

Énoncé

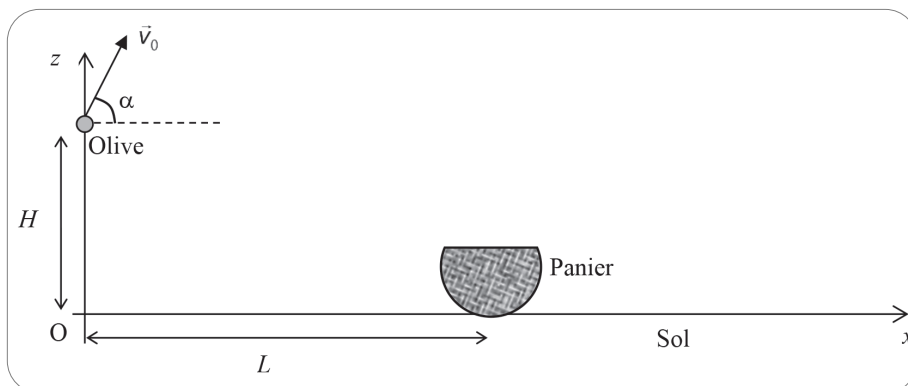
Partie A Le vol de l'olive

8 points

Les olives se récoltent à la fin de l'été ou en autonome, avant leur changement de couleur. Pendant les vacances scolaires de la Toussaint, des petits-enfants viennent aider leur grand-mère à cueillir les olives de son jardin pour en faire de l'huile d'olive. L'un d'eux, monté dans l'olivier, lance les olives en direction d'un panier posé au sol.

On considère une olive de masse $m = 3,5 \text{ g}$, lancée à une hauteur $H = 2,50 \text{ m}$ avec une vitesse initiale \vec{v}_0 faisant un angle α avec l'horizontale.

Représentation de la situation



Donnée

- Intensité de la pesanteur $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$.

1 Étude du mouvement de l'olive lors de sa chute

Le système étudié est l'olive. Les effets de l'air sur l'olive seront négligés dans cette étude. Le champ de pesanteur \vec{g} est parallèle à l'axe Oz.

- 1.1. Faire un bilan des forces s'exerçant sur le système, dans le référentiel terrestre.
- 1.2. En appliquant la seconde loi de Newton dans le cadre de la chute libre, déterminer les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération du centre d'inertie de l'olive dans le repère indiqué.
- 1.3. Donner l'expression des coordonnées du vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 , notées v_{0x} et v_{0z} , en fonction de v_0 et α .

- 1.4. On appelle composante horizontale de la vitesse la coordonnée $v_x(t)$ du vecteur \vec{v} et composante verticale la coordonnée $v_z(t)$. Déterminer l'expression des composantes horizontale et verticale $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse \vec{v} du système au cours de son mouvement en fonction de v_0 , α , g et t .
- 1.5. En déduire la nature du mouvement de l'olive en projection sur l'axe horizontal. Justifier.
- 1.6. Déterminer l'expression des équations horaires du mouvement de l'olive : $x(t)$ et $z(t)$ en fonction de v_0 , α , g , t et H .
- 1.7. Montrer que l'équation de la trajectoire de l'olive est la suivante :

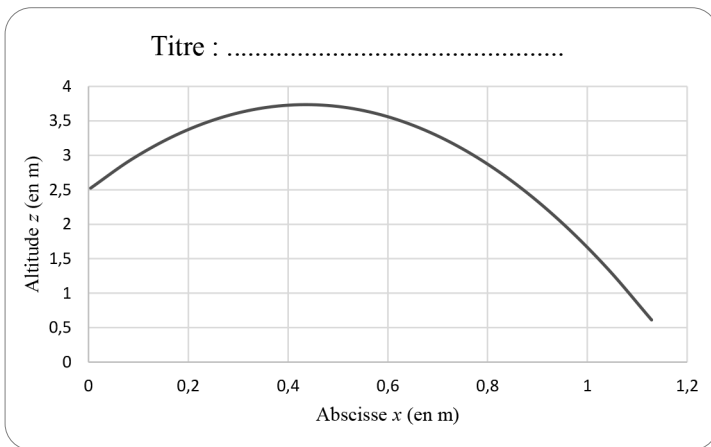
$$z(t) = -\frac{1}{2}g \frac{x^2(t)}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x(t) \tan \alpha + H.$$

- 1.8. Quelle est la nature de la trajectoire de l'olive ?
- 1.9. En utilisant l'expression de l'équation de la trajectoire obtenue à la question 1.7., indiquer les paramètres de lancer qui jouent un rôle dans la trajectoire de l'olive.

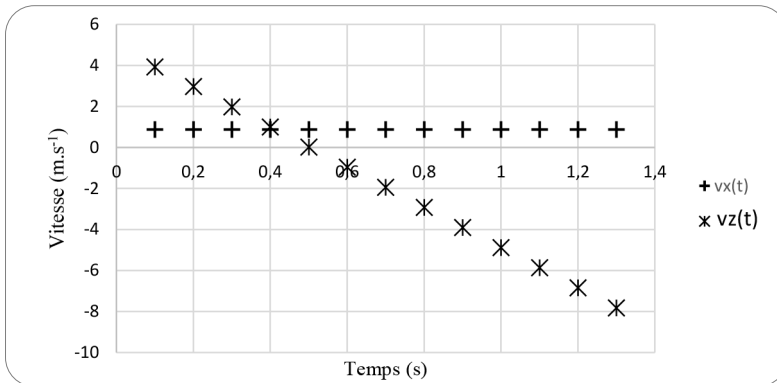
Un autre enfant filme avec son smartphone un lancer d'olive de son cousin.

À l'aide d'un logiciel de pointage vidéo, les coordonnées x et z de l'olive ont pu être enregistrées en fonction du temps. On obtient les courbes ci-après.

Courbe n° 1 : à légènder



Courbe n° 2 : Équations horaires de la vitesse



- 1.10.** Donner un titre à la courbe n° 1.
- 1.11.** Grâce à la courbe n° 2 et à la réponse à la question 1.4., montrer que $v_0 = 5,0 \text{ m.s}^{-1}$ et que $\alpha = 80^\circ$. La démarche nécessite d'être correctement justifiée.
- 1.12.** Déterminer l'abscisse x à laquelle l'olive touche le sol.
- 1.13.** Le panier étant situé à la distance $L = 1,25 \text{ m}$ du pied de l'olivier, l'olive tombe-t-elle bien dans le panier ? Comment l'enfant aurait-il pu améliorer son tir ?

2 Étude énergétique de la chute de l'olive

Il est possible à partir des données expérimentales de la partie précédente d'étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique de l'olive au cours de sa chute.

Le programme Python ci-après permet de tracer l'évolution des énergies en fonction du temps.

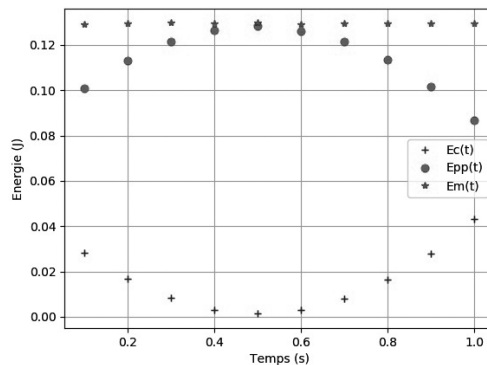
Programme Python

```

1 # importation les bibliothèques nécessaires
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy as np
4
5 # Définition des variables
6 m = Compléter la valeur
7 g = 9.81
8
9 # Création des tableaux de valeurs expérimentales
10 vx = np.array([0.868, 0.868, 0.868, 0.868, 0.868, 0.868, 0.868, 0.868, 0.868])
11 vz = np.array([3.92, 2.96, 1.98, 1.00, 0.019, -0.96, -1.94, -2.92, -3.90, -4.89])
12 z = np.array([2.94, 3.29, 3.54, 3.68, 3.74, 3.67, 3.54, 3.30, 2.96, 2.52])
13 t = np.array([0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00])
14
15 # Calcul de la vitesse v
16 vx2 = vx*vx # Calcul du carré de vx
17 vz2 = Compléter la formule # Calcul du carré de vz
18 v = (vz2+vx2)**0.5
19
20 # Calcul des différentes énergies
21 Ec = Compléter la formule
22 Epp = Compléter la formule
23 Em = Compléter la formule
24
25 plt.plot(t, Ec, 'b+', label = "Ec(t)") # Trace la courbe Ec en fonction de t
26 plt.plot(t, Epp, 'ro', label = "Epp(t)") # Trace la courbe Epp en fonction de t
27 plt.plot(t, Em, 'g*', label = "Em(t)") # Trace la courbe Em en fonction de t
28 plt.xlabel("Temps (s)") # Légende de l'axe des abscisses
29 plt.ylabel("Energie (J)") # Légende de l'axe des ordonnées
30 plt.grid() # Affichage d'un quadrillage sur la courbe
31 plt.legend() # Affiche les légendes des courbes
32 plt.show() # Affiche le graphique

```

Courbes obtenues après exécution du programme Python



- 2.1. Rappeler les expressions des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique.
- 2.2. Compléter le programme Python aux lignes 6, 17, 21, 22 et 23 pour qu'il affiche les courbes $E_c(t)$, $E_{pp}(t)$ et $E_m(t)$.
- 2.3. Commenter les courbes obtenues les unes par rapport aux autres. Que peut-on dire de l'énergie mécanique ? Les frottements étaient-ils réellement négligeables dans cette étude (justifier) ?

On se propose dans cet exercice d'étudier deux composants du chocolat : la théobromine et le magnésium.

1 La théobromine contenue dans le chocolat

La théobromine (de formule brute $C_7H_8N_4O_2$) est une substance que l'on trouve dans le chocolat (1 à 3 % en masse dans les graines du cacaoyer).

Elle serait une des causes des effets positifs du chocolat sur l'humeur. Les scientifiques ont découvert que cette molécule aurait également un effet antitussif supérieur à la codéine, cependant elle accentue les reflux gastro-oesophagiens. C'est cette molécule qui empoisonne les chiens lorsqu'ils consomment du chocolat.

Le but de cette partie est de déterminer combien de bonbons au chocolat une personne peut consommer en une journée sans effets négatifs sur sa santé.



Données

- La théobromine est la base conjuguée du couple $C_7H_8N_4O_2^+(aq) / C_7H_8N_4O_2(aq)$, dont le pK_A vaut 7,89.
- La masse d'un bonbon au chocolat est de 5,0 g et la masse d'un paquet de ces bonbons vaut 150 g.
- La dose journalière admissible (DJA) représente la quantité d'une substance qu'un individu moyen de 60 kg peut théoriquement ingérer tous les jours, sans risque pour la santé. Elle est habituellement exprimée en mg de substance par kg de poids corporel.
- DJA de la théobromine : $17 \text{ mg} \cdot \text{kg}^{-1}$ de masse corporelle.
- Masse molaire de la théobromine : $M(C_7H_8N_4O_2) = 180,00 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, incertitude-type sur la masse molaire : $u(M) = 0,01 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- Zone de virage de quelques indicateurs colorés de pH :

Indicateur coloré	Zone de virage
Hélianthine	2,4-4,4
Rouge de méthyle	4,2-6,2
BBT	6,0-7,6
Phénolphaléine	8,2-9,9

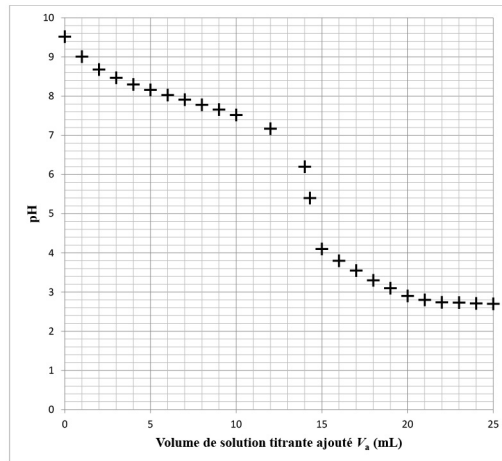
Dosage pH-métrique de la théobromine contenue dans un bonbon au chocolat

Dans une fiole jaugée de 100,0 mL (dont l'incertitude-type vaut $u(V) = 0,0008 \text{ L}$), on dissout un bonbon au chocolat dans de l'eau distillée. La solution aqueuse obtenue est placée dans un bécher en présence d'un barreau aimanté et d'une électrode de verre reliée à un pH-mètre. On dose cette solution par une solution titrante d'acide chlorhydrique ($H_3O^+(aq) + Cl^-(aq)$) de concentration $C_a = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

(et d'incertitude-type $u(C_a) = 5.10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$) en relevant la valeur du pH pour chaque ajout d'un volume V_a de solution titrante (l'incertitude-type sur le volume lu sur la burette graduée vaut $u(V_a) = 0,05 \text{ mL}$).

La courbe obtenue expérimentalement est fournie ci-dessous.

Courbe obtenue pour le titrage pH-métrique



- 1.1. En faisant l'hypothèse que l'unique réaction qui se déroule lors de ce titrage met en jeu la théobromine et les ions $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$, écrire l'équation de la réaction support de ce titrage.
- 1.2. Quelles sont les caractéristiques d'une réaction de titrage ?
- 1.3. Faire un schéma légendé du montage expérimental utilisé lors de ce titrage.
- 1.4. Quelles sont les espèces chimiques présentes à la demi-équivalence, c'est-à-dire pour $V_a = \frac{V_{a,\text{éq}}}{2}$? Comment appelle-t-on de telles solutions ? Quelles sont leurs caractéristiques ?
- 1.5.1. Déterminer le volume versé à l'équivalence (faire apparaître les traits de construction).
- 1.5.2. Dresser le tableau d'avancement relatif à la transformation étudiée.
- 1.5.3. En déduire la concentration C en théobromine dans le bécher à l'état initial.
- 1.6.1. À l'aide de l'équation de la réaction et d'un tableau d'avancement, calculer les quantités de matières, puis les concentrations molaires de théobromine et de son acide conjugué à la demi-équivalence.
- 1.6.2. Retrouver par le calcul la valeur du pH à la demi-équivalence.
- 1.6.3. Tracer le diagramme de prédominance du couple : $\text{C}_7\text{H}_9\text{N}_4\text{O}_2^+(\text{aq}) / \text{C}_7\text{H}_8\text{N}_4\text{O}_2(\text{aq})$.

- 1.7. Déterminer la quantité de matière de théobromine contenue dans le bonbon et l'écrire avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Calculer la masse de théobromine contenue dans un bonbon et la comparer avec la masse de référence de 26 mg, conclure.

Données

- Incertitude-type sur la mesure de la quantité de matière n de théobromine :

$$u(n) = n \times \sqrt{\left(\frac{u(C_a)}{C_a}\right)^2 + \left(\frac{u(V_a)}{V_a}\right)^2}.$$

- Incertitude-type sur la mesure de la masse m de théobromine :

$$u(m) = m \times \sqrt{\left(\frac{u(n)}{n}\right)^2 + \left(\frac{u(M)}{M}\right)^2}.$$

- 1.8. En déduire le nombre de bonbons qu'un individu peut manger par jour sans crainte pour sa santé. Peut-on dépasser un paquet de bonbons par jour ?
- 1.9.1. Quel indicateur coloré aurait-on pu choisir pour réaliser un titrage colorimétrique de la théobromine ? Justifier.
- 1.9.2. Un titrage colorimétrique est-il un choix plus judicieux pour doser la théobromine contenue dans les bonbons au chocolat ? Justifier.

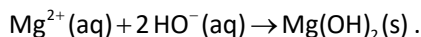
2 Le magnésium contenu dans le chocolat

Le chocolat contribue à lutter contre la fatigue, aide à la récupération, favorise l'équilibre nerveux et possède des propriétés antidépresseur en rapport avec sa richesse en minéraux, notamment en magnésium. 100 g de poudre de cacao renferment 410 mg d'ions Mg^{2+} .

On souhaite connaître la teneur en ions magnésium des bonbons au chocolat grâce à un titrage conductimétrique.

Pour cela, on dissout dans un bécher un bonbon dans 100,0 mL d'eau distillée. On place dans le bécher un barreau aimanté ainsi qu'une sonde conductimétrique reliée à un conductimètre. Une solution titrante d'hydroxyde de potassium ($\text{K}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq})$) de concentration $C_b = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est ajoutée et on mesure la valeur de la conductivité de la solution pour chaque ajout d'un volume V_b de solution titrante.

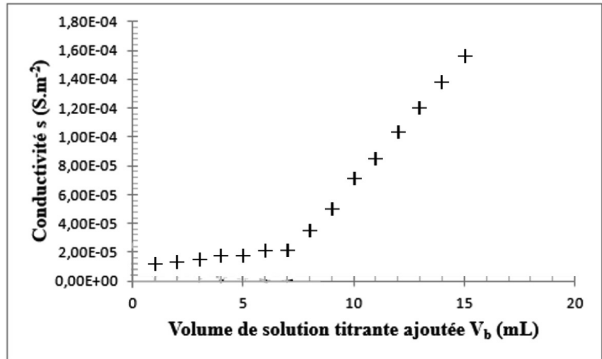
L'équation de la réaction support de ce titrage s'écrit :



Données

- Conductivités molaires ioniques à 25 °C (en $\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$) :
 $\lambda(\text{OH}^-) = 19,86 \cdot 10^{-3}$; $\lambda(\text{K}^+) = 7,35 \cdot 10^{-3}$; $\lambda(\text{Mg}^{2+}) = 10,62 \cdot 10^{-3}$.
- La masse d'un bonbon au chocolat est de 5,0 g.
- Masse molaire atomique : $M(\text{Mg}) = 24,3 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Voici l'évolution de la conductivité σ en fonction du volume V_b de solution titrante ajoutée :



- 2.1. Justifier l'allure de la courbe de titrage.
- 2.2. Déterminer le volume équivalent et en déduire la quantité de matière d'ions Mg^{2+} contenue dans le bonbon.
- 2.3. En déduire la teneur massique en magnésium d'un bonbon.
- 2.4. Sachant que l'apport journalier recommandé pour une personne moyenne de 60 kg est de 400 mg de magnésium par jour, combien faudrait-il manger de ces bonbons pour atteindre cet apport ? Est-ce raisonnable ?

Partie C Une lampe secouée

4 points

Sujet du Bac S, Liban, 2012

De nouvelles lampes dites écologiques ont fait leur apparition sur le marché. On se propose, dans cet exercice, d'étudier leur dispositif de stockage de l'énergie électrique.

Nous avons cherché longtemps une solution à l'éternel problème de la lampe de secours (voiture, bateau, maison, camping, avion...) qui, bien sûr, ne marche jamais quand on en a besoin. Au mieux les piles sont « mortes », au pire elles ont coulé ou l'ampoule est grillée quand ce ne sont pas les contacts qui sont corrodés. [...]

Aux USA, un petit fabricant a mis à profit l'arrivée des DEL pour réaliser l'un de ses rêves, la « lampe sans pile ».

Fonctionnement

En secouant (un peu comme une bombe de peinture mais plus doucement) la lampe 30 secondes, de l'énergie électrique est produite et stockée dans un condensateur. Vous obtenez alors environ 20 min d'une lumière produite par une DEL.