Formations & Techniques

HYDROGÉOLOGIE QUANTITATIVE ET OPÉRATIONNELLE

De la théorie à la pratique

Yvan Rossier

ellipses

Chapitre 1 - Écoulement

I. Potentiel hydraulique - Charge - Loi de Darcy - Emmagasinement - Équation de continuité

Avant de décrire quantitativement les mouvements de l'eau dans un milieu poreux, il est nécessaire de définir un objet sur lequel s'applique ce transfert. L'objet dont il est question est l'aquifère.

Cet aquifère se situe dans un magasin aquifère. En première approximation, il s'agit d'un milieu poreux. Il est limité à sa base (son éponte) par un substratum. Son toit peut être constitué d'une lithologie identique à celle où il se trouve. Son toit peut être constitué d'une lithologie de nature différente de celle où il se trouve.

L'eau qui circule dans ce magasin aquifère constitue l'aquifère. Si l'épaisseur de la tranche d'eau qui se trouve dans le magasin aquifère ne recoupe pas la totalité du magasin aquifère, alors on dira que l'aquifère est libre. Si la tranche d'eau qui se trouve dans le magasin aquifère recoupe la totalité de ce qui constitue la strate constitutive du magasin aquifère (et dans ce cas la lithologie du toit est de nature différente), alors on dira que l'aquifère est captif. Il existe une continuité dans la nature lithologique du toit, permettant de définir une continuité entre la nappe libre et la nappe captive ; entre les deux pôles qui constituent la nature de l'aquifère, libre ou captif, se trouve l'aquifère de nature semi-captive.

Quantitativement, pour d'écrire le mouvement de l'eau d'un aquifère dans un magasin aquifère, il faut disposer d'une variable d'intérêt qui mesure l'état de l'eau dans le magasin aquifère et d'une loi constitutive qui permet de décrire le mouvement. La variable d'intérêt est la charge H [L] qui dérive du potentiel hydraulique. La loi constitutive est l'équation de diffusivité qui est une équation de continuité. Cette équation suppose la prise en compte de deux caractéristiques physiques : la conductivité hydraulique à saturation, autrement dit la perméabilité des hydrogéologues K [LT^{-1}] et le coefficient d'emmagasinement S [-] ou S_y [L^{-1}].

Nous commencerons par définir la charge, puis les deux caractéristiques physiques constitutives de l'équation de diffusivité : la perméabilité et le coefficient d'emmagasinement. Nous terminerons par la loi constitutive qui décrit l'écoulement ; l'équation de diffusivité qui est une équation de continuité.

1. **Potentiel hydraulique - Charge**

L'eau est en mouvement pour équilibrer le potentiel énergétique (l'eau va des secteurs à fort potentiel vers les zones à faible potentiel). Cette énergie est liée aux forces qui provoquent ce mouvement[1].

Un fluide en écoulement dans le milieu poreux est soumis à deux formes d'énergie : énergie cinétique et énergie potentielle. Les vitesses des fluides dans les milieux poreux étant très faibles, l'énergie cinétique peut être négligée. L'énergie potentielle seule intervient.

Cette énergie potentielle est rapportée à l'unité de volume du milieu poreux. Le potentiel milieu-fluide (le potentiel) est l'énergie potentielle spécifique du fluide dans le sol, par rapport à celle du fluide libre qui est pris comme référence.

Le potentiel total φ_t est la somme de 4 composantes essentielles : le potentiel gravitationnel (énergie de position) φ_g, le potentiel de pression (énergie de pression) φ_p, le potentiel matriciel (énergie de succion) φ_m et le potentiel osmotique (énergie osmotique) φ_o

$$.\varphi_t = \varphi_g + \varphi_p + \varphi_m + \varphi_o \; [NL^{-2}] \; [Pa].$$

Le potentiel gravitationnel (énergie de position) φ_g est dû à l'action des forces de pesanteur et dépend uniquement de la cote du fluide par rapport au plan de référence :

$$\varphi_g = \rho g \, (z_A - z_B)$$

où :

A et *B* sont deux points dans l'aquifère,

z_A et z_B ; l'altitude aux points *A* et *B* ; par convention l'altitude est comptée depuis le substratum de l'aquifère et est orientée vers le haut.

Le potentiel de pression (énergie de pression) φ_p s'applique en milieu saturé. Sous la surface libre de l'aquifère, il est toujours positif, si l'on considère une pression nulle au toit de la nappe (au niveau de la surface libre de l'aquifère) :

$$\varphi_p = P$$

Le potentiel matriciel (énergie de succion) φ_m est égal à la succion matricielle ou pression capillaire ; il s'exerce dans la partie non saturée du magasin aquifère :

$$\varphi_m = \Psi.$$

Le potentiel osmotique (énergie osmotique) φ_o est dû à la présence de solutés dans le sol. Il est souvent négligé car le gradient de concentration des sels est très faible.

Le potentiel total du sol, rapporté à l'unité de poids du fluide, est appelé charge hydraulique *H* (alors que le potentiel, jusque-là, est exprimé en termes d'énergie par unité de volume). La charge hydraulique se mesure en unité de longueur (en mètre par

---

[1] E. Secker et E. Recordon : *Dynamique des eaux souterraines – Écoulement de deux fluides non miscibles en milieu poreux* - Cours post-grade de l'Université de Neuchâtel, Centre d'Hydrogéologie – 1984.

exemple). Dans ce cas le potentiel total devient une charge qui s'écrit (dans tout le magasin aquifère, zone saturée et non saturée comprise) :

$$H = z + \frac{P}{\rho g} + \frac{\Psi}{\rho g} \text{ [L].}$$

En milieu non saturée pur, la charge devient

$$H = z + \frac{\Psi}{\rho g} \text{ [L]}$$

et en milieu purement saturé (l'aquifère), la charge devient

$$H = z + \frac{P}{\rho g} \text{ [L]}$$

où :

H est le potentiel hydraulique [L],

P la pression [Pa],

Ψ est la succion matricielle ou pression capillaire [Pa],

ρ est la masse volumique [ML^{-3}],

g l'accélération de la pesanteur [LT^{-2}] et

z l'altitude par rapport à un plan de référence situé au niveau du substratum [L].

Exercice 1.1 :

Évolution de la charge avec la profondeur dans l'aquifère

L'épaisseur de l'aquifère est de 10 m. La base de l'aquifère est l'origine des z ; le toit de l'aquifère est à l'altitude z = 10 m. Au toit de l'aquifère, par convention, la pression est nulle. On prendra 997 kg $m\text{-}^{3}$ pour la masse volumique de l'eau et 9,81 m s^{2} pour l'accélération de la pesanteur.

Calculez tous les mètres en profondeur le potentiel hydraulique. Qu'en concluez-vous quant à l'évolution du potentiel avec la profondeur ?

Exercice 1.2 :

Évolution du profil de charge et du profil de pression de la surface du sol jusqu'à la surface libre d'aquifère (qui se situe à 5 m sous la surface du sol) puis 5 m sous la surface libre de l'aquifère.

Exercice 1.3 :

On dispose de 4 piézomètres (ouvert seulement en leurs extrémités), A, B, C et D (*figure 1.1*). Ils sont implantés dans une nappe libre représentée par sa surface libre (ligne de pression nulle) et par quelques lignes équipotentielles. Quelle est la charge hydraulique en E ? Et dans les autres piézomètres ? La pression en B est-elle supérieure à celle en A ? Le potentiel en F correspond-il au niveau d'eau observé dans le piézomètre ? Si oui, ou non, pourquoi ?

Éléments de réponse :

La charge hydraulique en E correspond à z, la pression P est nulle. En B la charge est la même qu'en E, en C la charge est la même qu'en E, en A la charge est faible qu'en E et en D la charge est plus forte qu'en E. En B la pression est plus faible qu'en A. En

F la charge est égale à z, alors que dans le piézomètre correspondant, soit C, la charge est plus faible qu'en F, elle est identique à E et à B.

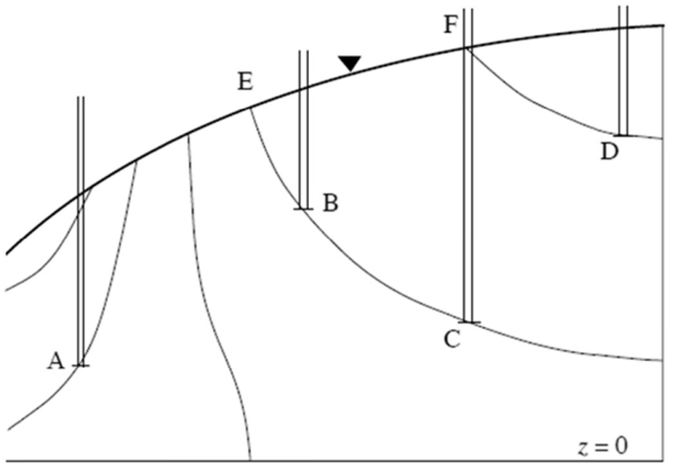

Figure 1.1 : Lignes équipotentielles et surface libre - Valeur du potentiel aux différents points (A, B, C, D, E et F)

2. Loi de Darcy - Aspect transmissif de l'aquifère

a. Expression de la loi de Darcy

Il s'agit de la loi fondamentale de l'hydrogéologie. C'est une loi comportementale qui décrit un phénomène (loi phénoménologique). Elle est issue d'une expérience effectuée par Darcy en 1856.

Soit un dispositif (*figure 1.2*) constitué par une conduite, de section A, remplie de sable (milieu poreux). L'eau entre sous pression au niveau du point a et sa charge H_a est mesurée au niveau d'un piézomètre au point d'entrée. L'eau circule dans ce milieu poreux et sort en b et la mesure de sa charge H_b s'effectue en cet endroit par le biais d'un piézomètre.

Le débit Q en sortie de système est proportionnel à la différence de charge H_a- H_b et inversement proportionnel à la longueur l entre a et b.

Le débit Q est également proportionnel à la section ouverte à l'écoulement A et proportionnel à un facteur qui tient compte de la nature du milieu poreux et de la nature du fluide qui traverse le milieu poreux K, que l'on appelle la conductivité hydraulique à saturation, ou perméabilité [LT^{-1}]. Cette relation s'écrit :

$$Q = -KA\left(\frac{H_a - H_b}{l}\right)$$

avec :

Q le débit [L^3T^{-1}]

K la conductivité hydraulique à saturation, ou perméabilité [LT^{-1}]

H_a la charge au point a [L],
H_b la charge au point b [L] et
l la distance entre les points a et b [L]

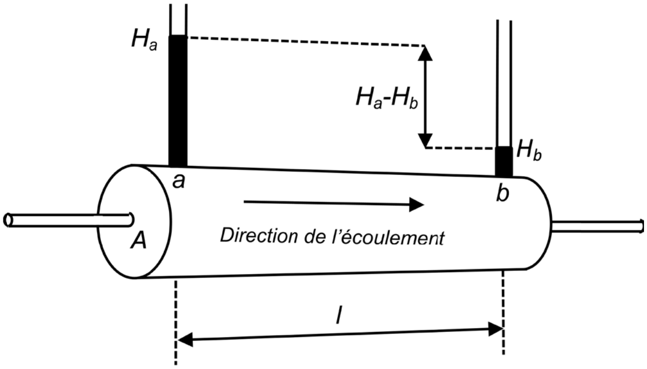

Figure 1.2 : Loi de darcy - Dispositif expérimental

Exercice 1.4 :

Un perméamètre est un dispositif qui permet la détermination de la perméabilité. Il en existe de plusieurs types, à charge constante ou à charge variable.

Dans un perméamètre à charge constante, on réalise des mesures de débit Q pour différentes valeurs de charge hydraulique ΔH. Ces valeurs sont compilées dans le tableau suivant.

ΔH	Q
cm	cm^3/s
2	0,172
5.5	0,457
9	0,783
13	1,126
19,5	1,606
24,5	2,101
30	2,566

Δl est égal à 35 cm et la section est de $A = 41{,}5\ cm^2$.

À partir de ces informations il faut déterminer la perméabilité.

Éléments de réponse

Dans un premier temps il faut tracer la courbe du débit Q en fonction de la charge Δl. Il s'agit d'une droite. La pente de cette courbe est égale à :

$$pente = K \frac{A}{\Delta l}$$

Ensuite, connaissant la section A et la longueur Δl, on peut déterminer la valeur de la perméabilité :

$$K = pente\ \frac{\Delta l}{A}$$

Il est possible de rendre compte physiquement de la loi de Darcy et la généraliser.

Soit un milieu poreux de porosité ε dans lequel s'exerce un écoulement (*Figure 1.2*)

Dans ce milieu poreux, et pour cet écoulement, il existe **des forces motrices générant l'écoulement** et d'autres, **de frictions, qui s'exercent en sens inverse**. En régime stationnaire ou permanent, ces deux forces s'équilibrent. La somme de ces deux forces est nulle.

Forces motrices générant l'écoulement

Elles sont de deux natures : des *forces de pression* et des *forces gravitationnelles*.

Forces de pression

Une section dans ce milieu poreux, localisée en un point *a* et de section A. Une autre section dans ce milieu poreux, localisée en *b*, de section identique, à l'aval hydraulique de la première section. L'écoulement allant de la première section vers la seconde.

la première section représente l'entrée du système et la seconde section en représente la sortie. La force qui s'exerce à l'entrée du système, peut s'écrire :

$$P_a \varepsilon A$$

où :

P_a est la pression au point *a* [Pa] [$ML^{-1}T^{-2}$],

ε est la porosité [-],

A est la section perpendiculaire à l'écoulement [L^2].

De la même manière, la pression qui s'exerce au niveau de la sortie du système est :

$$P_b \varepsilon A$$

avec :

P_b la pression au point *b* [Pa] [$ML^{-1}T^{-2}$]

Si P_b est supérieure à P_a, alors le bilan dans le milieu poreux entre l'entrée et la sortie du système peut s'écrire :

$$P_a \varepsilon A - P_b \varepsilon A$$

soit :

$$-\varepsilon A \Delta P \quad [MLT^{-2}]$$

avec ΔP la différence de pression entre P_b et P_a.

La pression évolue point par point à l'intérieur du système. Elle évolue avec la distance l [L]; il existe un gradient de pression (ce serait la pente d'un graphe représentant la pression vs la distance), $\frac{dP}{dl}$ de dimension [PaL^{-1}] [MT^{-2}].

Si l'on veut connaître le bilan entre une entrée en *a* à sa sortie en *b*, alors l'expression :

$$-\varepsilon A \Delta P$$

dispose d'un équivalent que l'on peut écrire :

$$-\frac{dP}{dl}\Delta l\varepsilon A \text{ [MLT}^{-2}\text{] [N]}$$

Il s'agit là de la force liée à la pression.

Forces gravitationnelles

La masse du fluide entre les points *a* et *b*, de distance Δl, est :

$$m = \rho\Delta l\varepsilon A$$

où :

m est la masse [M],

ρ est la masse volumique [ML^{-3}],

ε est la porosité [-],

A est la section de la conduite [L^2] et

Δl est la distance entre les points *a* et *b* [L].

La force liée à la gravité dans le volume de référence F_g, délimité par les sections aux points *a* et *b* et la distance entre ces deux points (appelons cela un volume élémentaire représentatif) est :

$$F_g = \rho\Delta l\varepsilon Ag \text{ [MLT}^{-2}\text{] [N]}$$

où *g* représente l'accélération de la pesanteur [MT^{-2}].

Cette force gravitationnelle s'exerce verticalement vers le bas (*figure 1.3*).

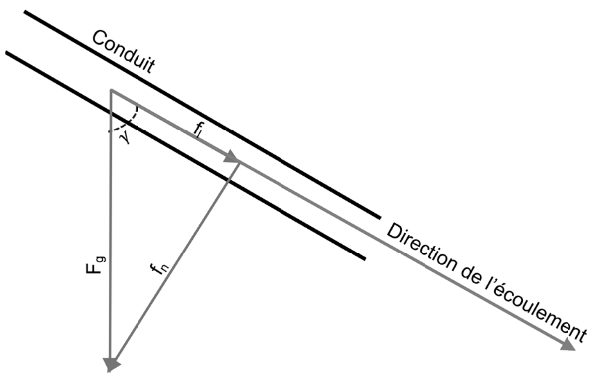

Figure 1.3 : Force gravitationnelle

Selon la pente du milieu poreux (pente de la conduite contenant le milieu poreux), cette force, représentée par un vecteur, se décompose en un vecteur orienté parallèlement à l'écoulement f_l et un vecteur orienté normalement par rapport l'écoulement f_n.

Le vecteur qui porte f_l est orienté avec un angle γ par rapport au vecteur représentant la force gravitationnelle (qui est en fait l'hypoténuse des deux vecteurs f_l et f_n).

La partie f_l de la force gravitationnelle, parallèle à l'écoulement, peut s'écrire :

$$f_l = \rho\varepsilon\Delta lAg\ cos\gamma \quad \text{[MLT}^{-2}\text{] [N]}$$

ou, ce qui est équivalent, dans le système de repère cartésien, avec z orienté vers le haut, et en considérant la distance Δ_l tendant vers 0, à (*figure 1.4*) :

$$f_l = -\rho\varepsilon\Delta l A g \ \frac{dz}{dx}$$

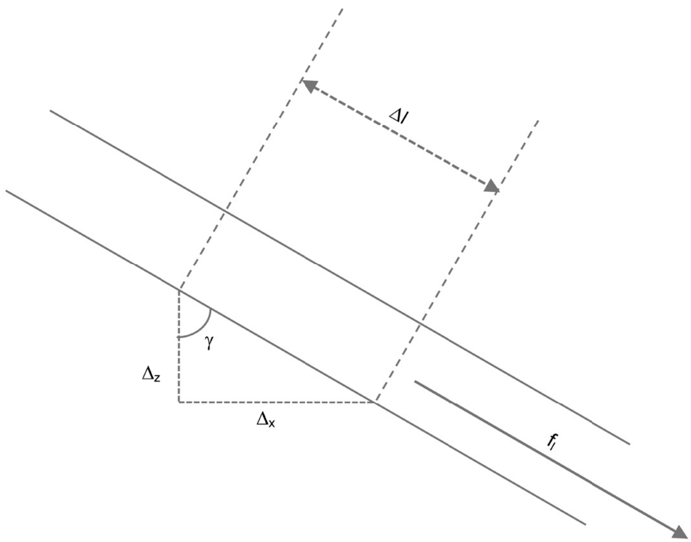

Figure 1.4 : Force gravitationnelle équivalente parallèle à l'écoulement

In fine, *la force motrice générant l'écoulement* est la somme des forces de pression et des forces gravitationnelles parallèle à l'écoulement et s'écrit :

$$(-\frac{dP}{dl} - \rho g \frac{dz}{dl})\Delta l\varepsilon A$$

dans laquelle $(-\frac{dP}{dl} - \rho g \frac{dz}{dl})$ donne la magnitude de la force par unité de volume du fluide due à la pression et à la gravité et $\Delta l\varepsilon A$ est le volume de fluide du milieu poreux (dans la section d'un tube représentant un milieu poreux).