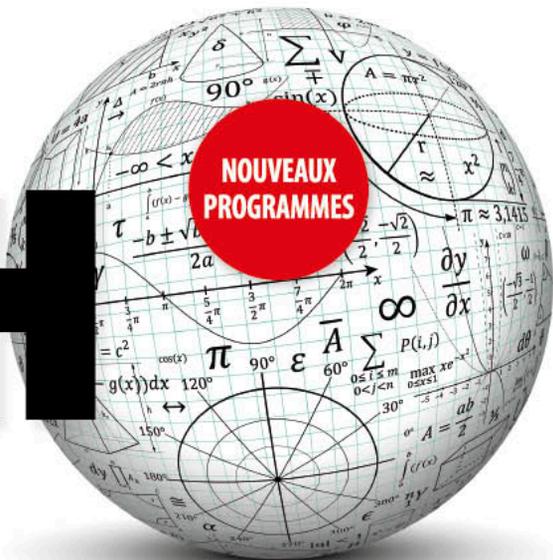


MATH MAX



Cours complet
Exercices et devoirs corrigés

Tle
spécialité

- **Le cours complet** avec des exemples et des conseils
- **Des centaines d'exercices et devoirs, tous corrigés** en détail
- Des cahiers de **logique** et d'**algorithmique**
- Des extras pour réviser ou **anticiper sur les années à venir**
- Une approche **testée et validée auprès des élèves**



TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	1
Sommaire	3
Cours & Exercices corrigés	7
I Suites numériques	9
Introduction	9
1 Suites numériques	10
1.1 Définitions	10
1.2 Suites définies explicitement en fonction de n : $u_n = f(n)$. . .	11
1.3 Suites définies par une relation de récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$.	12
1.4 Suites arithmétiques	13
1.5 Suites géométriques	13
2 Raisonnement par récurrence	14
2.1 Principe de récurrence	14
2.2 Démonstrations par récurrence	14
3 Limite d'une suite : définition	15
4 Théorèmes & calculs de limites	17
4.1 Limites de référence	17
4.2 Opérations sur les limites	17
4.3 Théorèmes de comparaison	19
4.4 Cas des suites géométriques	20
4.5 Cas des suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$	21
Suites, calculatrice & algorithmes	22
Exercices	24
Corrigé des exercices	29
II Loi binomiale	41
Introduction	41
1 Succession d'épreuves indépendantes	42
2 Épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli	43
3 Schéma de Bernoulli, loi binomiale	43
3.1 Un exemple	43
3.2 Loi binomiale	44

3.3	Espérance et variance de la loi binomiale	45
3.4	Coefficients binomiaux	46
3.5	Avec la calculatrice	47
Exercices	48
	Corrigé des exercices	55
III	Limites des fonctions numériques	63
	Introduction	63
1	Limites en l'infini	65
1.1	Limite infinie en l'infini	65
1.2	Limite finie en l'infini	66
1.3	Asymptotes horizontales – Asymptotes obliques	67
1.4	Limites des suites du type $u_n = f(n)$	68
2	Limites en un réel	68
2.1	Limite infinie en un réel – Asymptotes verticales	69
2.2	Limite finie en un réel	70
2.3	Limite à gauche et limite à droite	70
2.4	Limites de référence	71
3	Opérations sur les limites	71
4	Limites et comparaison	74
5	Limites et composition	75
6	Limites et fonction exponentielle	76
Exercices	78
	Corrigé des exercices	83
IV	Continuité des fonctions numériques	93
1	Continuité d'une fonction numérique	93
1.1	Définition	94
1.2	Continuité des fonctions usuelles	95
1.3	Continuité et suites	96
2	Continuité et équations	96
2.1	Théorème des valeurs intermédiaires	96
2.2	Cas de la stricte monotonie	98
2.3	Applications diverses	98
	2.3.1 Approcher une solution par dichotomie	98
	2.3.2 Intervalle image	99
	2.3.3 Zéro d'une fonction continue	99
	2.3.4 Un « petit » théorème de point fixe	99
Exercices	100
	Corrigé des exercices	105
V	Droites, plans et vecteurs de l'espace	115
	Introduction	115
1	Droites et plans de l'espace	116
1.1	Positions relatives de droites et de plans	116
1.2	Parallélisme dans l'espace	117
1.3	Orthogonalité dans l'espace	119
2	Vecteurs de l'espace	120
2.1	Définition et opérations	120
2.2	Vecteurs et droites	121

2.3	Vecteurs et plans	121
3	Repérages de l'espace	123
3.1	Repères cartésiens de l'espace	123
3.2	Coordonnées et calculs	124
Exercices	126
	Corrigé des exercices	130
VI	Dérivation des fonctions numériques	135
1	Rappels	135
2	Nouvelles formules de dérivation	137
2.1	Dérivée de u^n	137
2.2	Dérivée de \sqrt{u}	138
2.3	Dérivée de e^u	138
3	Dérivée et composition	139
Exercices	141
	Corrigé des exercices	145
VII	Convexité & Dérivation	155
1	Dérivée seconde	155
1.1	Fonction dérivée seconde	155
1.2	Dérivées d'ordre supérieur	156
2	Convexité : approche graphique	156
2.1	Fonctions convexes et fonctions concaves	156
2.2	Point d'inflexion	159
3	Convexité et dérivation	160
3.1	Convexité et dérivées	160
3.2	Point d'inflexion et dérivée seconde	162
4	Étude de fonction	163
Exercices	164
	Corrigé des exercices	171
VIII	Orthogonalité dans l'espace	187
	Introduction	187
1	Produit scalaire dans l'espace	188
1.1	Extension du produit scalaire à l'espace	188
1.2	Extension des propriétés algébriques du produit scalaire	188
2	Bases et repères orthonormés	189
3	Orthogonalité dans l'espace	190
3.1	Droites orthogonales	190
3.2	Vecteur normal à un plan	191
3.3	Plans parallèles, plans perpendiculaires	192
4	Projections orthogonales	193
4.1	Projection orthogonale d'un point sur une droite	193
4.2	Projection orthogonale d'un point sur un plan	194
Exercices	196
	Corrigé des exercices	199

IX	Logarithme népérien	205
1	La fonction exponentielle : rappels	206
2	Le logarithme népérien	206
3	Propriétés algébriques du logarithme népérien	207
4	La fonction logarithme népérien	207
4.1	Étude de la fonction logarithme népérien	207
4.2	Croissance logarithmique	210
4.3	Dérivée de $\ln(u)$	211
5	Autour du logarithme	212
5.1	Fonction puissance	212
5.2	Logarithme décimal	212
	Exercices	214
	Corrigé des exercices	222
X	Représentations paramétrique & Équations cartésiennes	235
1	Représentations paramétriques	235
1.1	Paramétrage d'une droite	236
1.2	Paramétrage d'un plan	236
2	Équations cartésiennes d'un plan	237
3	Intersections de droites et de plans	238
3.1	Intersection de deux droites	238
3.2	Intersection d'une droite et d'un plan	239
3.3	Intersection de deux plans	239
	Exercices	241
	Corrigé des exercices	246
XI	Primitives & Équations différentielles	257
1	Primitives d'une fonction continue	258
1.1	Définitions et premières propriétés	258
1.2	Calculs de primitives	260
2	Résolution d'équations différentielles	262
2.1	Équation différentielle $y' = ay$	262
2.2	Équation différentielle $y' = ay + b$	264
2.3	Équation différentielle $y' = ay + f$	264
2.4	Autres équations différentielles	265
	Exercices	267
	Corrigé des exercices	278
XII	Combinatoire & Dénombrément	295
	Introduction	295
1	Cardinal d'ensembles	296
1.1	Cardinal d'un ensemble	296
1.2	Réunion disjointe d'ensembles	297
1.3	Produit cartésien d'ensembles	298
2	Arrangements et permutations	300
2.1	Arrangements d'un ensemble	300
2.2	Permutations d'un ensemble	301
3	Combinaisons d'un ensemble	302
3.1	Parties d'un ensemble	302
3.2	Nombre de combinaisons	303

4	Synthèse	306
	Exercices	308
	Corrigé des exercices	315
XIII Fonctions trigonométriques		329
	Introduction	329
1	Cosinus et sinus d'un nombre réel	330
	1.1 Définitions et propriétés	330
	1.2 Lignes trigonométriques	332
2	Étude des fonctions trigonométriques	333
	2.1 Parité et périodicité	333
	2.2 Dérivées et variations	334
	2.3 Représentations graphiques	335
3	Compléments	335
	3.1 Dérivation	335
	3.2 Tangente	336
	Exercices	337
	Corrigé des exercices	342
XIV Calcul intégral		351
	Introduction	351
	Activité	352
1	Notion d'intégrale	354
	1.1 Intégrale d'une fonction continue et positive	355
	1.2 Dérivabilité de l'intégrale	356
	1.3 Propriété fondamentale de l'intégrale	357
2	Intégrale d'une fonction continue	357
	2.1 Théorème d'existence de primitives	357
	2.2 Généralisation de l'intégrale aux fonctions continues	358
	2.3 Propriétés linéaires de l'intégration	359
	2.4 Relation de Chasles	360
	2.5 Intégrale et aire	361
	2.6 Intégrale et relation d'ordre	363
3	Intégration par parties	363
4	Valeur moyenne d'une fonction continue	364
	4.1 Valeur moyenne	364
	4.2 Inégalité de la moyenne	365
	Pour aller plus loin	366
	Exercices	368
	Corrigé des exercices	377
XV Variables aléatoires & Loi des grands nombres		397
	Introduction	397
1	Transformations de variables aléatoires	398
	1.1 Rappels	398
	1.2 Transformation affine	399
	1.3 Somme de variables aléatoires	400
	1.4 Cas de la loi binomiale	402
	1.5 Cas général	404
2	Inégalités de concentration	405

2.1	Inégalité de Markov	405
2.2	Inégalité de Bienaymé- Tchebychev	405
3	Loi des grands nombres	406
4	Échantillonnage, prise de décision	407
	Exercices	409
	Corrigé des exercices	413
Devoirs corrigés		419
1	Tablette numérique	421
	Corrigé	422
2	Suites de Bac	423
	Corrigé	424
3	Probabilités épistolaires	427
	Corrigé	428
4	No limit	431
	Corrigé	432
5	Fonction auxiliaire	435
	Corrigé	436
6	To bee or not to bee	439
	Corrigé	440
7	De la petite à la grande section	443
	Corrigé	444
8	À la dérive	447
	Corrigé	448
9	(I can't get no)	451
	Corrigé	452
10	I believe I can fly	453
	Corrigé	454
11	Ouï, vidi, compris	455
	Corrigé	456
12	Équations fonctionnelles	457
	Corrigé	460
13	Space Oddity	463
	Corrigé	464
14	Grand concours	465
	Corrigé	466

15	Le silence éternel de ces espaces infinis	469
	Corrigé	471
16	Espèce de maths	473
	Corrigé	474
17	Libérée, dérivée : l'intégrale	475
	Corrigé	478
18	Cent mille milliards de mille sabords	481
	Corrigé	482
19	Paire okay	483
	Corrigé	485
20	Naguère sur l'étoile	487
	Corrigé	488
21	Être ou ne pas être	489
	Corrigé	490
22	Des intégrations	493
	Corrigé	495
23	Planche à roulettes	499
	Corrigé	501
24	Aller à Jacta-Est	503
	Corrigé	505
25	Devoir parental	507
	 Cahiers transversaux	 509
α	Algo à gogo	511
1	Installer Python	512
2	Les variables	512
3	Instructions conditionnelles	513
4	Boucle bornée	514
5	Boucle non bornée	515
6	Fonction	516
7	Liste	517
8	Foire de l'algo	519
9	Solutions	522
β	En toute logique	533
1	Diagrammes de Venn	533
2	Ensembles	536
3	Logique	538
3.1	Propositions	538

	3.2	Implication	539
	3.3	Équivalence	540
	3.4	Exercices	540
4		Solutions	542
γ		Faute de preuves	545
		Exercices	545
		Solutions	551
Extras			553
A		Vive la rentrée	555
B		Auto-exos	557
	1	R.T.T.	557
	2	Last Fraction Hero	558
	3	Le Factorisathon	558
	4	VouF?	558
	5	R.T.T. : le retour	559
	6	Solutions	560
C		Self-Working	563
	1	Exercices	563
	2	Solutions	565
D		Petite parenthèse	567
E		Sine qua tion	569
	1	Exercices	569
	2	Solutions	570
F		Trop grand écart	573
G		Poursuites	577
H		U lisse	591
I		Einstein vaut mieux que deux tu l'auras	593
Annexes			595
		If	597
		Notations & Abréviations	599
		Bibliographie & Références	601
		Remerciements	605