

Lotfi Lassoued

Licence
CAPES
Agrégation

Espaces vectoriels normés pour le calcul différentiel

Rappels de cours et exercices corrigés



ellipses

Table des matières

1	Espaces vectoriels normés	9
1.1	Espaces vectoriels normés.....	9
1.2	Suites dans un espace vectoriel normé.....	12
1.3	Applications linéaires continues.....	15
1.4	Isomorphismes d'espaces normés	21
1.5	Normes équivalentes	25
1.6	Applications multilinéaires continues	28
1.7	Prolongement d'une forme linéaire	32
1.8	Exercices.....	33
2	Les espaces de Hilbert	87
2.1	Définitions. Propriétés élémentaires.....	87
2.2	Orthogonalité.....	91
2.3	Projection sur un convexe complet.....	92
2.4	Le dual d'un espace de Hilbert.....	96
2.5	Exercices.....	97
3	Théorème du point fixe de Banach	111
3.1	Théorème du point fixe de Banach.....	111
3.2	Exercices.....	116
4	Applications différentiables	129
4.1	Notion d'applications différentiables.....	129

4.2	Dérivée suivant un vecteur	132
4.3	Matrices jacobiennes	134
4.4	Règles de dérivation	135
4.5	Construction de l'intégrale de Riemann	145
4.6	Exercices	150
5	Théorème des accroissements finis	195
5.1	Théorème des accroissements finis	195
5.2	Exercices	201
6	Différentielles d'ordre supérieur	221
6.1	Différentielles d'ordre supérieur	221
6.2	Règles de calcul	226
6.3	Les formules de Taylor	227
6.4	Exercices	228
7	Théorème d'inversion locale	259
7.1	Théorème d'inversion locale	259
7.2	Exercices	263
8	Théorème des fonctions implicites	303
8.1	Théorème des fonctions implicites	303
8.2	Exercices	305
9	Optimisation	331
9.1	Existence d'un extremum	331
9.2	Recherche d'extremum	333
9.3	Extremums liés	337
9.4	Exercices	339
10	Bibliographie	365
11	Index	367