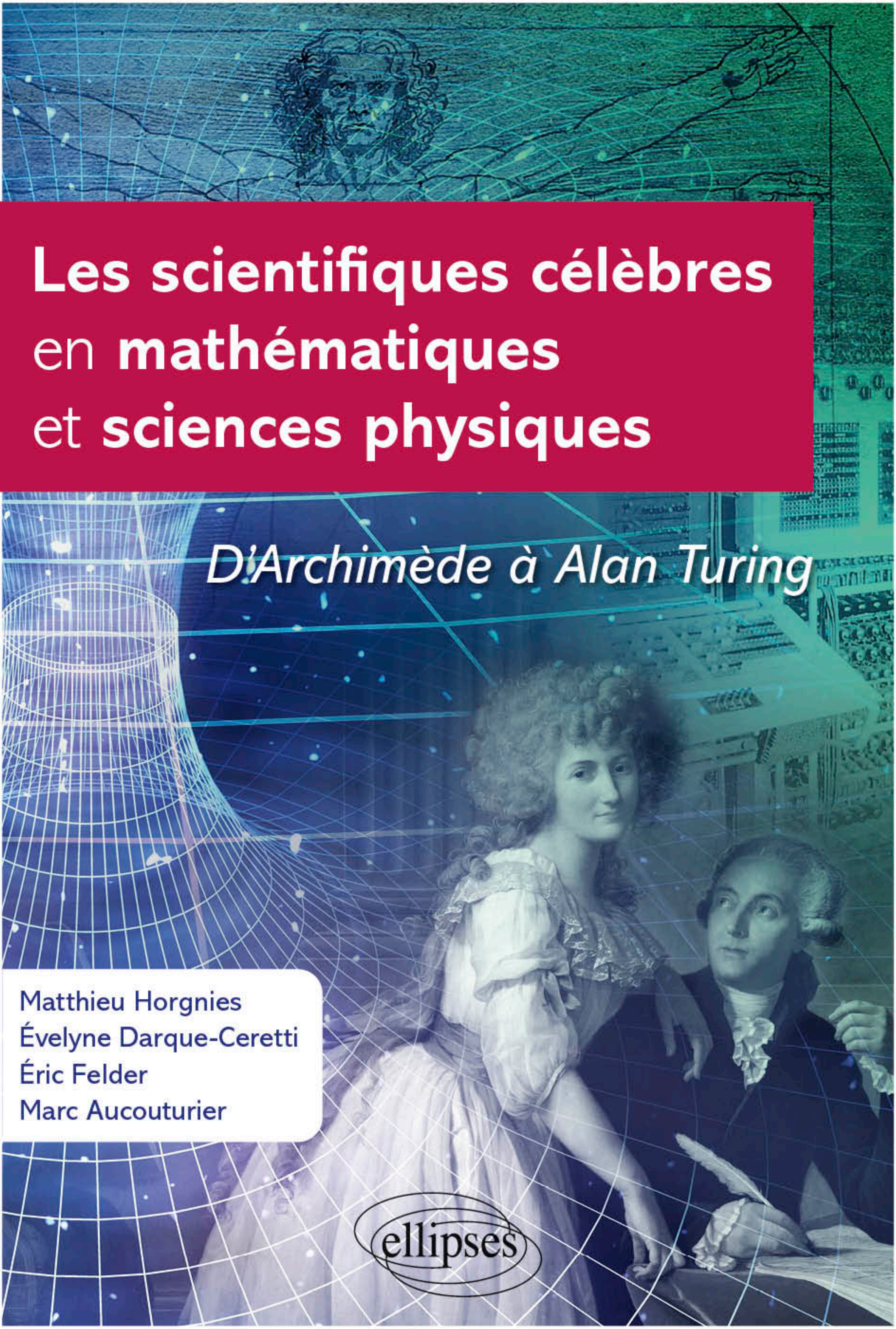
Les scientifiques célèbres en mathématiques et sciences physiques

D'Archimède à Alan Turing

Matthieu Horgnies
Évelyne Darque-Ceretti
Éric Felder
Marc Aucouturier



ellipses

Pythagore
(570-490 av. J.-C.)

À l'égal d'autres grandes figures grecques présocratiques, comme les philosophes Parménide d'Elée (environ 540-470 av. J.-C.) et Empédocle d'Agrigente (environ 495-425 av. J.-C.), on connaît mal les détails de la vie de Pythagore de Samos. Il faut noter que l'homme était le fondateur d'un véritable groupe sectaire, les pythagoriciens, qui cultivait le secret sur toutes ses activités (ils faisaient le serment de ne rien révéler de leurs travaux) et il est difficile de démêler légende et réalité. L'homme a joui d'un tel prestige qu'on lui a même prêté dans l'Antiquité des origines divines ! Certains pensaient que Pythagore était le père des mathématiques, de la géométrie, de la musique… Après sa mort, on lui attribua des miracles et des pouvoirs magiques (don d'ubiquité, don de prophétie…). Pourtant il n'aurait écrit aucun livre et les seuls documents écrits (qui ne nous sont parvenus que sous forme de fragments) relatifs aux travaux et doctrines des pythagoriciens fondés sur la mystique des nombres, auraient été rédigés par ses disciples après sa mort.

Pythagore naît vers 570 av. J.-C. à Samos, une île colonisée par les Grecs, rivale de Milet et située près de l'Asie Mineure. Samos est alors un centre commercial très important dont les vaisseaux sillonnent toute la Méditerranée. Son père serait un marchand fortuné, mais sa formation est très mal connue. Selon la tradition, il a pour maîtres Thalès de Milet (environ 624-546 av. J.-C.) (voir Aristote), Anaximandre de Milet (environ 610-546 av. J.-C.) et Phérécyde de Syros (VIe siècle av. J.-C.). Ce dernier lui enseigne les théories de l'immortalité de l'âme et de la réincarnation, deux des principales croyances religieuses de la secte des pythagoriciens.

De 550 à 540 av. J.-C., Pythagore effectue divers voyages d'étude pour compléter sa formation dans des contrées réputées dans le monde antique pour leurs connaissances comme l'Égypte et la Mésopotamie. À son retour à Samos, il fonde une petite école, l'Hémicycle, où il enseigne le savoir acquis lors de ses voyages. Mais, à partir de 535 av. J.-C., Samos est gouvernée par Polycrate (environ 570-522 av. J.-C.), un tyran cruel et sans scrupules, d'abord allié de l'Égypte contre les Perses, puis des Perses contre l'Égypte. En désaccord avec la politique de Polycrate, Pythagore décide donc en 530 av. J.-C. d'émigrer à Crotone, une colonie grecque du sud de l'Italie qui formait alors la Grande Grèce. Crotone est une cité prospère et à l'abri de la menace perse, mais des conflits armés plus ou moins permanents opposent les cités grecques de l'Italie et Locride vient de vaincre Crotone. À son arrivée, Pythagore prononce un grand discours qui fait forte impression sur les citoyens de la cité et il peut très vite reconstituer une école. Cette école toutefois fonctionne comme une secte ouverte seulement à des initiés (mais hommes et femmes y sont admis sur un pied d'égalité) et entourant Pythagore qui distribue comme un gourou et dans un langage plus ou moins hermétique son savoir dans divers domaines scientifiques et philosophiques (en rupture avec les croyances traditionnelles situant les Enfers sous terre, Pythagore professe par exemple que l'au-delà est dans les étoiles). À leur entrée dans le groupe, les pythagoriciens mettent en commun leurs biens et patrimoines et doivent suivre un strict mode de vie incluant certains interdits, notamment alimentaires. L'influence politique des pythagoriciens au sein de Crotone et même d'autres cités grecques d'Italie grandit rapidement et finit par exciter sans doute certaines jalousies et haines. Il est possible aussi que leurs croyances religieuses et leur culte du secret aient choqué certains esprits. En 510 av. J.-C., Crotone vainc la cité voisine de Sybaris et un violent conflit entre les dirigeants de Crotone à propos du partage des territoires conquis semble avoir éclaté. Ce conflit se serait en effet transformé en une révolte contre la secte des pythagoriciens provoquant sa disparition. Selon certaines sources, Pythagore s'enfuit et se réfugie dans la cité voisine de Métaponte où il meurt en 490 av. J.-C. À l'époque de l'orateur et homme politique romain Cicéron (106-43 av. J.-C.), une tombe de Métaponte est présentée par les habitants de la cité comme la tombe de Pythagore.

Le néoplatonicien Proclus (410-485), dans ses commentaires des « Éléments » d'Euclide (voir ci-après), attribue à Pythagore l'un des plus célèbres théorèmes des mathématiques : dans un triangle rectangle, la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit est égale au carré de la longueur de l'hypoténuse (voir Aristote). Ainsi si ABC est un triangle rectangle en A (Figure I.6), $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ou $b^2 + c^2 = a^2$ en notant a, b et c la longueur des côtés opposés respectivement à A, B et C. Cette relation caractérise les triangles rectangles (réciproque). Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème qui reposent sur l'analyse logique de figures géométriques. Notons au préalable que la somme des angles d'un triangle est égale à 2 droits, ce qui implique que les angles en B et C du triangle rectangle ABC sont complémentaires, c'est-à-dire que leur somme est égale à un angle droit. Ainsi à partir de quatre triangles rectangles égaux à ABC (chacun d'aire bc/2) et de deux carrés de côtés b (d'aire b^2) et c (d'aire c^2), on peut construire un carré DBFH de côté b + c (Figure I.6 gauche). Cette figure démontre l'identité (notation moderne : $(b + c)^2 = b^2 + c^2 + 2bc$). En calant ABC dans l'angle gauche supérieur de ce grand carré, CBE dans le coin inférieur droit et ICG dans le coin supérieur droit, on obtient un carré AC'EH (Figure I.6 droite), de même aire et contenant en son centre un quadrilatère CBG'G qui est un carré d'aire a^2 : la longueur de ses côtés est égale à a et ses angles sont droits (par exemple, en B, les angles des triangles ABC et BC'G' sont complémentaires, donc l'angle du quadrilatère est droit). Par construction, en comparant DBFH et AC'EH qui ont la même aire, on a donc $b^2 + c^2 = a^2$.

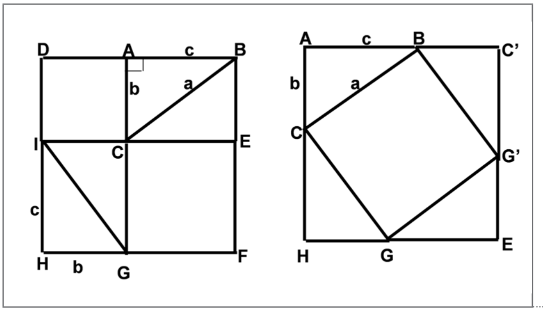


Figure I.6.
Démonstration géométrique du théorème de Pythagore

Il existe également une démonstration simple plus algébrique du théorème. Dans le triangle ABC rectangle en A, AH, la hauteur issue de A, partage BC en deux segments CH et BH de longueur respective b' et c' (Figure I.7). Les triangles ABC, AHC et AHB ont leurs angles égaux deux à deux et sont donc semblables : les longueurs de leurs côtés homologues sont donc proportionnelles. Ainsi entre ABC et ACH, on a : $b/a = b'/b$ donc $b^2 = ab'$. Dans ABC et ABH, on a : $c/a = c'/c$, donc $c^2 = ac'$. En additionnant membre à membre ces deux relations, on obtient : $b^2 + c^2 = a(b' + c') = a^2$, car $b' + c' = a$.

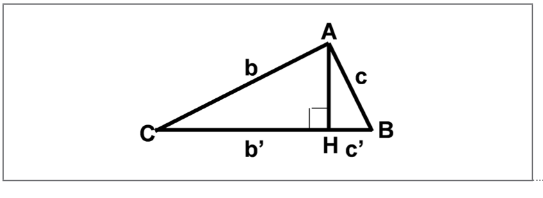


Figure I.7.
Démonstration par similitude géométrique du théorème de Pythagore

Euclide d'Alexandrie (environ 325-265 av. J.-C.) dans ses célèbres « Éléments », monument des mathématiques grecques, démontre la réciproque du théorème. Soit un triangle ABC tel que $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (1). On considère le triangle CAB' dont l'angle en A est droit et tel que AB' = AB (2) (Figure I.8).

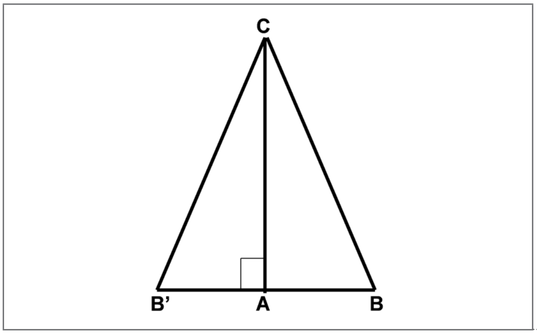


Figure I.8.
Démonstration de la réciproque du théorème de Pythagore

On a donc $AB'^2 + AC^2 = CB'^2$. De (1) et (2), on déduit donc CB' = BC. Les deux triangles ABC et AB'C ayant leurs trois côtés égaux deux à deux sont donc égaux et l'angle en A du triangle ABC est égal à l'angle droit de ACB'. De ce théorème, on a pu déduire de multiples conséquences. Par exemple, dans le triangle ABC rectangle en A, on définit les lignes trigonométriques de l'angle B en B : cosB = c/a, sinB = b/a, tgB = b/c. Le théorème de Pythagore implique aussitôt la relation fondamentale : $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$. Si l'on considère deux points M_1 et M_2 de coordonnées respectives (x_1, y_1) et (x_2, y_2) dans un repère orthonormé Oxy (axes perpendiculaires et de même unité de longueur), la distance entre ces deux points M_1M_2 vaut : $M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Les Pythagoriciens et les nombres entiers

Les pythagoriciens développent une véritable mystique autour des nombres entiers qui, pour eux, sont la source de toute chose et d'origine divine (pour les pythagoriciens, ils jouent le même rôle que les atomes pour la science moderne). Ils attribuent aussi une signification mystique à chaque membre de la décade 1 à 10 (les Grecs ne connaissent pas le zéro et n'utilisent pas les fractions). Ainsi le 1 est le commencement de toute chose : c'est le premier des nombres et il permet par addition de passer d'un nombre n au nombre suivant n + 1. 10 est le symbole de Dieu et de l'harmonie, valeur cardinale des pythagoriciens, d'où leur cosmologie.

Les Pythagoriciens développent une représentation géométrique des nombres qui leur permet d'établir diverses identités (voir Encadré). Par exemple les nombres triangulaires sont les nombres obtenus en remplissant un triangle équilatéral (aux trois côtés égaux) par des points situés sur des lignes parallèles à la base inférieure ; au sommet, un point, puis deux points, trois points… 1, 3, 6, 10 sont les premiers nombres triangulaires. Le n^e nombre triangulaire est la somme des n premiers nombres entiers et vaut (notation moderne) $n(n + 1)/2$.

Un nombre carré est le nombre de points remplissant les sous-cases carrées d'un carré ; 1, 4, 9, 16 sont les premiers nombres carrés. Le n^e nombre carré est n^2. La droite située juste au-dessus d'une diagonale sépare le nombre carré d'ordre n en le nombre triangulaire d'ordre $n-1$ et le nombre triangulaire d'ordre n, ce qui permet d'établir l'identité : $n^2 = (n-1)\,n/2 + n(n+1)/2$. Si au nombre carré n^2 on ajoute à droite une colonne contenant n points, au-dessous une ligne de n points, puis un point dans l'espace vacant inférieur à droite, on obtient le nombre carré $(n+1)^2$, ce qui implique l'identité $n^2 + (2n+1) = (n+1)^2$. En itérant cette opération à partir de 1, on montre que la somme des n premiers nombres impairs (non divisibles par 2) vaut n^2 : $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$. Ils définissent les nombres linéaires qui ne sont pas le produit de deux nombres autres que 1 (nombres premiers), les nombres plans qui sont le produit de deux nombres et qui représentent l'aire d'un rectangle dont la longueur des côtés est égale à ces diviseurs, les nombres solides, produit de trois nombres… Ils appellent nombres parfaits les nombres égaux à la somme de leurs diviseurs (autres que le nombre lui-même) : le premier nombre parfait est $6 = 1 + 2 + 3$. Les Grecs ne connaissent que quatre nombres parfaits : 6, 28, 496 et 8128. Deux nombres sont dits amicaux si la somme des diviseurs de l'un est égale à l'autre. Les pythagoriciens ne connaissent que le couple (220, 284) (voir Euler). Pour un couple de nombres m et n, ils définissent la moyenne arithmétique $A = (m+n)/2$, la moyenne géométrique G telle que $G^2 = mn$ et la moyenne harmonique H, l'inverse de la moyenne arithmétique de $1/m$ et $1/n$: $H = 2mn/(m+n)$. On peut démontrer que $G^2 = AH$.

Avant les pythagoriciens, les Grecs pensaient que tous les phénomènes naturels étaient provoqués de manière imprévisible par les Dieux. Les pythagoriciens développent au contraire une représentation arithmétique de la nature qui préfigure l'approche scientifique moderne. À la recherche de l'harmonie, les pythagoriciens sont les premiers à établir une théorie de la musique basée sur l'arithmétique. Ils remarquent que, à tension égale, le son émis par une corde pincée en son milieu est d'autant plus aigu que sa longueur est plus petite et que le mélange des sons émis par deux cordes produit un effet harmonieux si le rapport de leurs longueurs est un rapport de petits nombres entiers. En partant d'une corde de longueur l (produisant par convention le bas d'une gamme, notre do, repéré 1), ils définissent l'octave 2 : *1* obtenue avec une corde de longueur l/2 qui produit la note de début de la gamme suivante (le do de la gamme suivante plus haute, de repère 2). Puis ils définissent la quinte 3 : 2 émise par une corde de longueur $2l/3$ (notre sol, repéré 3/2). Ils pourront ainsi définir successivement les diverses notes d'une gamme musicale en combinant l'effet de quinte et l'effet d'octave : ainsi par exemple, la combinaison de deux quintes donne une note de la gamme suivante (repérée 9/4) que l'on ramène au bon rang (le ré, repéré 9/8) par l'effet d'octave, ici par multiplication de la longueur de la corde par 2.

La cosmologie des Pythagoriciens

Les pythagoriciens inventent une cosmologie qui influencera l'astronomie pendant des siècles. Ils sont les premiers à supposer que la Terre est une sphère et imaginent que tous les corps célestes (Terre, Lune, Soleil et les 5 planètes connues à l'époque : Vénus, Mercure, Mars, Jupiter et Saturne) décrivent des trajectoires circulaires (car le cercle est la courbe parfaite par excellence), avec une vitesse de rotation constante (d'autant plus grande que le corps est plus éloigné du centre), autour d'un feu central (les étoiles fixes formant la voute céleste au-delà de Saturne). Afin d'obtenir 10 corps célestes (10 est pour eux le symbole de l'harmonie), ils imaginent qu'il existe sur l'orbite de la Terre une 10e planète, l'Anti-Terre, située à son opposé, donc invisible depuis la Terre, car cachée par le feu central. Les corps de chaque orbite sont censés émettre un son, d'autant plus aigu que le rayon de l'orbite est plus grand, et l'ensemble de ces sons, que par habitude nous ne percevons plus, forme la « musique des sphères », source inépuisable d'inspiration pour les mystiques à venir. Cette croyance en des orbites planétaires circulaires sera si grande, malgré les multiples démentis apportés par les observations astronomiques, qu'il faudra attendre 1609 pour que Johannes Kepler (1571-1630) les remplace par des trajectoires elliptiques dont le Soleil occupe l'un des foyers.

On appelle triplet pythagoricien un ensemble de trois nombres entiers (m, n, p) pouvant être les longueurs des côtés d'un triangle rectangle, donc satisfaisant la relation $m^2 + n^2 = p^2$. Le triplet pythagoricien le plus simple est (3, 4, 5), car $3^2 + 4^2 = 5^2$. Avant Pythagore, ce triplet était déjà connu depuis longtemps des Égyptiens et des Mésopotamiens qui l'utilisaient pour par exemple vérifier la perpendicularité de deux murs. Malheureusement pour les pythagoriciens et leur conception arithmétique de l'univers, si l'on considère deux nombres entiers quelconques m et n, il n'existe en général pas de nombre entier p tel que (m,n,p) soit un triplet pythagoricien. Cette découverte attribuée au pythagoricien Hippase de Métaponte (né vers 500 av. J.-C.) est intimement liée à la notion d'incommensurabilité. Les Grecs pensent que deux grandeurs de même nature sont toujours commensurables : par exemple, si l'on considère deux segments AB et CD, selon eux, il existe toujours une longueur u et deux nombres entiers m et n sans diviseur commun tels que AB = mu et CD = nu. La démonstration qui suit est celle des « Éléments » d'Euclide (en notation moderne). Si l'on considère un carré ABCD, la longueur de la diagonale AC vérifie, en vertu du théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2AB^2$. Si BC et

AB sont commensurables, on doit pouvoir écrire $m^2u^2 = 2n^2u^2$, soit $m^2 = 2n^2$. Cette relation implique que l'entier m est pair, donc m = 2m'. Donc $4m'^2 = 2n^2$, puis $2m'^2 = n^2$. Cette relation implique que n est pair, en contradiction avec le fait que m et n n'ont pas de diviseur commun. AB et AC ne sont donc pas commensurables. En fait, selon la notation moderne, BC= $\sqrt{2}$ AB et $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel, ni un entier, ni le rapport de deux entiers (fraction rationnelle). La légende rapporte que les pythagoriciens, scandalisés par le fait qu'Hippase de Métaponte ait révélé, malgré son serment de silence, l'existence de grandeurs incommensurables, l'auraient jeté à la mer.

Après la mort de Pythagore, les pythagoriciens continuent à exercer une profonde influence sur les penseurs grecs, en révélant progressivement leur doctrine et leurs connaissances mathématiques. Des hommes jouent un rôle éminent dans la diffusion des idées pythagoriciennes, sans qu'on puisse séparer les idées du maître de leurs propres apports. Ainsi, Philolaos de Crotone (470-385 av. J.-C.), philosophe, astronome et mathématicien, qui aurait fui Crotone après la révolte contre les pythagoriciens et se serait réfugié en Grèce. Selon Platon (environ 427-347 av. J.-C.), il aurait été maître à Thèbes où il aurait eu de nombreux disciples et serait mort à Crotone. Philolaos est le premier à écrire des livres présentant Pythagore comme le grand maître des nombres (source de toute chose), de la musique et de l'harmonie cosmique (modèle des astres tournant autour d'un feu central), mais seuls des fragments de ses écrits nous sont parvenus. Ces livres seraient parvenus à Platon et lui auraient permis de bâtir sa propre cosmologie, à savoir le concept que l'Univers est une œuvre parfaite d'une très grande beauté. Enfin, la thèse pythagoricienne défendue par Philolaos de compréhension des phénomènes naturels par la géométrie et les nombres a profondément influencé, mais de manière différente, la pensée de Platon et de son disciple, puis rival, le philosophe Aristote (384-322 av. J.-C., voir Aristote) et, par leur intermédiaire, bien d'autres penseurs des siècles suivants. Archytas de Tarente (environ 435-347 av. J.-C.), astronome, mathématicien, philosophe et homme politique, sera un disciple de Philolaos. Éminent homme politique, il sera élu sept fois démocratiquement à la tête de sa cité de 367 à 361 av. J.-C. et, par sa politique prônant l'harmonie entre les diverses classes sociales, il sera l'artisan de la prospérité de sa cité. En continuité avec Philolaos, Archytas professe que tout problème peut être résolu par le calcul et la géométrie, y compris les problèmes politiques comme l'éducation, la justice, la répartition des biens et du pouvoir. Archytas noue des liens d'amitié avec Platon avec qui il entretient une correspondance, ce qui permet certainement à Platon d'améliorer sa connaissance des idées pythagoriciennes. Archytas réalise des travaux mathématiques très importants. En théorie des nombres, ses travaux, présentés par Euclide dans ses « Éléments », concernent la démonstration de l'irrationalité des racines carrées et la découverte de l'algorithme permettant, par soustractions successives, de déterminer le plus grand commun diviseur de deux nombres entiers (appelé depuis « algorithme d'Euclide »). On lui attribue aussi la résolution par la géométrie de divers problèmes : la duplication du cube (construction d'un cube de volume double du volume d'un cube donné), la quadrature du cercle (construction d'un carré de même aire qu'un cercle donné) et la trisection de l'angle (division d'un angle en trois angles égaux). Toutefois, la résolution par des constructions géométriques complexes de ces problèmes n'est alors pas acceptée par la plupart des géomètres grecs qui souhaitent une construction utilisant uniquement une règle et un compas. À partir du Ier siècle av. J.-C. et pendant trois siècles, on assiste à un renouveau du courant pythagoricien, mais, malgré son souci de retrouver les enseignements de Pythagore, ce courant de pensée, assez disparate et influencé notamment par les idées de Platon et d'Aristote entre autres philosophes, n'aura qu'assez peu d'influence.

En conclusion, Pythagore et les pythagoriciens peuvent être vus comme des précurseurs de la modélisation mathématique des phénomènes naturels, moteur de l'approche scientifique moderne. À ce titre, ils occupent une place éminente dans la lignée des grandes figures de l'Humanité. Toutefois, pour les pythagoriciens, cette démarche permet d'accéder à la vérité, à l'essence même de tout ce qui existe. Cette croyance sera partagée par leurs successeurs pendant plus de deux millénaires, et il faudra attendre le XIXe siècle pour que les scientifiques réalisent que l'approche mathématique ne fournit que des modèles des phénomènes naturels certes de plus en plus précis, mais qui ne sont qu'une image imparfaite de la nature et sans cesse remise en cause par de nouvelles observations expérimentales.