

Olivier Vanbésien

Outils mathématiques pour les sciences de l'ingénieur

37 fiches de cours et 71 exercices corrigés



Sommaire

Fiches de cours - Objectifs et compétences visées 15

Fiche 1 : Nombres et représentations des nombres 16

- Savoir identifier la nature d'un nombre selon sa représentation
- Maîtriser la représentation et la manipulation des nombres sous forme de puissances
- Maîtriser la représentation et la manipulation des nombres sous forme de fractions

Fiche 2 : Points et vecteurs 18

- Savoir définir et différencier les notions de points et de vecteurs
- Connaître la définition du système de coordonnées cartésiennes
- Connaître la notion d'espace vectoriel et les relations d'addition sur les vecteurs (dont la relation de Chasles)

Fiche 3 : Géométrie 2D – Triangles 20

- Maîtriser les relations géométriques dans un triangle quelconque
- Connaître le théorème de Pythagore (triangle rectangle)
- Connaître les relations de proportionnalité dans un triangle (théorème de Thalès)

Fiche 4 : Géométrie 2D – Quadrilatères – Droites 22

- Appréhender les différentes formes de quadrilatères possibles
- Savoir identifier les quadrilatères convexes (parallélogrammes et trapèzes) et connaître les surfaces et périmètres des quadrilatères de base (rectangles, carré, losange, parallélogramme)
- Savoir reconnaître et retrouver l'équation d'une droite dans un espace à deux dimensions

Fiche 5 : Géométrie 3D – Polyèdres – Plans et droites 24

- Connaître la définition d'un polyèdre
- Savoir identifier pyramides, tétraèdres et hexaèdres. Savoir retrouver les surfaces et volumes de polyèdres réguliers
- Savoir reconnaître et retrouver les équations d'un plan et d'une droite dans un espace à trois dimensions

Fiche 6 : Les nombres complexes (forme cartésienne) 26

- Connaître la définition d'un nombre complexe et les notions de partie réelle et imaginaire
- Maîtriser les opérations d'algèbre simple sur les nombres complexes en représentation cartésienne
- Savoir extraire la racine d'un nombre complexe sous forme cartésienne

Fiche 7 : Polynômes - Identités remarquables 28

- Connaître les différentes écritures possibles d'un polynôme
- Savoir identifier l'ensemble dans lequel est défini un polynôme : \mathbb{R} ou \mathbb{C}
- Maîtriser les identités remarquables : ordre 2 et généralisation à l'ordre n

Fiche 8 : Équations polynomiales d'ordres 1 et 2 30

- Savoir résoudre une équation polynomiale d'ordre 1
- Savoir résoudre une équation polynomiale d'ordre 2 (dans \mathbb{R} et \mathbb{C}) – Notion de discriminant
- Savoir écrire les formes factorisées d'un polynôme d'ordre 2

Fiche 9 : Compléments sur les polynômes d'ordre 2 32

- Savoir retrouver deux valeurs à partir de leur somme et de leur produit
- Savoir résoudre une équation bicarrée
- Connaître la forme canonique d'un polynôme

Fiche 10 : Fraction de polynômes – Factorisation 34

- Identifier les différentes composantes d'une fraction de polynômes : numérateur, dénominateur, partie entière.
- Maîtriser la division euclidienne de polynômes
- Savoir factoriser (réduire) un polynôme de degré quelconque

Fiche 11 : Inéquations polynomiales d'ordre n 36

- Connaître les règles de détermination du signe d'un polynôme (ordre 1 et 2)
- Savoir résoudre les inéquations polynomiales d'ordre 1 et 2
- Maîtriser la généralisation à l'ordre n . Construction d'un tableau de signes

Fiche 12 : Systèmes de 2 équations à 2 inconnues – Déterminants 38

- Savoir identifier un système de deux équations à deux inconnues
- Savoir résoudre un système de deux équations à deux inconnues par la méthode des déterminants
- Connaître le cas particulier d'un système de Cramer

Fiche 13 : Systèmes de n équations à n inconnues **40**

- Savoir résoudre un système de 3 équations à 3 inconnues par la méthode des déterminants
- Connaître quelques règles de manipulation des déterminants d'ordre n
- Savoir identifier et manipuler les déterminants d'ordre n sous forme triangulaire

Fiche 14 : Représentation matricielle **42**

- Connaître la définition d'une matrice de taille quelconque
- Maîtriser les opérations simples d'addition et de multiplication sur des matrices de tailles quelconques
- Savoir faire le lien entre une matrice carrée d'ordre 2 et un système de 2 équations à deux inconnues. Notion de matrice inverse

Fiche 15 : Opérations sur les matrices carrées **44**

- Maîtriser les opérations algébriques sur les matrices carrées d'ordre 2
- Envisager la généralisation des opérations algébriques à l'ordre n
- Connaître la méthode d'inversion d'une matrice carrée d'ordre 3

Fiche 16 : Étude de fonctions à une variable – I **46**

- Maîtriser les premières étapes d'étude d'une fonction à une variable : domaine de définition, propriétés particulières (parité, périodicité), limites aux bornes du domaine de définition
- Savoir trouver les asymptotes (horizontale, verticale, oblique) d'une fonction
- Maîtriser le passage à l'échelle logarithmique

Fiche 17 : Étude de fonctions à une variable – II **48**

- Savoir rechercher et identifier les extrema d'une fonction
- Savoir construire le tableau de variation d'une fonction sur son domaine de définition
- Savoir tracer une courbe représentative de la fonction étudiée (choix des unités d'axe)

Fiche 18 : Calculs de limites **50**

- Connaître la définition d'une limite en un point, limite à gauche, limite à droite
- Maîtriser les propriétés algébriques du passage à la limite
- Identifier les formes indéterminées de limites et connaître quelques méthodes « simples » pour lever ces indéterminations

Fiche 19 : Dérivation **52**

- Connaître les notions de dérivabilité d'une fonction en un point et de fonction dérivée
- Connaître les dérivées des fonctions usuelles et maîtriser la dérivation de fonctions plus complexes (propriétés algébriques et de composition)
- Détermination de la tangente en un point

Fiche 20 : Les fonctions logarithme et exponentielle **54**

- Connaître les définitions et le lien entre les fonctions logarithme népérien et exponentielle
- Connaître les propriétés principales des fonctions exponentielle et logarithme népérien
- Connaître les autres fonctions associées : logarithme décimal (base 10) et sa fonction réciproque. Notion de décibel

Fiche 21 : Les fonctions sinusoidales **56**

- Connaître les propriétés et savoir tracer les fonctions sinus et cosinus
- Connaître les propriétés et savoir tracer les fonctions tangente et cotangente
- Connaître les valeurs des fonctions sinusoidales pour les angles remarquables

Fiche 22 : Trigonométrie circulaire - Formulaire **58**

- Identifier le lien entre fonctions sinusoidales et propriétés du cercle
- Maîtriser les formules de symétrie axiale
- Maîtriser les formules d'addition et les transformations produit-somme et somme-produit

Fiche 23 : Les nombres complexes - Forme polaire **60**

- Identifier le lien entre représentations cartésienne, sinusoidale et exponentielle des nombres complexes
- Maîtriser les opérations algébriques entre nombres complexes sous forme exponentielle (polaire)
- Maîtriser la formule de Moivre et son application à la recherche des racines n-ièmes d'un nombre complexe

Fiche 24 : Produits de vecteurs **62**

- Connaître les définitions générales des produits scalaire et vectoriel
- Maîtriser le calcul des produits scalaire et vectoriel en coordonnées cartésiennes
- Connaître la notion de produit mixte

Fiche 25 : Systèmes de coordonnées 64

- Appréhender la notion de projection de vecteurs à 2 dimensions
- Maîtriser le passage de coordonnées cartésiennes en coordonnées polaires à deux dimensions
- Maîtriser le passage de coordonnées cartésiennes en coordonnées cylindriques et sphériques à trois dimensions

Fiche 26 : Géométrie circulaire, cylindrique, sphérique 66

- Connaître la représentation en coordonnées cartésiennes des ellipsoïdes et sphères, des ellipses et cercles, des cylindres et cônes
- Maîtriser la représentation selon les situations des ellipsoïdes et sphères, des ellipses et cercles, des cylindres et cônes en coordonnées polaires, cylindriques ou sphériques
- Appréhender la notion de calcul infinitésimal appliquée aux sphères et cercles

Fiche 27 : Suites arithmétiques et géométriques 68

- Connaître la définition d'une suite de nombres (récurrente ou non)
- Maîtriser la notion de suite arithmétique : propriétés et calcul de somme partielle
- Maîtriser la notion de suite géométrique : propriétés, notions de convergence et calcul de somme

Fiche 28 : Étude des suites numériques 70

- Savoir étudier une suite numérique : monotonie et bornes
- Connaître les méthodes d'étude de la monotonie d'une suite numérique : différence ou quotient de deux termes successifs, fonction réelle associée
- Savoir étudier une suite affine (arithmético-géométrique)

Fiche 29 : Décomposition en éléments simples de première espèce 72

- Connaître les conditions d'application d'une décomposition en éléments simples d'une fraction de polynômes
- Maîtriser la décomposition en éléments simples de première espèce : pôles simples d'ordre 1
- Maîtriser la décomposition en présence de pôles double ou d'ordre n

Fiche 30 : Décomposition en éléments simples de seconde espèce 74

- Maîtriser la décomposition en éléments simples de seconde espèce (polynômes réels d'ordre 2)
- Assimiler quelques techniques de calcul pour déterminer les paramètres d'une décomposition en éléments simples
- Savoir utiliser avec pertinence les règles de calcul de paramètres selon les situations rencontrées

Fiche 31 : Primitives et intégrales **76**

- Maîtriser la différence entre une primitive et une intégrale
- Savoir faire le lien entre calcul d'intégrale et calcul d'une surface
- Connaître les primitives de fonctions usuelles

Fiche 32 : Méthodes d'intégration de fonctions **78**

- Maîtriser l'intégration de fonctions composées (dont l'approche logarithmique)
- Maîtriser la notion d'intégration par parties et savoir identifier quand elle est pertinente pour un calcul d'intégrale
- Maîtriser les étapes d'application du changement de variable pour le calcul d'une intégrale

Fiche 33 : Les développements limités **80**

- Connaître le sens physique de la notion de développement limité d'une fonction en un point : calcul approché
- Savoir calculer les coefficients d'un développement limité à partir des dérivées successives d'une fonction (formule de Taylor-Young)
- Connaître les développements limités en 0 de fonctions usuelles

Fiche 34 : Propriétés des développements limités **82**

- Connaître les propriétés des développements limités de type somme, produit, composition, quotient, intégration et dérivation pour application à des fonctions quelconques
- Savoir identifier les conditions requises pour pouvoir faire un développement limité en 0
- Maîtriser l'application des développements limités à la levée d'indétermination de limites

Fiche 35 : Équations différentielles d'ordre 1 **84**

- Savoir identifier une équation différentielle d'ordre 1 à coefficients constants
- Maîtriser la méthodologie de résolution d'une équation différentielle à coefficients constants : solution de l'équation homogène, recherche d'une solution particulière, écriture de la solution générale et application de la condition limite.
- Comprendre l'approche de résolution d'une équation différentielle du premier ordre à coefficients non constants

Fiche 36 : Probabilités discrètes – Dénombrement 86

- Connaître les notions d'événement et de dénombrement
- Savoir définir les probabilités associées à un ensemble d'événements, notions d'arrangement et de combinaison
- Appréhender les notions d'événements indépendants et de probabilité conditionnelle

Fiche 37 : Variables aléatoires discrètes 88

- Connaître la définition d'une variable aléatoire discrète et maîtriser ses représentations possibles (table ou graphe de la loi, fonction cumulative)
- Maîtriser les calculs d'espérance, de variance et d'écart type sur une variable aléatoire discrète.
- Savoir reconnaître sur une situation donnée les lois discrètes usuelles (Bernoulli, binomiale, Poisson et géométrique) et connaître leurs caractéristiques (loi de probabilité, espérance, variance)

Exercices corrigés 91

Liste des exercices et fiches de cours associées	91
Exercice 1 : Ordres de grandeurs	94
Exercice 2 : Simplification de fractions – I	95
Exercice 3 : Simplification de fractions – II	96
Exercice 4 : Vecteurs – I	97
Exercice 5 : Vecteurs – II	98
Exercice 6 : Géométrie 2D – I	99
Exercice 7 : Géométrie 2D – II	100
Exercice 8 : Calculs de volumes	101
Exercice 9 : Manipulation de nombres complexes – I	102
Exercice 10 : Polynômes complexes	103
Exercice 11 : Équations polynomiales	104
Exercice 12 : Équations bicarrées	105
Exercice 13 : Système d'équations	106
Exercice 14 : Inéquation polynomiale	107
Exercice 15 : Système d'équations paramétrées (2x2)	108
Exercice 16 : Système de 3 équations à 3 inconnues – I	109
Exercice 17 : Système de 3 équations à 3 inconnues – II	110
Exercice 18 : Déterminants d'ordre quelconque	111
Exercice 19 : Produits de matrices	112

Exercice 20 : Calcul matriciel – I	113
Exercice 21 : Calcul matriciel – II	114
Exercice 22 : Calcul matriciel – III	115
Exercice 23 : Inversions de matrice	116
Exercice 24 : Parité et périodicité	117
Exercice 25 : Étude de fonction – I	118
Exercice 26 : Étude de fonction – II	119
Exercice 27 : Étude de fonction – III	120
Exercice 28 : Étude de fonction – IV	121
Exercice 29 : Recherche d'asymptotes obliques – I	122
Exercice 30 : Recherche d'asymptotes obliques – II	123
Exercice 31 : Calcul de dérivées	124
Exercice 32 : Calcul de tangente à une courbe	125
Exercice 33 : Asymptotes en échelle logarithmique	126
Exercice 34 : Simplifications d'écriture	127
Exercice 35 : Trigonométrie	128
Exercice 36 : Équations trigonométriques	129
Exercice 37 : Manipulation de nombres complexes – II	130
Exercice 38 : Vecteurs et produit scalaire	131
Exercice 39 : Vecteurs et produit vectoriel	132
Exercice 40 : Systèmes de coordonnées 2D	133
Exercice 41 : Systèmes de coordonnées 3D – I	134
Exercice 42 : Systèmes de coordonnées 3D – II	135
Exercice 43 : Suites arithmétique, géométrique et calcul de limites	136
Exercice 44 : Monotonie des suites numériques – I	137
Exercice 45 : Monotonie des suites numériques – II	138
Exercice 46 : Suites affines	139
Exercice 47 : Décomposition en éléments simples – I	140
Exercice 48 : Décomposition en éléments simples – II	141
Exercice 49 : Décomposition en éléments simples – III	142
Exercice 50 : Intégration par parties – I	143
Exercice 51 : Intégration par parties – II	144
Exercice 52 : Calcul d'une surface (méthode intégrale)	145
Exercice 53 : Intégration par changement de variable	146
Exercice 54 : Intégration (via le logarithme)	147
Exercice 55 : Intégration et valeur absolue	148
Exercice 56 : Développement limité en 0 – I	149

Exercice 57 : Développement limité en 0 – II	150
Exercice 58 : Développement limité en x_0	151
Exercice 59 : Développement limité composé	152
Exercice 60 : Développement limité à l'infini	153
Exercice 61 : Levées d'indétermination de limites	154
Exercice 62 : Équation différentielle du 1 ^{er} ordre – I	155
Exercice 63 : Équation différentielle du 1 ^{er} ordre – II	156
Exercice 64 : Équation différentielle du 1 ^{er} ordre – III	157
Exercice 65 : Équation différentielle à coefficients non constants	158
Exercice 66 : Retrouver une équation différentielle	159
Exercice 67 : Dénombrement – I	160
Exercice 68 : Dénombrement – II	161
Exercice 69 : Probabilités discrètes	162
Exercice 70 : Variable aléatoire discrète – I	163
Exercice 71 : Variable aléatoire discrète – II	164

Pour en savoir plus

165