

Nicolas Fardin

# 12 ans d'Olympiades académiques de mathématiques

à l'usage des lycéens de Première

Une préparation  
en 9 thèmes d'étude  
et 75 exercices corrigés



2<sup>e</sup> édition



# Sommaire

<b>1</b>	<b>Calculs de sommes</b>	<b>1</b>
1.1	Somme des $n$ premiers entiers . . . . .	1
1.2	Le symbole de somme $\sum$ . . . . .	3
1.3	Somme des $n$ premiers nombres impairs . . . . .	5
1.4	Généralisation . . . . .	6
1.5	Somme des $n$ premiers cubes . . . . .	8
1.6	Somme des $n$ premiers carrés . . . . .	9
1.7	Somme de puissances successives . . . . .	11
1.8	Généralisation . . . . .	12
1.9	Exercices . . . . .	14
1.10	Solutions des exercices . . . . .	27
<b>2</b>	<b>Numération</b>	<b>41</b>
2.1	Division euclidienne dans $\mathbb{N}$ . . . . .	41
2.2	Extension à $\mathbb{Z}$ . . . . .	44
2.3	Représentation des rationnels . . . . .	44
2.4	Divisibilité dans $\mathbb{Z}$ . . . . .	46
2.5	Critères de divisibilité . . . . .	48
2.6	Écriture en base $b$ . . . . .	51
2.7	Écriture binaire . . . . .	52
2.8	Base de Fibonacci . . . . .	54
2.9	Exercices . . . . .	57
2.10	Solutions des exercices . . . . .	66
<b>3</b>	<b>Arithmétique</b>	<b>75</b>
3.1	Nombres premiers . . . . .	75
3.2	Décomposition en facteurs premiers . . . . .	79
3.3	Diviseurs d'un entier naturel . . . . .	81
3.4	PGCD et PPCM . . . . .	83
3.5	Triplets pythagoriciens . . . . .	85
3.6	Exercices . . . . .	87

---

3.7	Solutions des exercices . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Fonctions et équations</b>	<b>111</b>
4.1	Identités remarquables . . . . .	111
4.2	Équation du second degré . . . . .	115
4.3	Équations de degré supérieur . . . . .	117
4.4	La parabole . . . . .	122
4.5	Exercices . . . . .	124
4.6	Solutions des exercices . . . . .	133
<b>5</b>	<b>Géométrie plane</b>	<b>143</b>
5.1	Droites remarquables . . . . .	143
5.2	Relations métriques dans le triangle . . . . .	151
5.3	Le cercle . . . . .	152
5.4	Triangles semblables . . . . .	155
5.5	Exercices . . . . .	160
5.6	Solutions des exercices . . . . .	169
<b>6</b>	<b>Aires et espace</b>	<b>179</b>
6.1	Calculs d'aires . . . . .	179
6.2	Calculs de volumes . . . . .	182
6.3	Patrons et vraies grandeurs . . . . .	184
6.4	Le dodécaèdre régulier . . . . .	186
6.5	Exercices . . . . .	193
6.6	Solutions des exercices . . . . .	201
<b>7</b>	<b>Probabilités</b>	<b>209</b>
7.1	Calculs de probabilités . . . . .	209
7.2	Simulations d'expériences aléatoires . . . . .	213
7.3	Variables aléatoires . . . . .	214
7.4	Lois de probabilité . . . . .	216
7.5	Échantillonnage . . . . .	220
7.6	Exercices . . . . .	223
7.7	Solutions des exercices . . . . .	233
<b>8</b>	<b>Algorithmique</b>	<b>249</b>
8.1	Affectation . . . . .	249
8.2	Structures alternatives . . . . .	251
8.3	Structures itératives - boucles . . . . .	252
8.4	Exemples d'algorithmes . . . . .	255
8.5	Exercices . . . . .	260
8.6	Solutions des exercices . . . . .	273

<b>9 Logique et stratégies</b>	<b>285</b>
9.1 Connecteurs logiques . . . . .	285
9.2 Stratégies de base pour la démonstration . . . . .	288
9.3 Quelques principes pour l'énumération . . . . .	291
9.4 Le raisonnement par récurrence . . . . .	295
9.5 Exercices . . . . .	300
9.6 Solutions des exercices . . . . .	308
<b>Bibliographie</b>	<b>321</b>
<b>Index</b>	<b>323</b>