

1^{re} / T^{le}

Des maths au Grand Oral

$$e^{-\frac{t}{2}} y = \int 2 e^{\frac{t}{2}} \sin(3t) dt + c$$

$$e^{-\frac{t}{2}} y = -\frac{24}{37} \cos(3t) - \frac{4}{37} \sin(3t) + c e^{\frac{t}{2}}$$

$$y(t) = \frac{24}{37} e^{-\frac{t}{2}} - \frac{4}{37} e^{\frac{t}{2}} \sin(3t)$$

Yves Coudert
Guillaume Ferré

ellipses

Sommaire

Index thématique	11
------------------------	----

Introduction

1. Comment utiliser ce livre ?	15
2. Le cadre de l'épreuve	15
3. Quelques conseils pour réussir l'épreuve du Grand Oral	17

Partie 1 Analyse

Chapitre 1 Second degré	25
--------------------------------------	----

Problème 1.1

En quoi le nombre d'or est-il un joyau des mathématiques ? ★★	25
---	----

Problème 1.2

Peut-on modéliser la trajectoire d'une balle de tennis ? ★	30
--	----

Problème 1.3

Comment déterminer le point de croisement de deux véhicules ayant des mouvements rectilignes uniformément variés ? ★★	32
---	----

Problème 1.4

Comment modéliser et optimiser le bénéfice d'une entreprise à l'aide d'une fonction polynôme du second degré ? ★★	35
---	----

Chapitre 2 Suites numériques – Généralités	39
---	----

Problème 2.1

Comment obtenir une approximation de $\sqrt{2}$ par la méthode de Héron d'Alexandrie ? ★★★	39
--	----

Problème 2.2

Comment modéliser l'évolution de bactéries dans des gouttes d'eau ? ★★	43
--	----

Problème 2.3

La suite de Fibonacci est-elle une clé de lecture de l'univers ? ★★	46
---	----

Problème 2.4

En quoi le test de Lucas-Lehmer est-il pertinent pour trouver des nombres premiers ? ★★★	50
--	----

Chapitre 3 Suites arithmétiques et géométriques	55
Problème 3.1	
En quoi le flocon de Von Koch est-il une figure paradoxale ? ★★	55
Problème 3.2	
Comment la méthode de Théon de Smyrne permet-elle d'obtenir une approximation de $\sqrt{2}$? ★★★	59
Problème 3.3	
Comment bien placer son capital dans une banque ? ★★	63
Problème 3.4	
Peut-on construire une pyramide avec des boîtes cubiques ? ★★	65
Chapitre 4 Comportement asymptotique de suites et de fonctions	69
Problème 4.1	
La divergence de la série harmonique est-elle paradoxale ? ★★	69
Problème 4.2	
Comment intervient le nombre e dans les taux d'intérêt en bourse ? ★★★	73
Problème 4.3	
Comment utiliser les fonctions logistiques pour faire de la modélisation en économie ? ★★★	78
Problème 4.4	
Comment utiliser la décroissance radioactive ? ★★	81
Chapitre 5 Continuité, dérivabilité et applications	87
Problème 5.1	
En quoi la méthode de Newton-Raphson est-elle pertinente pour trouver la solution d'une équation ? ★★★	87
Problème 5.2	
Comment optimiser l'emballage d'un produit de grande consommation ? ★★	93
Problème 5.3	
Comment modéliser la croissance des êtres vivants ? ★	96
Problème 5.4	
Comment caractériser une fonction vérifiant une équation fonctionnelle ? ★★	99

Chapitre 6 Convexité	103
Problème 6.1	
Dans quelle mesure la modélisation mathématique peut-elle intervenir dans l'architecture ? ★★★	103
Problème 6.2	
Comment utiliser la convexité d'une fonction pour étudier le coût de production d'un produit ? ★★	107
Problème 6.3	
Comment comparer la répartition des revenus dans deux pays à l'aide des courbes de Lorenz ? ★★	111
Problème 6.4	
Peut-on mesurer la satisfaction d'un salarié ? ★★	117
Chapitre 7 Fonctions exponentielle et logarithme népérien	121
Problème 7.1	
Comment modéliser le refroidissement d'un corps à l'aide de la fonction exponentielle ? ★★	121
Problème 7.2	
Dans quelle mesure les fonctions exponentielle et logarithme népérien interviennent-elles en pharmacocinétique ? ★★	124
Problème 7.3	
Comment résoudre des équations dans \mathbb{N} à l'aide de la fonction logarithme népérien ? ★★★	127
Chapitre 8 Fonctions trigonométriques	133
Problème 8.1	
Peut-on modéliser les phénomènes de marées à l'aide des fonctions trigonométriques ? ★★	133
Problème 8.2	
Comment construire, à l'aide d'une fonction trigonométrique, une fonction non continue et vérifiant la propriété des valeurs intermédiaires ? ★★★	137
Chapitre 9 Équations différentielles	141
Problème 9.1	
Comment utiliser les équations différentielles afin de modéliser l'évolution du taux d'alcoolémie dans le sang ? ★★	141
Problème 9.2	
Comment les équations différentielles permettent-elles d'étudier certaines réactions chimiques ? ★	144

Problème 9.3	
Peut-on modéliser la propagation d'une rumeur à l'aide d'une équation différentielle ? ★★★	146
Chapitre 10 Intégration et applications	151
Problème 10.1	
Comment approcher la valeur d'une intégrale à l'aide de la méthode des rectangles ? ★★★	151
Problème 10.2	
Comment calculer le volume d'un solide à l'aide d'une intégrale ? ★★	155
Problème 10.3	
Comment l'intégration d'une fonction peut-elle intervenir dans l'étude d'une suite ? ★★★	158

Partie 2 Algèbre et géométrie

Chapitre 11 Combinatoire et dénombrement	163
Problème 11.1	
Comment crypter un message en utilisant la méthode des grilles de Fleissner ? ★★★	163
Problème 11.2	
Peut-on gagner aux jeux de hasard grâce au dénombrement ? ★	169
Problème 11.3	
En quoi la machine Enigma a-t-elle joué un rôle décisif lors du conflit 39-45 ? ★★	171
Chapitre 12 Calcul vectoriel	175
Problème 12.1	
Comment étudier des propriétés d'un solide de l'espace ? ★	175
Problème 12.2	
Comment utiliser les courbes de Bézier pour réaliser une courbe de lissage passant par des points donnés ? ★★★	177
Problème 12.3	
Peut-on voir un centre de gravité comme un isobarycentre ? ★★	181
Chapitre 13 Produit scalaire	185
Problème 13.1	
Comment utiliser le produit scalaire pour résoudre un problème de mécanique ? ★	185

Problème 13.2	
Comment utiliser le produit scalaire pour calculer des aires et des volumes ? ★★	187
Problème 13.3	
Comment utiliser le produit scalaire pour étudier des lignes de niveau ? ★★★	191
Chapitre 14 Équations cartésiennes et représentations paramétriques	195
Problème 14.1	
Comment modéliser un problème à l'aide d'équations cartésiennes et de représentations paramétriques ? ★★	195
Problème 14.2	
Comment étudier l'intersection de trois plans dans l'espace ? ★★	199
Problème 14.3	
Comment utiliser des représentations paramétriques de droites afin d'étudier les trajectoires de deux drones ? ★★	201

Partie 3 Probabilités

Chapitre 15 Probabilités conditionnelles et indépendance	207
Problème 15.1	
Comment modéliser, à l'aide de probabilités, l'équation d'Hardy-Weinberg en génétique ? ★★★	207
Problème 15.2	
Quelle est la probabilité qu'un élève ayant répondu correctement à une question connaisse vraiment la bonne réponse ? ★★	211
Problème 15.3	
Comment mesurer la fiabilité d'un test de dépistage ? ★	213
Problème 15.4	
Peut-on savoir si un dé est truqué ou non ? ★★★	214
Chapitre 16 Variables aléatoires	217
Problème 16.1	
Comment modéliser les gains d'un jeu à l'aide d'une variable aléatoire ? ★★	217
Problème 16.2	
Comment les variables aléatoires peuvent-elles intervenir dans le cadre d'une étude de marché ? ★★	220

Problème 16.3	
Comment des variables aléatoires permettent-elles de modéliser des jeux à base de changements d'états ? ★★★	223
Chapitre 17 Loi binomiale	227
Problème 17.1	
Peut-on perdre moins d'argent dans une fête foraine grâce à la loi binomiale ? ★	227
Problème 17.2	
Comment utiliser la loi binomiale pour réussir un concours ? ★	229
Problème 17.3	
Comment s'évader de prison à l'aide de la loi binomiale ? ★★	231
Chapitre 18 Inégalités de concentration et loi des grands nombres	235
Problème 18.1	
Comment utiliser une inégalité de concentration pour étudier l'origine d'une production d'œufs à partir d'un échantillon ? ★	235
Problème 18.2	
Comment utiliser une inégalité de concentration pour estimer une proportion inconnue à partir d'un échantillon ? ★★	238