



EN
CARTES
MENTALES



6^e

MATHS



EN CARTES MENTALES

- ❖ L'essentiel du cours
- ❖ 25 cartes mentales
- ❖ 187 exercices corrigés



ellipses

Opérations sur les nombres entiers

L'essentiel du cours

1 Somme

DÉFINITION

L'addition est l'opération qui permet de calculer la somme de deux nombres. Chaque nombre additionné est appelé terme de la somme.

PROPRIÉTÉ

Dans une addition l'ordre des termes n'a pas d'importance.

EXEMPLE. $2 + 5 = 7$

2 et 5 sont les termes, 7 est la somme.

Méthode pour poser une addition

1. On place les chiffres des unités les uns sous les autres. Pour ce faire on aligne les virgules sur une même verticale.
2. On commence par additionner les chiffres en partant de la droite.
3. Attention aux retenues !

Il est possible de poser l'opération « dans sa tête » et d'effectuer le calcul en ligne. Je vous conseille tout de même de poser l'opération jusqu'au moment où vous vous sentez à l'aise pour toutes les effectuer en ligne.

EXEMPLE.

$$\begin{array}{r} 208 \\ + 121 \\ \hline 329 \end{array}$$

Méthode et astuce

Pour calculer plus efficacement de tête il faut effectuer des regroupements.

Par exemple un nombre qui se finit par 3 se regroupe avec un nombre qui finit par 7, pour obtenir 10.

5 se regroupe avec 5, 2 avec 8 et ainsi de suite.

EXEMPLE. $16 + 3 + 12 + 27 + 4 = 16 + 4 + 3 + 27 + 12 = 20 + 30 + 12 = 62$

2 Différence

DÉFINITION

La soustraction est l'opération qui permet de calculer la différence de deux nombres. Chaque nombre soustrait est appelé terme de la différence.

EXEMPLE. $93 - 17 = 76$

93 et 17 sont les termes, 76 est la différence.

Attention, contrairement à l'addition, on ne peut pas changer l'ordre des termes dans une soustraction.

Méthode pour poser une soustraction

Utilisons un exemple, on souhaite soustraire 37 à 75.

$$\begin{array}{r} 75 \\ - 37 \\ \hline 38 \end{array}$$

On ne peut pas soustraire 7 unités à 5 unités.

J'ajoute une dizaine pour donner +10 à 5, on peut maintenant faire $15 - 7$.

Par contre j'ajoute également une dizaine au nombre du bas pour « équilibrer ».

Je peux réitérer cette méthode de passage à chaque soustraction « impossible », pour les unités, dizaines, centaines etc.



▶ CARTE MENTALE 2.1. Opérations sur les nombres entiers

3 Produit

DÉFINITION

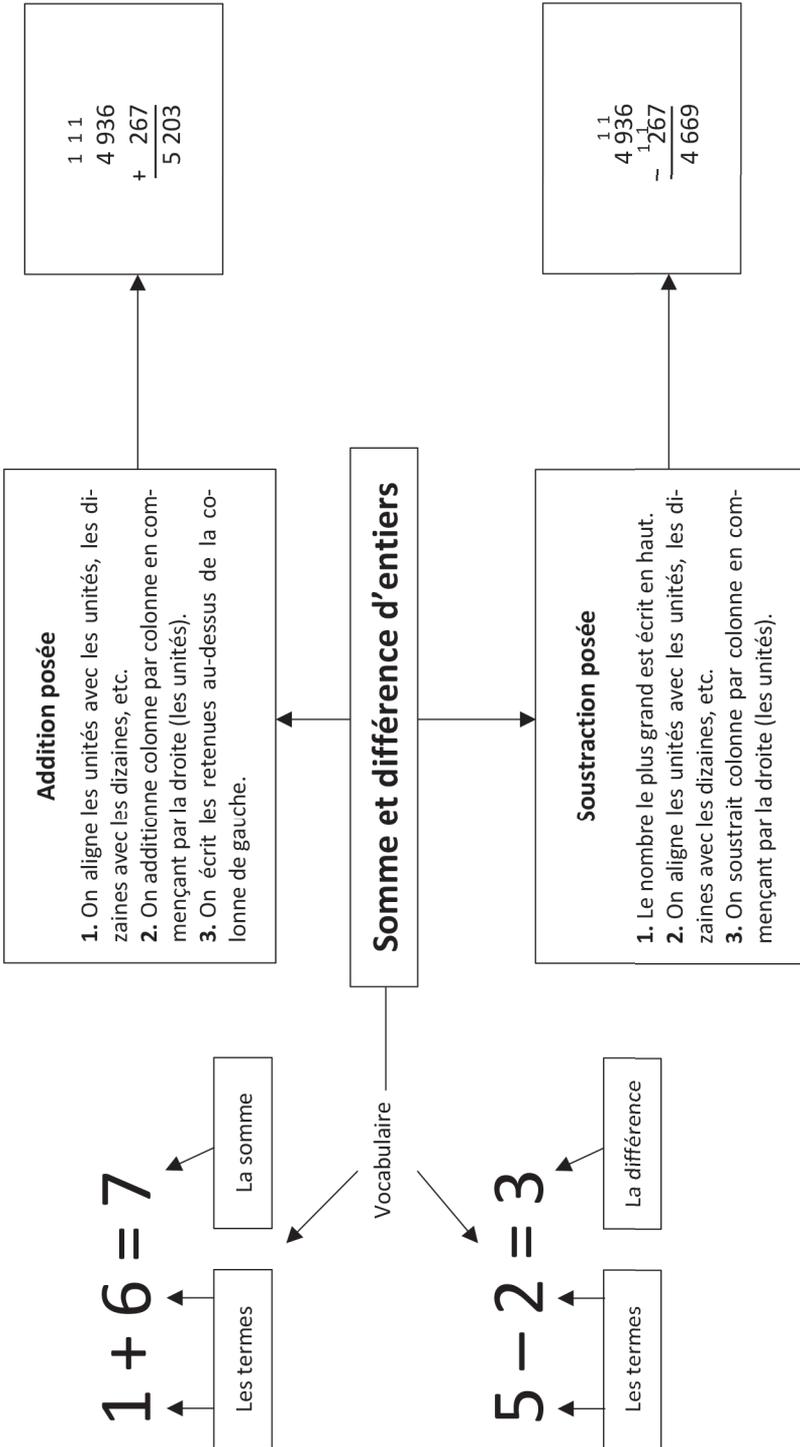
La multiplication est l'opération qui permet de calculer le produit de deux nombres. Chaque nombre multiplié est appelé facteur du produit.

PROPRIÉTÉ

Dans le calcul d'un produit, l'ordre des facteurs n'a pas d'importance.

EXEMPLE. $6 \times 2 = 12$

6 et 2 sont les facteurs, 12 est le produit.



Méthode pour poser une multiplication

1. On place les nombres les uns en dessous des autres, en alignant les unités avec les unités, les dizaines avec les dizaines etc.
2. On multiplie le chiffre des unités du nombre du bas par le nombre du haut.
3. On place un zéro (ou parfois un point) sous le chiffre des unités du premier produit.
4. On multiplie le chiffre des dizaines du nombre du bas par le nombre du haut.
5. On additionne les deux nombres obtenus.

S'il y a des nombres plus grands à multiplier, on répète les étapes 3. 4. et 5. autant de fois que nécessaire.

EXEMPLE.

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 12 \\ \hline 54 \\ +270 \\ \hline 324 \end{array}$$



► CARTE MENTALE 2.2. Multiplications

4 Quotient

DÉFINITION 1

La division est l'opération qui permet de calculer le quotient de deux nombres. Attention, l'ordre des facteurs est important, on ne peut pas les mélanger.

► Division euclidienne

DÉFINITION 2

Une division euclidienne est toujours sous la forme :
Dividende = diviseur \times quotient + reste avec reste < diviseur.

EXEMPLE.

$$\begin{array}{r|l} 706 & 21 \\ -63 & 33 \\ \hline 76 & \\ -63 & \\ \hline 13 & \end{array}$$

706 est le dividende, 21 le diviseur, 33 le quotient et 13 le reste.

Ainsi $706 = 21 \times 33 + 13$.



Multiplication avec un nombre à 1 chiffre

$$\begin{array}{r} 2\ 304 \\ \times\ 5 \\ \hline 11\ 520 \end{array}$$

- $5 \times 4 = 20$ Je pose 0 et je retiens 2.
 $5 \times 0 = 0$ 0 plus la retenue 2 égale 2.
 $5 \times 3 = 15$ Je pose 5 je retiens 1.
 $5 \times 2 = 10$ 10 plus la retenue 1 égale 11.

Multiplication avec un nombre à 2 chiffres

$$\begin{array}{r} 2\ 304 \\ \times\ 15 \\ \hline 11\ 520 \\ 23\ 040 \\ \hline 34\ 560 \end{array}$$

1. On multiplie 2 304 par 5.
2. On pose un 0 sous les unités du résultat de la première multiplication.
3. On multiplie 2 304 par 1.
4. On additionne les deux produits, soit 11 520 et 23 040.

On écrit le nombre qui a le plus de chiffres en premier, puis le (ou les) autre(s) en dessous, en alignant les unités.

La multiplication sert à calculer le produit de deux, ou plusieurs, nombres.

Multiplications de nombres

Multiplication avec un nombre à 3 chiffres

$$\begin{array}{r} 2\ 304 \\ \times\ 315 \\ \hline 11\ 520 \\ +\ 23\ 040 \\ +\ 691\ 200 \\ \hline 725\ 760 \end{array}$$

1. On multiplie 2 304 par 5.
2. On pose un 0 sous les unités du résultat de la première multiplication.
3. On multiplie 2 304 par 1.
4. On pose deux 0 sous les unités du résultat de la seconde multiplication.
5. On multiplie 2 304 par 3.
6. On additionne les trois produits, soit 11 520, 23 040 et 691 200.

Méthode pour poser une division euclidienne

1. On repère le diviseur, et le premier chiffre en partant de la gauche du dividende, et on se demande : par combien faut-il multiplier le diviseur pour obtenir le plus grand nombre inférieur ou égal au premier chiffre du dividende. La réponse est le premier chiffre du quotient.
2. Multiplie le diviseur par le premier chiffre du quotient, écris la réponse sous le premier chiffre du dividende.
3. Soustrais le premier chiffre du dividende par le résultat de la multiplication.
4. Descends le deuxième chiffre du dividende à côté du reste de la soustraction précédente.

On a maintenant un nouveau nombre alors lequel il faut recommencer toutes les étapes précédentes.



► CARTE MENTALE 2.3. Division euclidienne

► Critères de divisibilité

Pour se simplifier les calculs on peut utiliser les critères de divisibilité, ils nous permettent de savoir si un nombre est divisible par 2, 3, 4, 5, 9 et 10. C'est-à-dire si la division euclidienne par 2, 3, 4, 5, 9 ou 10 a un reste nul.

Critères de divisibilité

Un nombre est divisible par 2, s'il est pair, c'est-à-dire si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Pour savoir si un nombre est divisible par 3, on additionne tous ses chiffres. Si la somme est un multiple de 3 (cela veut dire qu'on peut trouver ce nombre dans la table de 3) alors ce nombre est divisible par 3.

Un nombre est divisible par 4, si le nombre formé par son chiffre des dizaines et celui des unités est un multiple de 4.

Un nombre est divisible par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Pour savoir si un nombre est divisible par 9, on additionne tous ses chiffres. Si la somme est un multiple de 9 (cela veut dire qu'on peut trouver ce nombre dans la table de 9) alors ce nombre est divisible par 9.

Un nombre est divisible par 10, si son chiffre des unités est 0.



Division euclidienne

$$\begin{array}{r|l} 936 & 7 \\ -7 & 1 \\ \hline & \end{array}$$

- Si le diviseur est à un chiffre, on « regarde » le premier chiffre du dividende.
- Si le diviseur est à deux chiffres, on « regarde » les deux premiers chiffres du dividende.

Dans cet exemple, on se demande « dans 9 combien de fois 7 », on écrit donc 1 dans le quotient, et on soustrait 7 à 9.

$$\begin{array}{r|l} 936 & 7 \\ -7 & 1 \\ \hline 23 & \end{array}$$

On « descend » le second chiffre du dividende, à côté du reste de la soustraction.

$$\begin{array}{r|l} 936 & 7 \\ -7 & 13 \\ \hline 23 & \\ -21 & \\ \hline & \end{array}$$

On se demande « dans 23 combien de fois 7 ». On écrit donc 3 dans le quotient (après le 1) et on soustrait 21 à 23 (car $3 \times 7 = 21$).

$$\begin{array}{r|l} 936 & 7 \\ -7 & 13 \\ \hline 23 & \\ -21 & \\ \hline 26 & \end{array}$$

On « descend » le dernier chiffre du dividende, à côté du reste de la soustraction.

$$\begin{array}{r|l} 936 & 7 \\ -7 & 133 \\ \hline 23 & \\ -21 & \\ \hline 26 & \\ -21 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

On se demande « dans 26 combien de fois 7 ». On écrit donc 3 dans le quotient (après le 13) et on soustrait 21 à 26. Il reste donc 5.
En conclusion $936 = 133 \times 7 + 5$.

EXEMPLES. 794 est divisible par 2.

885 est divisible par 3, car $21 (8 + 8 + 5 = 21 \text{ et } 21 : 3 = 7)$ est un multiple de 3, mais aussi divisible par 5.

2 016 est divisible par 4, car $16 (4 \times 4 = 16)$ est un multiple de 4.

1 962 est divisible par 9, car 18 est un multiple de 9.

► Multiples et diviseurs

DÉFINITION 1

Un multiple est un nombre qui est le résultat d'une multiplication, ce nombre est un multiple des deux facteurs de la multiplication.

EXEMPLE. 32 est un multiple de 4 et de 8, car $4 \times 8 = 32$.

DÉFINITION 2

Dans une opération de division, le diviseur est le nom donné au nombre qui en divise un autre.

EXEMPLE. 4 et 8 sont des diviseurs de 32.

Remarque : dans la division euclidienne de a par b , si le reste est nul, alors on dit que a est divisible par b , a est un multiple de b et b est un diviseur de a .

Pour chercher la liste des diviseurs d'un nombre, on commence par utiliser les critères de divisibilité. Puis on effectue des divisions euclidiennes.

Remarque : un nombre est TOUJOURS divisible par 1 et par lui-même, il ne faut pas oublier de les écrire dans la liste des diviseurs.

EXEMPLE.

On cherche les diviseurs de 72. 72 est un nombre pair, il est donc divisible par 2 et $72 \div 2 = 36$, donc 2 et 36 sont des diviseurs de 72.

Il est également divisible par 3 et 9 car $7 + 2 = 9$, ainsi $72 \div 3 = 24$ et $72 \div 9 = 8$, donc 3, 8, 9 et 24 sont des diviseurs de 72.

Et 36 est encore un nombre divisible par 2, et par 4 et 6, avec $36 \div 2 = 18$, $36 \div 4 = 9$ et $36 \div 6 = 6$. Donc 4, 6 et 18 sont des diviseurs de 72.

On remarque aussi que $36 \div 3 = 12$, donc 12 est un diviseur de 72.

Ainsi les diviseurs de 72 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 et 72.



► CARTE MENTALE 2.4. Critères de divisibilité