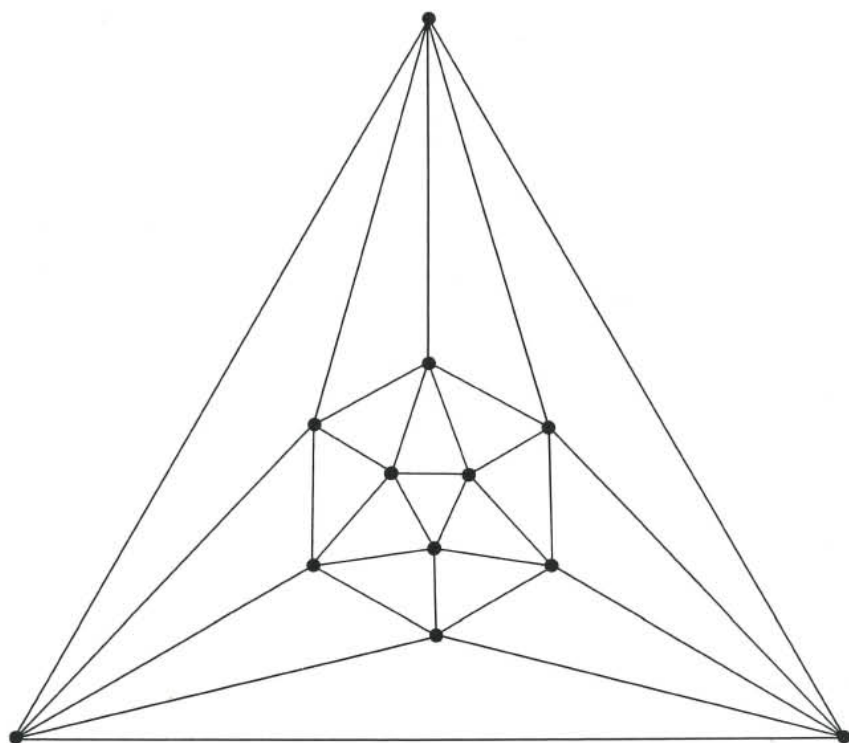


GROUPES, ALGÈBRES ET GÉOMÉTRIE

Tome 1



Jean-Marie ARNAUDIÈS

José BERTIN



Table des matières

Notations	VII
Chapitre I. Groupes	1
I.1 Introduction	1
I.2 Ordre d'un élément	2
I.3 Classes, indice	4
I.4 Groupes quotients	6
I.5 Opérations d'un groupe sur un ensemble	12
I.6 Groupes symétriques finis	20
Exercices	29
Chapitre II. Anneaux et corps	35
II.1 Idéaux	41
II.2 Notion d'anneau factoriel	48
II.3 Anneaux principaux	51
II.4 Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	59
II.5 Corps premiers, caractéristique	64
II.6 Propriétés Géométriques des anneaux commutatifs	66
Exercices	77
Chapitre III. Polynômes d'une indéterminée	81
III.1 Rappels préliminaires	81
III.2 Division euclidienne	84
III.3 Fonctions polynômes; racines	87
III.4 Éléments algébriques, éléments transcendants	93
III.5 Factorisation dans $K[X]$ (K , corps commutatif).	100
III.6 Factorisation dans $\mathbb{Q}[X]$	108
Exercices	114
Chapitre IV. Compléments sur les polynômes	121
IV.1 Polynômes cyclotomiques	121
IV.2 Théorème de Wedderburn	126
IV.3 Un théorème de Kronecker	127
IV.4 La notion de dépendance intégrale	128
Exercices	134
Chapitre V. Fractions rationnelles, séries formelles à une variable	137
V.1 Forme irréductible, décomposition en éléments simples dans un anneau principal	137
V.2 Décomposition des fractions rationnelles	141
V.3 Séries formelles d'une variable	148
V.4 Séries formelles et fractions rationnelles	157
V.5 Séries formelles usuelles	169

V.6	Séries formelles et endomorphismes d'un espace vectoriel	175
V.7	Réversion de Lagrange	180
V.8	Produits de séries formelles	185
	Exercices	187
Chapitre VI. Endomorphismes des espaces vectoriels de dimension finie		193
VI.1	Valeurs propres et polynôme caractéristique	193
VI.2	Trigonalisation et applications	198
VI.3	Étude élémentaire des sous-espaces propres	202
VI.4	Lemme des noyaux et conséquences	206
VI.5	Cas où $\chi_u(X)$ est dissocié sur K	213
VI.6	Sous-espaces monogènes	219
VI.7	Calcul des invariants de similitude	228
VI.8	Endomorphismes semi-simples	232
VI.9	Réduction de Jordan classique	234
	Exercices	241
Chapitre VII. Compléments d'algèbre linéaire		247
VII.1	Opérations élémentaires sur matrices	247
VII.2	Cas où l'anneau de base est un corps	249
VII.3	Décomposition de Bruhat	259
VII.4	Groupes $PGL(E)$ et $PSL(E)$	265
VII.5	Drapeaux et groupes linéaires	279
	Exercices	283
Chapitre VIII. Polyèdres convexes		287
VIII.1	Ensembles convexes	287
VIII.2	Cônes	291
VIII.3	Polyèdres convexes	297
VIII.4	Combinatoire des polyèdres convexes	307
VIII.5	Polygones, simplexes, parallélotopes	320
	Exercices	327
Chapitre IX. Polyèdres réguliers en dimension trois		333
IX.1	Les groupes polyédraux	333
IX.2	Théorème de Jordan pour les arcs C^2 par morceaux	350
IX.3	Polyèdres de dimension 3	365
IX.4	Polyèdres combinatoirement réguliers en dimension trois	371
IX.5	Existence des polyèdres réguliers (5,3) et (3,5)	380
IX.6	Groupes linéaires finis en dimension trois	392
	Exercices	405
Chapitre X. Théorie élémentaire des corps commutatifs		411
X.1	Extensions algébriques séparables	411
X.2	Extensions galoisiennes finies	419
X.3	Groupes de Galois et polynômes	426
X.4	Groupe de Galois d'un polynôme de degré 4	437
X.5	Corps finis	444
X.6	Norme et trace	452
	Exercices	462
Planches I à IV		465
Bibliographie		469
Index des noms cités		470
Index		471