

Table des matières

1	Ensembles. Assertions. Sommes	1
1.1	Ensembles. Cardinal	1
1.2	Opérations sur les ensembles	3
1.3	Partitions. Cardinal de $A \cup B$	6
1.4	★ Principe d'inclusion-exclusion : la formule du crible	7
1.5	Assertions. Négation. Implications. Contraposition	9
1.6	Sommes. Suites arithmétiques et géométriques	12
1.7	★ Moyennes arithmétique, géométrique et harmonique	17
1.8	Exercices	19
1.9	Solutions	24
2	Combinatoire	33
2.1	Principes multiplicatif et additif	33
2.2	Permutations, arrangements, combinaisons	35
2.3	Formule du binôme de Newton	41
2.4	Coefficient multinomial et formule du multinôme	43
2.5	Méthodologie en analyse combinatoire	45
2.6	★ Tirages non ordonnés avec remise	47
2.7	★ Formule de Stirling	48
2.8	Récapitulatif	50
2.9	Exercices	51
2.10	Solutions	56
3	Probabilités élémentaires	69
3.1	Probabilité comme proportion	69
3.2	Exemples de calcul de probabilités	70
3.3	Variable aléatoire	73
3.4	Processus de Bernoulli	75
3.5	Loi binomiale	76
3.6	Loi multinomiale	79
3.7	Loi géométrique	80
3.8	Loi binomiale négative	83

3.9	Loi hypergéométrique	84
3.10	KENO gagnant à vie [®]	86
3.11	★ Avez-vous dit « au hasard »? Le paradoxe de Bertrand	88
3.12	Récapitulatif	95
3.13	Exercices	97
3.14	Solutions	105
4	Probabilités conditionnelles. Dépendance	125
4.1	Les axiomes de Kolmogorov	125
4.2	Probabilités conditionnelles	127
4.3	Formule de Bayes	129
4.4	Événements indépendants	132
4.5	Variations aléatoires indépendantes	135
4.6	★ Le problème du recrutement (ou du mariage)	141
4.7	Récapitulatif	144
4.8	Exercices	145
4.9	Solutions	153
5	Intermède technique : séries et intégrales	169
5.1	La série géométrique	169
5.2	★ Peut-on dériver une somme infinie de fonctions?	172
5.3	La série exponentielle	173
5.4	Révision : manipuler des fonctions	178
5.5	L'intégrale	186
5.6	Intégration par parties. Intégration par substitution	188
5.7	★ Recherche primitive désespérément!	192
5.8	Intégrales impropres	193
5.9	La courbe gaussienne en forme de cloche	198
5.10	Récapitulatif	201
5.11	Exercices	203
5.12	Solutions	209
6	Variables aléatoires continues. Moyenne, variance	229
6.1	Fonction de densité	229
6.2	Fonction de répartition	233
6.3	Mesurer la position : Mode, médiane et moyenne	238
6.4	Mesurer la dispersion : Variance et écart type	246
6.5	Espérance et variance d'une somme. Conditionnement	248
6.6	Espérances et variances des quelques lois courantes	252
6.7	★ Applications amusantes : bus, spaghettis et chars d'assaut	257
6.8	Récapitulatif	261
6.9	Exercices	264
6.10	Solutions	274

7	Loi de Poisson, loi exponentielle, loi de Benford	305
7.1	Loi de Poisson	305
7.2	Loi exponentielle	312
7.3	★ Différents types de vieillissements	317
7.4	★ Loi de Benford ou loi des « pages usées »	319
7.5	★ Quelles lois de probabilité devrais-je connaître?	328
7.6	Récapitulatif	330
7.7	Exercices	331
7.8	Solutions	338
8	Fonctions de variables aléatoires	351
8.1	Transformée affine $aX + b$ d'une variable aléatoire	351
8.2	Fonction $\varphi(X)$ d'une variable aléatoire	356
8.3	Le théorème de transfert	362
8.4	Somme de variables aléatoires. Convolution	363
8.5	★ Loi Gamma	372
8.6	Récapitulatif	375
8.7	Exercices	377
8.8	Solutions	391
9	Loi normale et théorème de la limite centrale	433
9.1	Loi normale de Laplace-Gauß	433
9.2	Stabilité de la famille des lois normales	438
9.3	Le théorème de la limite centrale (TLC)	440
9.4	★ L'inégalité de Tchebychev. Loi des grands nombres	453
9.5	Récapitulatif	460
9.6	Exercices	461
9.7	Solutions	468
10	★ Vue panoramique pour de futurs voyages	483
10.1	Méthode des moindres carrés	483
10.2	Covariance d'un nuage de points dans le plan	489
10.3	Droite de régression linéaire et coefficient de corrélation	494
10.4	Couple de variables aléatoires	505
10.5	Lois du produit, du quotient et de la norme	516
10.6	Loi de $(U, V) = \psi(X, Y)$	522
10.7	Fonctions génératrices de probabilités	528
10.8	Récapitulatif	532
10.9	Exercices	534
10.10	Solutions	541
11	Questions à choix multiples	569
11.1	Énoncés	569
11.2	Réponses	580

A	Appendice	585
A.1	Notations et symboles	585
A.2	Nombres utiles à connaître par cœur	587
A.3	Liste de commandes utiles pour tableur (OpenOffice, Excel)	588
A.4	Table numérique pour la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$	592
	Références	593
	Index	595