Guy Bonnaud

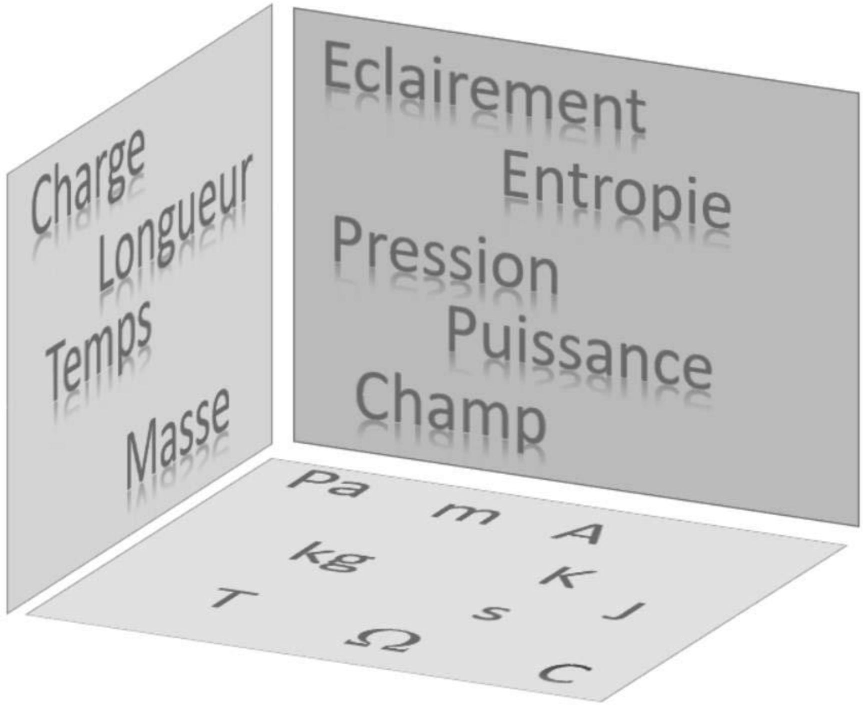
Physique de l'interaction laser-plasma

Modèles physiques et numériques

Préface de
Daniel Verwaerde

ellipses

I. Grandeurs et dimensions



En physique des plasmas, l'extrême variété des conditions de densité, d'énergie fait que les unités usuelles d'une communauté de physiciens ou d'une sous-communauté de plasmiciens obligent à de fréquentes conversions d'unités. Se limiter à l'usage des unités du système international (SI) présuppose que notre contexte est associé à notre perception d'humain : la seconde est idéale pour un battement de cœur, le mètre pour une taille humaine et le kilogramme pour notre perception de la pesée. Mais les échelles atomiques ou bien astrophysiques obligent alors à manipuler de très grands nombres dont les exposants peuvent être de plusieurs dizaines et conduire à des erreurs de représentation de nombres sur calculateur numérique. Ce chapitre passe donc en revue les unités, puis les constantes fondamentales et les constantes secondaires associées. Il aborde ensuite nombre de grandeurs utiles en physique en général et pour les plasmas en particulier, en les accompagnant de grandeurs de référence tirées des constantes fondamentales et d'ordres de grandeur rencontrés dans divers contextes. Ce chapitre se termine avec l'adimensionnement, technique qui permet dans un modèle de repérer l'homogénéité dimensionnelle des expressions mathématiques et de rapporter les grandeurs à étudier aux bonnes grandeurs de référence ; et finalement, de simplifier les équations à résoudre en faisant concrètement disparaître les dimensions des grandeurs et des opérateurs.

La compréhension de l'univers passe par une étape quantitative, fondée sur la notion de grandeur g, qui peut prendre des valeurs variées v en fonction du contexte dans une unité particulière notée U :

$$g = v\,U \qquad \text{noté encore} \qquad g(U) = v$$

A notre disposition actuellement depuis 1960 lors d'une Conférence générale des poids et mesures (la première remontant à 1889), un système d'unités international dit SI ou MKSA, comme mètre kilogramme seconde ampère. Système à sept unités qui inclut les unités Kelvin et Candela et depuis 1971 la mole. Il est devenu le système légal en France seulement en 1961. Nous parlons aussi de système de Giorgi ou MKSA rationalisé, de par la présence de 4π dans les expressions de champs électromagnétiques, cette constante étant associée à l'angle solide sous lequel d'un point nous voyons l'ensemble de l'espace.

Toute grandeur a une dimension qui peut s'exprimer comme un monôme produit des grandeurs fondamentales sous-jacentes, à savoir longueur notée L, masse notée M, temps noté T et intensité I que nous utiliserons ici plutôt sous la forme de la charge notée Q (I = Q/T). Une grandeur est donc identifiable dans un repère à quatre dimensions L M T Q. Un système de grandeurs et d'unités secondaires peut être défini, comme produit de ces quatre grandeurs et unités fondamentales. Nous pouvons dénombrer quelques dizaines de grandeurs manipulées fréquemment en physique et donc ayant reçu un nom spécifique permettant de mieux les identifier. Quelques exemples : énergie W (dimension ML^2T^{-2}), puissance P (ML^2T^{-3}), densité volumique de courant ($L^{-3}QLT^{-1}$), vitesse (LT^{-1}), ….

Un aparté sur le principe du rasoir d'Ockam (Ockam était un franciscain (1285-1349) philosophe logicien et théologien scolastique anglais). Il précise simplement : rien ne sert de multiplier les êtres sans nécessité. Ceci conduit à un principe de parcimonie de la pensée, où pour chaque type de grandeur il nous faut trouver une grandeur de référence. Cette recherche s'appelle adimensionner. Chaque grandeur est manipulée à travers le rapport de sa valeur et de la grandeur de référence. Comment choisir une telle grandeur : en deux étapes, par le choix de paramètres de base associés au contexte étudié puis la définition de ces paramètres par rapport à un jeu pertinent de constantes fondamentales.

I.1. Unités

I.1.1 Unités SI de référence

Grandeur de base	Unité SI	Dimension
Masse	kilogramme (kg)	M
Longueur	mètre (m)	L
Temps	seconde (s)	T
Intensité de courant	ampère (A)	I
Température	kelvin (K)	K
Intensité lumineuse	candela (Cd)	$M\,L^2\,T^{-3}$

		1/683 = 1.47 10^{-3} W/sr à λ = 0.556 µm
Nombre	mole (mole)	

Grandeur supplémentaire	**Unité SI**	**Dimension**
Radian	rad	
Stéradian	sr	

Grandeur dérivée	**Unité SI (symbole)**	**Dimension**
Fréquence	hertz (Hz)	T^{-1}
Activité	becquerel (Bq)	T^{-1}
Dose absorbée	gray (Gy)	$L^2\ T^{-2}$
Equivalent de dose	sievert (Sv)	$L^2\ T^{-2}$
Force	newton (N)	$M\ L\ T^{-2}$
Energie	joule (J)	$W \equiv M\ L^2\ T^{-2}$
Puissance	watt (W)	$M\ L^2\ T^{-3}$
Pression	pascal (Pa)	$M\ L^{-1}\ T^{-2}$
Viscosité dynamique	poiseuille (Pl) = Pa.s	$M\ L^{-1}\ T^{-1}$
Quantité d'électricité	coulomb (C)	$T\ I \equiv Q$
Potentiel électrique	volt (V)	$M\ L^2\ T^{-3}\ I^{-1} \equiv U$
Induction magnétique	tesla (T)	$M\ T^{-2}\ I^{-1}$
Capacité électrique	farad (F)	$M^{-1}\ L^{-2}\ T^4\ I^2 = Q\ U^{-1}$
Résistivité électrique	ohm (Ω)	$M\ L^2\ T^{-3}\ I^{-2} = U\ I^{-1}$
Conductivité électrique	siemens (S)	$M^{-1}\ L^{-2}\ T^3\ I^2 = I\ U^{-1}$
Inductance	henry (H)	$M\ L^2\ T^{-2}\ I^{-2}$
Flux magnétique	weber (Wb)	$M\ L^2\ T^{-2}\ I^{-1}$

I.1.2 Unités secondaires

Grandeur	**Unités secondaires (symbole)**	**Valeur en unité SI**
Masse	uma (unité de masse atomique)	10^{-3} kg/N_{Av} = m_p
Longueur	parsec (pc)	3.086 10^{16} m = 3.26 al
	année-lumière (al)	9.46 10^{15} m
	unité astronomique (UA)	1.496 10^{11} m
	didot	3.76 10^{-2} m
	pica	4.217 10^{-3} m
	point	3.515 10^{-4} m
	angström (Å)	10^{-10} m
	fermi (fm)	10^{-15} m
Surface	darcy	0.98 10^{-12} m^2
	barn	10^{-28} m^2
Volume	baril	0.159 m^3

Temps	heure jour année	3 600 86 400 $3.15\ 10^7$
Force	kilogramme-force	9.81 N
Energie	quad	$1.054\ 10^{18}$ J
	tep (tonne équivalent pétrole) (= toe – ton of oil equivalent)	$4.1868\ 10^{10}$ J
	tec (tonne équivalent charbon)	2/3 tep
	baril-brut	$6\ 10^9$ J
	thermie	$4.186\ 10^6$ J
	kWh	$3.600\ 10^6$ J
	grande calorie (Cal)	$4.18\ 10^3$ J
	british thermal unit (btu)	$1.054\ 10^3$ J
	calorie (cal)	4.18 J
Puissance	cheval-vapeur (CV)	$7.375\ 10^2$ W
Flux	lumen	$1.47\ 10^{-3}$ W à $\lambda = 0.556$ µm
Eclairement	lux	1 lm/m^2
Pression	bar	$1.013\ 10^5$ Pa
Viscosité dynamique	poise	0.1 Pa.s
Viscosité Cinématique	Stokes	10^{-4} m^2/s
Quantité d'électricité	faraday	$N_{Av}\, e = 96\ 495.3415$ C
Moment dipolaire	debye	1/3 10-29 C.m

I.1.3 Définition des unités de référence

- mètre : longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 s. Sa définition a été adoptée en 1983. Il en résulte que c = 299 792 458 m/s.
- seconde : durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de ^{133}Cs au repos (fréquence notée $\Delta\nu_{Cs}$), à une température de 0 K. Sa définition a été adoptée en 1967.
- kilogramme : masse du prototype international du kilogramme, à savoir un cylindre en platine iridié (90 % de platine et 10% d'iridium) de 39 mm de diamètre et 39 mm de haut. C'était la référence depuis 1889. En 2019, il devient $1.4521475\ 10^{40}$ fois (= $h\Delta\nu_{Cs}/c^2$) la masse équivalente à l'énergie ondulatoire d'un photon émis par un atome de ^{133}Cs se propageant dans le vide.
- ampère : intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2\ 10^{-7}$ N/m. Cette définition a été adoptée en 1948. En 2019, l'ampère correspond à $1/e = 10^{19}/(1.602\ 176\ 634)$ électrons par seconde

- kelvin : fraction 1/273.16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau. Cette définition a été adoptée en 1967. En 2019, il correspond à une augmentation d'énergie de $1.380649.10^{-23}$ J.
- mole : quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0.012 kg de ^{12}C. En 2019, elle a été redéfinie par rapport à une sphère de silicium pur de quelques centimètres de diamètre.
- candela : intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540 10^{12} Hz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est 1/683 W/sr. Unité adoptée en 1979.

I.2. Constantes fondamentales

La compréhension de l'univers au travers des formalismes, des plus anciens aux plus récents, de la mécanique, de l'électromagnétisme, de la mécanique quantique, de la mécanique relativiste, nous donne des constantes fondamentales c, m_e, m_p, e, ε_0, h. Le formalisme de la relativité générale nous donne également la constante fondamentale de la gravitation G. A partir de ces constantes, nous pouvons extraire des grandeurs fondamentales (distances, temps, énergies, …). (cf. site du National Institute of Standards and Technology). Les valeurs ci-dessous sont celles redéfinies à compter du 20 mai 2019, suite à une nouvelle conférence générale des poids et mesures qui a souhaité prendre en compte l'amélioration notable et récente de la précision des mesures.

Vitesse de la lumière dans le vide	$c = 2.997\ 924\ 58\ 10^{8}$ m/s
Masse électronique	$m_e = 9.109\ 381\ 88\ 10^{-31}$ kg
Masse proton	$m_p = 9.10938188\ 10^{-31}$ kg = 1836.152 6675 m_e
Charge électronique	$e = 1.602\ 176\ 634\ 10^{-19}$ C
Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 10^7/4\pi c^2$ F/m
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ H/m
Constante de Planck	$h = 6.626\ 070\ 15\ 10^{-34}$ J.s
Constante de Boltzmann	$K = 1.380\ 649\ 10^{-23}$ J/K
Constante de la gravitation	$G = 6.673\ 10^{-11}$ m^3/kg/s^2
Nombre d'avogadro	$N_{Av} = 6,022\ 140\ 76\ 10^{23}$

En tant que terrien, nous pouvons ajouter une autre constante :

Accélération gravitationnelle	$g = G\ M_T/R_T^2 = 9.8066$ m/s^2 (M_T : masse terre, R_T : rayon terre)

Cherchons à les combiner, en écartant ici la constante de gravitation et la masse du proton. Pour une combinaison f de la forme :

$$f = \eta\ c^{\alpha}\ m_e^{\beta}\ \varepsilon_0^{\gamma}\ e^{\delta}\ h^{\varepsilon} \qquad \text{(I-1)}$$

où η est un coefficient multiplicatif sans dimension, nous trouvons la dimension :

$$[f] = M^{\beta-\gamma+\varepsilon}\ L^{\alpha-3\gamma+2\varepsilon}\ T^{-\alpha+2\gamma-\varepsilon}\ Q^{2\gamma+\delta} \qquad \text{(I-2)}$$

Chercher une grandeur particulière de dimension $M^{p_1}L^{p_2}T^{p_3}Q^{p_4}$ revient à déterminer un quintuplet d'exposants $(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\varepsilon)$ à l'aide des quatre équations :

$$\beta - \gamma + \varepsilon = p_1$$

$$\alpha - 3\gamma + 2\varepsilon = p_2$$

$$-\alpha + 2\gamma - \varepsilon = p_3$$

$$2\gamma + \delta = p_4$$

Il y a donc une infinité de solutions. En supprimant la dépendance par rapport à une constante fondamentale (son exposant est mis à 0), il reste quatre exposants à trouver pour lesquels cette fois il y a une solution unique. Noua arrivons à :

$$f = \eta\, c^{-p_2-2p_3}\, m_e^{\,p_1-p_2-p_3}\, e^{p_4}\, h^{p_2+p_3} \left(\frac{c\varepsilon_0 h}{e^2}\right)^{\gamma} \qquad \text{(I-3)}$$

Ci-dessous, nous indiquons quelques choix donnant lieu aux grandeurs fondamentales les plus connues.

- Grandeur sans dimension : $(p_1,p_2,p_3,p_4) = (0,0,0,0)$. Nous en déduisons : $\beta = 0$, $\gamma = \varepsilon$, $\alpha = \gamma$, $\delta = -2\gamma$. Choisissant γ comme paramètre libre, nous avons :

  $$f = \eta \left(\frac{c\varepsilon_0 h}{e^2}\right)^{\gamma}$$

  Le choix $\gamma = -1$, $\eta = ½$ conduit à la constante de structure fine $\alpha_f = e^2/2c\varepsilon_0 h$.
- Longueur : $(p_1,p_2,p_3,p_4) = (0,1,0,0)$. Nous choisissons γ comme paramètre libre. Ce qui donne :

  $$f = \eta\, c^{-1}\, m_e^{-1}\, h \left(\frac{c\varepsilon_0 h}{e^2}\right)^{\gamma}$$

  - Choix $\gamma = 0$, $\eta = 1$. Nous trouvons la longueur d'onde Compton $\lambda_C = h/m_e c$
  - Choix $\varepsilon = 0 \Rightarrow \gamma = -1$, $\eta = 1/4\pi$, nous trouvons le rayon classique de l'électron $r_e = e^2/4\pi\varepsilon_0 m_e c^2$
  - Choix $\varepsilon = 2 \Rightarrow \gamma = 1$, $\eta = 1/\pi$. Il donne le rayon de l'orbite de Bohr $r_B = r_e/\alpha_f^2$
- Temps : $(p_1,p_2,p_3,p_4) = (0,0,1,0)$. Avec γ comme paramètre libre, nous trouvons :

  $$f = \eta\, c^{-2}\, m_e^{-1}\, h \left(\frac{c\varepsilon_0 h}{e^2}\right)^{\gamma}$$

  - Choix $\gamma = 2$, $\eta = ½$: nous trouvons la période de l'orbite de Bohr (ou son inverse, à savoir la pulsation de Bohr) :

  $$T_B = \frac{1}{2}\frac{h}{m_e c^2}\frac{1}{\alpha_f^2} \;\Rightarrow\; \omega_B = \frac{2\pi}{T_B} = 4\pi\,\frac{m_e c^2}{h}\,\alpha_f^2$$
- Energie : $(p_1,p_2,p_3,p_4) = (1,2,-2,0)$. Avec γ comme paramètre libre, il vient :

  $$f = \eta\, m_e c^2 \left(\frac{c\varepsilon_0 h}{e^2}\right)^{\gamma}$$

  - Choix $\gamma = 0$, $\eta = 1$: nous trouvons l'énergie de l'électron au repos : $m_e c^2$
  - Choix $\gamma = -2$, $\eta = ¼$: nous trouvons l'énergie de Rydberg : $\alpha_f^2\, m_e c^2$

I.3. Grandeurs, grandeurs de référence et valeurs typiques

Le tableau ci-dessous liste l'ensemble des grandeurs utilisées en physique des plasmas, en tentant l'exhaustivité. Une grandeur est introduite sur deux lignes structurées pour avoir sous forme compacte la grandeur, les relations usuelles qui la relient aux autres grandeurs, les valeurs extraites de grandeurs fondamentales et enfin des valeurs rencontrées dans des contextes très variés : vie courante, astrophysique, plasmas, … Nous avons ci-dessous rassemblées des grandeurs associées à notre contexte terrestre :

- M_T : masse de la terre, R_T : rayon terrestre.
- P_0 = 101325 Pa : pression atmosphérique normale, T_0 = 273.15 K température normale.
- M_O : masse solaire.
- n_c : densité volumique 10^{27} m^{-3}. Cette densité d'électrons dans un plasma est la densité minimale qui interdit la pénétration d'une onde électromagnétique de longueur d'onde 1 µm.

Dans les cases « Dimension » du tableau ci-dessous, le symbole W peut apparaître : il se réfère à la dimension de l'énergie. Les cases entourées d'un double filet rassemblent des grandeurs spécifiquement électromagnétiques.

Grandeur (unité SI)	**Dimension**	**Grandeurs fondamentales avec valeur en SI, sauf quand unité indiquée**
	Relation avec autres grandeurs	Valeurs typiques nature ou labo
Sans dimension		Constante de structure fine : $\alpha_f = \dfrac{e^2}{2\varepsilon_0 hc} = \dfrac{1}{137.036}$ 1 mole = Nombre d'Avogadro : N_{Av} = 6.022 141 99 10^{23} Nombre baryons de l'univers : $c^3/(Gm_pH_0) \approx 10^{80}$
Masse	M	Masse électron : $m_e = 9.11\ 10^{-31}$ Masse proton : $m_p = 1.67\ 10^{-27}$ Masse de Planck $M_P = \dfrac{\hbar}{c\lambda_P} = \sqrt{\dfrac{\hbar c}{G}} = 2.18\ 10^{-8}$
		Soleil : $M_O = 2\ 10^{30}$ Terre : $m_T = 5.98\ 10^{24}$ Lune : $7.38\ 10^{22}$
Longueur (m)	L	Rayon classique de l'e⁻ : $r_e = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2} = 2.82\ 10^{-15}$ Longueur de Compton : $\lambda_C = \dfrac{\hbar}{m_e c} = \dfrac{r_e}{\alpha_f} = 3.862\ 10^{-13}$

		Rayon de Bohr : $r_B = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = \frac{r_e}{\alpha_f^2} = 5.29\ 10^{-11}$ Longueur de Planck : $\lambda_P = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} = 1.61\ 10^{-35}$
		Longueur de Loschmidt : $\ell_{los} = (V_{mol}/N_{av})^{1/3} = 3.3\ 10^{-9}$ Rayon terrestre : $R_T = 6.378\ 10^6$ Rayon de Schwarzschild : $r_P = GM/c^2 = 2\ 950\ M/M_O$
Surface, section efficace (m^2)	L^2	Section efficace de Thomson : $\sigma_T = 8\pi r_e^2/3$ $= 6.65\ 10^{-29}$ Surface de l'orbite de Bohr : $\pi r_B^2 = 8.80\ 10^{-21}$
Volume (m^3)	L^3	Volume de la sphère de Bohr : $4\pi r_B^3/3 = 6.21\ 10^{-31}$
		Volume molaire : $V_{mol} = \frac{P_0}{RT_0} = 22.4$
Nombre d'onde (m^{-1})	L^{-1}	Nombre de Rydberg : $\frac{U_B}{hc} = \alpha_f^2 \frac{m_e c}{2h} = 1.097\ 10^7$
Densité volumique (m^{-3})	L^{-3}	$1/r_e^3 = 4.47\ 10^{43}$ $1/r_B^3 = 6.75\ 10^{30}$ Nombre de Loschmidt : $N_L = N_{Av}/V_{mol} = 2.69\ 10^{25}$ e^- libres dans SiO_2 300 K : $1.5\ 10^{16}$
		Eau : densité molécules H_2O : $3.32\ 10^{28}$ Al : densité électrons : $7.77\ 10^{29}$ SiO_2 : densité électrons : $8.97\ 10^{29}$ Densité électrons critique pour onde EM longueur d'onde λ_0 : $n_c = 10^{27}/\lambda_0^2(\mu m)$
Temps (s)	T	$r_e/c = 9.40\ 10^{-24}$ Période de Bohr : $T_B = \frac{2\pi r_B}{v_B} = \frac{h}{\alpha_f^2 m_e c^2} = 1.52\ 10^{-16}$ Temps de Planck : $T_P = \lambda_P/c = 5.59\ 10^{-44}$ Age de l'univers : $1/H_0 = 4.3\ 10^{17}$
		Période onde longueur d'onde 1 µm : $3\ 10^{-15}$
Impulsion spécifique (s)	T	
	$\frac{F}{\dot{m}\, g} = \frac{v_{ex}}{g}$	→ $\dot{m}$ débit massique, v_{ex} vitesse d'expulsion $\sqrt{\frac{KT_0}{m_p g^2}} = 153$