

Colles
corrigées et commentées

PCSi - PTSi

Maths

*S'entraîner
aux concours
dès la Sup*



Éric Billault

Table des matières

Mode d'emploi	3
Liste des notations et des abréviations	5
1 Somme et produit	13
Sommes de référence	13
Somme double	20
Produit	25
Coefficient binomial	28
2 Les nombres complexes	31
La trigonométrie	31
Forme algébrique, forme exponentielle	39
Conjugué, module, exponentielle d'un complexe	44
Équation du second degré	47
Racines n^{e} d'un nombre complexe	50
3 Fonction et bijection	63
Généralités sur les fonctions	63
Fonction puissance	66
Fonctions hyperboliques	69
Bijection	71
Fonctions trigonométriques réciproques	82
4 Calcul de primitives et d'intégrales	97
Primitive	97
Fraction rationnelle	105
Fraction rationnelle en cos, sin et tan	108
Propriétés de l'intégrale	112
Sommes de Riemann	125
Inégalité de Taylor-Lagrange	128
5 Équation différentielle linéaire	131
EDL du 1 ^{er} ordre	131
Problème de Cauchy	141

EDL du 2 nd ordre	143
6 Suite	151
Convergence ou divergence d'une suite	151
Suite extraite	161
Suites adjacentes.	162
Suite définie par récurrence	165
Suite récurrente linéaire d'ordre 1 ou 2	174
7 Borne supérieure et inférieure	179
Plus grand élément, plus petit élément, borne supérieure et inférieure	179
Partie entière	184
8 Injection et surjection. Image directe et réciproque	189
Injection et surjection	189
Image directe et réciproque	194
9 Dénombrement	199
Opérations sur les cardinaux	199
Produit cartésien.	201
Combinaison	201
Application injective/surjective/bijective	214
10 Probabilité	219
Vocabulaire probabiliste.	219
Formule des probabilités totales et composées.	228
Variable aléatoire	243
Lois usuelles	252
Inégalité de concentration	259
11 Arithmétique	263
Divisibilité	263
Division euclidienne, PGCD, PPCM	265
Nombre premier	267
12 Limite et continuité	271
Limite	271
Continuité	276
Les théorèmes sur la continuité.	280
13 Dérivabilité	287
Dérivabilité d'une fonction	287
Fonction n -fois dérivables	293
Les théorèmes sur la dérivabilité	302
La convexité (PSCI).	311

14 Analyse asymptotique	315
Analyse asymptotique des suites	315
Analyse asymptotique des fonctions.	321
Développement limité	326
15 Matrice	341
Calcul matriciel	341
Calcul de A^p	346
Matrice inversible	351
16 Polynôme	359
Opérations sur les degrés.	359
Factorisation d'un polynôme.	362
Relation entre les racines et les coefficients.	373
17 Espace vectoriel	385
Sous-espace vectoriel.	385
Application linéaire.	390
SEV supplémentaires et projection	395
18 Espace vectoriel de dimension finie	405
Famille libre et génératrice	405
Base et dimension d'un espace vectoriel.	407
Formules des dimensions et du rang	418
19 Matrice et application linéaire	427
Matrice représentative	427
Formules de changement de base	436
Noyau, image et rang d'une matrice	443
20 Déterminant	447
Déterminant d'une famille de vecteurs	447
Calcul pratique d'un déterminant	448
Déterminant d'un endomorphisme/d'une matrice	459
21 Espace euclidien (PCSI)	469
Produit scalaire	469
Projection orthogonale et distance.	484
22 Série numérique	497
Somme partielle et convergence	497
Théorème de comparaison pour les SATP	504
Convergence absolue.	514
23 Fonction de deux variables	519
Ouvert et continuité	519
Dérivées partielles.	522
Extrema locaux	530

24 Géométrie dans le plan et dans l'espace (PTSI)	535
Produit scalaire, produit mixte dans le plan	535
Équation d'une droite	537
Équation d'un cercle	542
Produit scalaire, produit mixte dans l'espace	545
Droite et plan dans l'espace	548
Distance	554
Sphère	557