

Luc Chevalier

# Mécanique des systèmes et des milieux déformables

Cours, exercices et problèmes corrigés

3<sup>e</sup> édition

- Sciences industrielles de l'ingénieur
- Agrégation
- Licences
- Master de Mécanique
- Génie Mécanique
- Génie Civil et Sciences pour l'ingénieur
- Écoles d'ingénieurs



# Table des matières

<b>Avant-propos.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 : Description du mouvement.....</b>	<b>5</b>
I.    Trajectoire, Vecteur position .....	5
I.1    Référentiel.....	5
I.2    Trajectoire .....	7
I.3    Vecteur position .....	7
II.    Vecteurs vitesse et accélération.....	8
II.1    Vecteur vitesse.....	8
II.2    Vecteur accélération .....	9
II.3    Dérivation vectorielle dans un repère R .....	9
II.4    Étude de trois mouvements simples .....	14
III.    Composition des vitesses et des accélérations.....	16
III.1    Composition des vitesses .....	17
III.2    Composition des accélérations.....	18
III.3    Exemple : Un système régulateur .....	19
IV.    Champ des vitesses d'un solide .....	20
IV.1    Paramétrage de la position d'un solide.....	20
IV.2    Angles d'Euler .....	21
IV.3    Champ des vitesses d'un solide .....	21
IV.4    Premier exemple : un bidule inutile .....	24
IV.5    Autres exemples plus réalistes .....	26
IV.6    Dernier exemple plus industriel : robot FANUC .....	37
V.    Glissement, roulement et pivotement .....	40
V.1    Vitesse de glissement.....	40
V.2    Vecteurs roulement et pivotement .....	40
V.3    Exemples .....	41
<b>Chapitre 2 : Actions mécaniques .....</b>	<b>47</b>
I.    Actions mécaniques de surface et de volume .....	47
I.1    Définition d'une action mécanique.....	47
I.2    Quelques exemples .....	50
I.3    Torseur résultant .....	53
I.4    Exemples de torseurs .....	54
II.    Principe fondamental de la statique .....	56
II.1    Efforts extérieurs à un système matériel .....	56
II.2    Énoncé du principe fondamental de la statique .....	56
II.3    Cas particuliers .....	57
II.4    Utilisation du P.F.S .....	58
II.5    Exemples .....	59
III.    Lois de frottement .....	64
III.1    Analyse du contact ponctuel entre deux solides .....	65
III.2    Lois de Coulomb .....	65
III.3    Illustrations.....	67

IV.	Liaisons entre pièces mécaniques (aspects statiques et cinématiques).....	71
IV.1	Torseurs des vitesses relatives et des interefforts .....	71
IV.2	Inventaire des liaisons mécaniques normalisées .....	73
<b>Chapitre 3 : Effets de masse et d'inertie .....</b>	<b>79</b>	
I.	Centre d'inertie .....	79
I.1	Centre d'inertie : définition .....	79
I.2	Centre d'inertie ; centre de gravité.....	79
I.3	Exemple : demi rondin cylindrique .....	80
II.	Moment d'inertie, produit d'inertie .....	80
II.1	Moment d'inertie par rapport à une droite D.....	81
II.2	Produit d'inertie.....	81
II.3	Exemple de calcul de moments d'inertie .....	81
III.	Opérateur d'inertie .....	82
III.1	Propriétés de l'opérateur d'inertie.....	83
III.2	Généralisations .....	84
III.3	Calculs de divers opérateurs d'inertie .....	85
IV.	Torseurs cinétique et dynamique.....	90
IV.1	Quantité de mouvement, quantité d'accélération .....	90
IV.2	Torseur cinétique, torseur dynamique .....	91
IV.3	Relations cinétique et dynamique .....	91
V.	Calcul des éléments cinétiques .....	92
V.1	Résultantes cinétiques et dynamiques .....	92
V.2	Moment cinétique.....	92
V.3	Exemple : équilibrage dynamique .....	93
V.4	Utilisation "dynamique" des calculs cinétiques .....	97
VI.	Principe fondamental de la dynamique .....	99
VI.1	Théorèmes Généraux de la dynamique .....	100
VI.2	Utilisation des Théorèmes Généraux .....	101
VI.3	Problèmes simples de dynamique du solide .....	104
VII.	Questions de stabilité .....	118
VII.1	Position d'équilibre - Petits mouvements .....	119
VII.2	Linéarisation des équations de mouvement .....	121
VII.3	Système gyroscopique.....	124
<b>Chapitre 4 : Théorèmes énergétiques .....</b>	<b>131</b>	
I.	Théorème de l'Énergie cinétique.....	131
I.1	Puissance, travail, énergie potentielle .....	131
I.2	Énergie cinétique .....	133
I.3	Théorème de l'énergie cinétique.....	134
II.	Principe des puissances virtuelles .....	140
II.1	Introduction au principe des puissances virtuelles.....	140
II.2	Méthode des puissances virtuelles .....	143
III.	Équations de Lagrange.....	147
III.1	Paramétrage réel, paramétrage primitif.....	147
III.2	Application du P.P.V. aux équations de Lagrange .....	148
III.3	Exemples d'utilisation .....	152
III.4	Schémas numériques de résolution .....	166

<b>Chapitre 5 : Vibrations de solides.....</b>	<b>169</b>
I. Vibrations a 1 d.d.l .....	169
I.1 L'oscillateur élémentaire.....	169
I.2 Régime de vibration libre .....	171
I.3 Régime de vibration forcée .....	177
II. Vibrations des systèmes conservatifs .....	189
II.1 Vibrations libres : analyse modale .....	189
II.2 Détermination numérique des modes propres .....	205
II.3 Vibrations forcées des structures conservatives.....	218
III. Vibrations des systèmes amortis.....	222
III.1 Différents types d'amortissement .....	222
III.2 Cas général des systèmes amortis.....	226
<b>Chapitre 6 : Milieux déformables élastiques .....</b>	<b>229</b>
I. Mécanique des Milieux Déformables : Introduction.....	229
I.1 Comportement et structure des matériaux .....	229
I.2 Sollicitations simples.....	233
I.3 Introduction à la mécanique des milieux déformables .....	239
II. Tenseurs des contraintes et des déformations .....	240
II.1 Tenseur de déformations .....	240
II.2 PPV - Équations locales d'équilibre .....	261
II.3 Tenseur des contraintes de Cauchy .....	264
III. Comportement élastique linéaire.....	270
III.1 Comportement élastique isotrope.....	272
III.2 Méthodes de résolution d'un pb. élastique .....	279
III.3 Critères de limite élastique.....	287
III.4 Quelques exemples de problèmes élastiques.....	291
<b>Chapitre 7 : Résolution de problèmes d'élasticité .....</b>	<b>303</b>
I. Élasticité plane.....	303
I.1 Problèmes d'élasticité plane .....	303
I.2 Résolution par les fonctions d'Airy.....	306
I.3 Exemples de résolution par les fonctions d'Airy .....	307
II. Torsion des poutres cylindriques .....	318
II.1 Méthode de résolution .....	319
II.2 Exemples d'applications .....	323
II.3 Méthode de résolution approchée .....	329
II.4 Introduction aux éléments finis : Application à la torsion.....	332
III. Méthode des éléments finis.....	338
III.1 Éléments finis en 3D .....	339
III.2 Résolution approchée par la M.E.F .....	342
III.3 Méthodes de résolution d'un problème statique.....	349
<b>Chapitre 8 : Approximations des plaques et des poutres.....</b>	<b>361</b>
I. Théorie des plaques élastiques.....	361
I.1 Cinématique des plaques .....	361
I.2 Théorie des plaques élastiques .....	365
I.3 Exemples de résolution des problèmes de plaque.....	370

II.	Théorie des poutres.....	376
II.1	Cinématique des poutres.....	377
II.2	PPV - Équilibre d'un tronçon de poutre .....	379
II.3	Résolution d'un problème de poutre élastique .....	389
II.4	Exemples de problèmes de poutres .....	398
<b>Chapitre 9 : Structures à base de poutres et de barres.....</b>	<b>423</b>	
I.	Théorèmes énergétiques.....	423
I.1	Théorèmes énergétiques appliqués aux poutres élastiques. ....	423
I.2	Méthode des éléments finis : application aux poutres.....	445
II.	Vibrations de poutres.....	462
II.1	Dynamiques des poutres continues .....	462
II.2	Résolution approchée du problème de vibration libre.....	471
II.3	Études statique et dynamique d'une suspension arrière.....	475
<b>Chapitre 10 : Mécanique des fluides.....</b>	<b>485</b>	
I.	Précisions sur contraintes et déformations.....	485
I.1	Gradient des vitesses - Vitesses de déformation $D$ .....	486
I.2	Tenseur des contraintes $\sigma$ .....	488
I.3	Critère d'écoulement des fluides .....	489
II.	Statique des fluides .....	490
II.1	Hydrostatique .....	490
II.2	Forces de pression sur les parois.....	493
III.	Dynamique des fluides parfaits .....	496
III.1	Écoulement de fluides parfaits .....	496
III.2	Théorème d'Euler .....	499
IV.	Comportement visqueux.....	501
IV.1	Loi de comportement visqueux.....	501
IV.2	Exemples d'écoulements .....	503
<b>Annexe .....</b>	<b>519</b>	
<b>Bibliographie .....</b>	<b>535</b>	