctions de deux variables	277
26.1 Calculer une dérivée partielle	277
26.2 Les extremums	279
26.3 Les approximations	282
26.4 Autres	283