

Exercice 1 - Pompe oscillante

Corrigé page 25

A. Données

La pompe oscillante représentée ci-dessous est composée de quatre classes d'équivalence : le corps (1), le cylindre oscillant (2), le piston (3) et la manivelle (4).

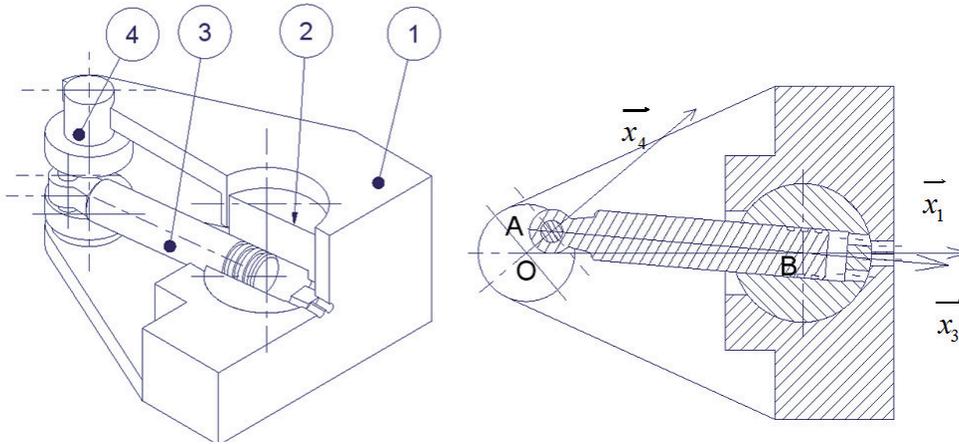


FIGURE 1.1 – Pompe oscillante

La rotation de la manivelle (4) autour de l'axe (O, \vec{x}_1) entraîne dans un mouvement oscillant le piston (3). On note $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_4)$ le paramètre de rotation de la manivelle et $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_3)$ l'angle d'oscillation du piston.

On note $\vec{OA} = e \cdot \vec{x}_4$ (e excentration), $\|\vec{OB}\| = \ell_0$ et $\lambda = \|\vec{AB}\|$. La section du piston est S .

B. Questions

- Q1. Tracer le graphe de structure, préciser les liaisons et les torseurs cinématiques.
- Q2. Préciser le nombre d'inconnues cinématiques et le nombre cyclomatique.
- Q3. Évaluer le degré de mobilité du mécanisme.
- Q4. Calculer le degré d'hyperstaticité.
- Q5. Justifier vos résultats.
- Q6. Tracer le schéma cinématique 3D, écrire les torseurs cinématiques.
- Q7. Proposer une ou plusieurs solutions pour rendre le mécanisme isostatique.

Le joint de Koenig permet réaliser un accouplement entre deux arbres coplanaires faisant un angle non nul. Il est constitué de deux manchons, un relié à l'arbre d'entrée, l'autre à l'arbre de sortie et de 3 paires de biellettes articulées. Il est principalement utilisé en robotique pour ses grandes capacités angulaires $-135^\circ \leq \alpha \leq 135^\circ$.

Un couple moteur $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{x}_0$ est appliqué sur l'arbre d'entrée, un couple résistant $\vec{C}_r = C_r \cdot \vec{u}_0$ sur l'arbre de sortie. On note $\omega_1 = \frac{d\theta_1}{dt}$ la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée (supposée constante) et $\omega_2 = \frac{d\theta_2}{dt}$ celle de l'arbre de sortie.

Le schéma cinématique présente la structure du mécanisme (une seule paire de biellette est représentée).

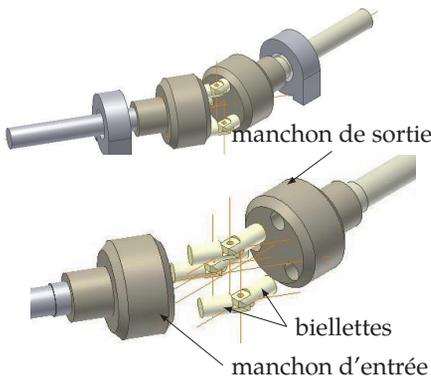


FIGURE 1.2 – Joint de Koenig

Paramétrage

- $\mathcal{B}_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et $\mathcal{B}_{u0} = (\vec{u}_0, \vec{v}_0, \vec{z}_0)$ deux bases associées au bâti 0 avec $(\vec{x}_0, \vec{u}_0) = \alpha$ et $\alpha \neq 0$;
- $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ une base associée à l'arbre d'entrée 1 avec $(\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = \theta_1$;
- $\mathcal{B}_2 = (\vec{u}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ une base associée à l'arbre de sortie 2 avec $(\vec{v}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2) = \theta_2$;
- $\vec{O}_1\vec{A}_1 = R \cdot \vec{y}_1, \vec{O}_2\vec{A}_2 = R \cdot \vec{y}_2$;
- $\vec{O}\vec{O}_1 = -a \cdot \vec{x}_0, \vec{O}\vec{O}_2 = a \cdot \vec{u}_0$;
- $\vec{Q}\vec{A}_1 = -c_1 \cdot \vec{x}_0$ et $\vec{Q}\vec{A}_2 = c_2 \cdot \vec{u}_0$.

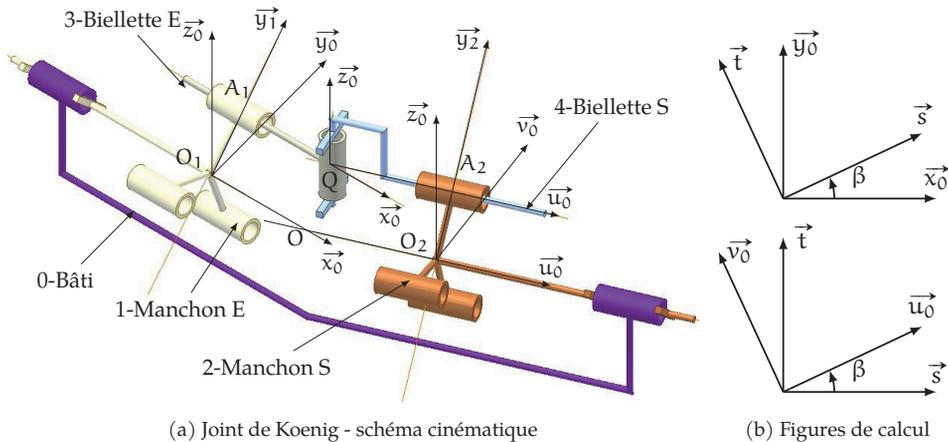


FIGURE 1.3 – Joint de Koenig

Dans un premier temps, nous ne considérerons qu'une seule paire de biellettes. On suppose que $\alpha \neq 0^\circ$.

Q1. Écrire la fermeture géométrique. En déduire la relation entre θ_1 et θ_2 puis c_1 et c_2 en fonction de θ_1 et β . Il sera judicieux d'utiliser comme base de projection, la base médiane $\mathcal{B}_m = (\vec{s}, \vec{t}, \vec{z}_0)$ défini par la figure 1.3b.

Q2. On dit qu'un joint de transmission est homocinétique lorsque la vitesse d'entrée et sortie ne dépendent pas du temps. Le joint de Koenigs est-il homocinétique?

Q3. Quelle est la trajectoire du point Q ?

Q4. Tracer le graphe des liaisons (une seule paire de biellettes), identifier les liaisons. Évaluer le degré d'hyperstaticité et de mobilité.

On souhaite maintenant vérifier que le joint est capable de transmettre un couple et déterminer la relation entre C_m et C_r et déterminer les différentes inconnues de liaisons.

On note $\{\mathcal{A}_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_P$ le torseur des actions transmissibles par la liaison entre les solides i et j en P dans la base $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$.

Q5. Combien d'équilibres est-il nécessaire d'écrire pour déterminer toutes les inconnues de liaison ?

Q6. Écrire successivement le PFS sur (3), (4), (1), (2). À chaque étape il sera judicieux de simplifier les torseurs d'actions de liaison. Vérifier que toutes les inconnues de liaisons sont déterminables et en déduire la relation entre le couple moteur C_m et le couple résistant C_r .

Q7. Que se passe-t-il si $\alpha = 0^\circ$?

Nous allons maintenant considérer les 3 paires de biellettes.

Q8. Évaluer sans calcul le degré de mobilité et le degré d'hyperstaticité.

Q9. Pouvez-vous identifier l'origine de l'hyperstaticité ?

Exercice 3 - Portail basculant

Corrigé page 29

Le portail basculant (1), de hauteur h et largeur ell , est guidé dans des rails verticaux et horizontaux solidaires des murs (0) par l'intermédiaire de galets en A_1, A_2, B_1 et B_2 .

Chaque liaison élémentaire galet-rail est modélisée par une liaison sphère-cylindre.

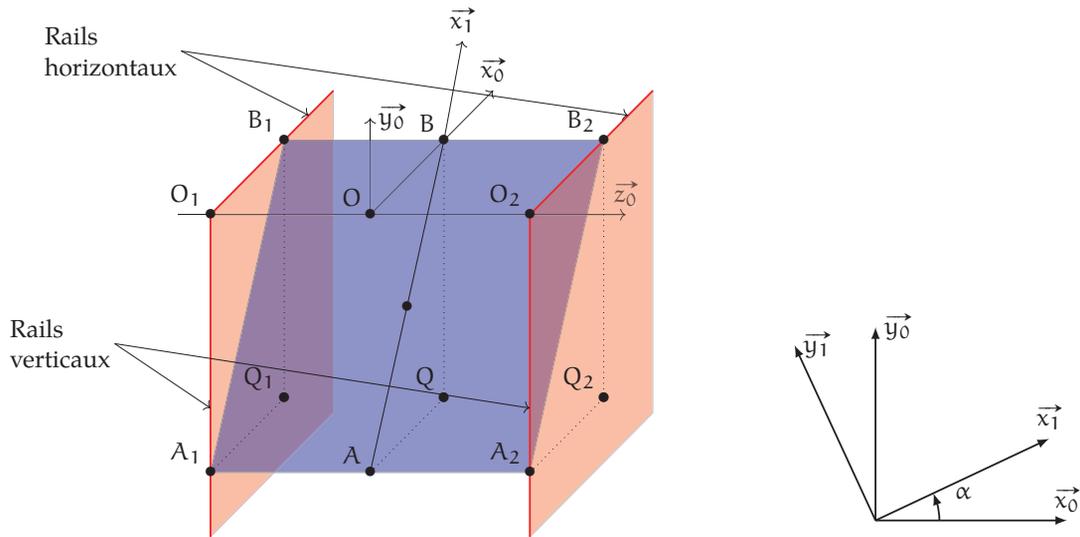


FIGURE 1.4 – Portail basculant

On note

- O_1 (respectivement O_2) l'intersection des deux rails;
- Q_1 (respectivement Q_2) le quatrième sommet du parallélogramme $A_1 O_1 B_1 Q_1$;
- A, B et Q les milieux respectifs de $A_1 A_2, B_1 B_2$ et $Q_1 Q_2$;
- $\vec{AG} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \vec{x}_1$.

Q1. Tracer le graphe des liaisons du portail basculant, préciser les torseurs cinématiques et d'actions de liaison.

rotation du tube tournant (S_2) par rapport au caisson doit permettre l'orientation des roues pour la direction de l'appareil lors des manœuvres au sol. La commande de cette rotation est réalisée par une crémaillère agissant sur un secteur denté du tube tournant. Ce dispositif de commande n'est pas représenté et ne sera pas pris en considération.

Afin d'assurer la suspension du train avant, les roues sont montées sur la tige coulissante (S_3) en liaison pivot glissant avec le tube tournant. Le compas composé des 2 pièces principales, le compas supérieur (S_4) et le compas inférieur (S_5), permet alors de transmettre le mouvement de rotation du tube tournant à la tige coulissante en laissant libre le mouvement de translation.

Une contrefiche composée des 2 bras (S_6) et (S_7) sert à reprendre les efforts exercés sur le train et à le maintenir déployé. Elle est équipée d'un dispositif de verrouillage empêchant son repli involontaire.

Q1. Effectuez le graphe des liaisons de cette modélisation.

Q2. Donnez le degré d'hyperstatisme pour le sous-ensemble $\{(S_0); (S_1); (S_6); (S_7)\}$.

Q3. Donnez le degré d'hyperstatisme pour le sous-ensemble $\{(S_2); (S_4); (S_5); (S_3)\}$.

Q4. Donnez le degré d'hyperstatisme et de mobilité de l'ensemble.

Exercice 5 - Vanne robinet

Corrigé page 31

A. Description

Le mécanisme étudié est une vanne installée sur un circuit hydraulique.

Le volant entraîne la vis de commande en rotation par rapport au corps (liaison pivot). Le volant et la vis sont en liaison complète (encastrement). La vis de commande entraîne par l'intermédiaire d'une liaison hélicoïdale le pointeau. Celui-ci coulisse sans tourner par rapport au corps (liaison glissière).

Le mécanisme est décrit par le schéma cinématique de la figure 1.6b.

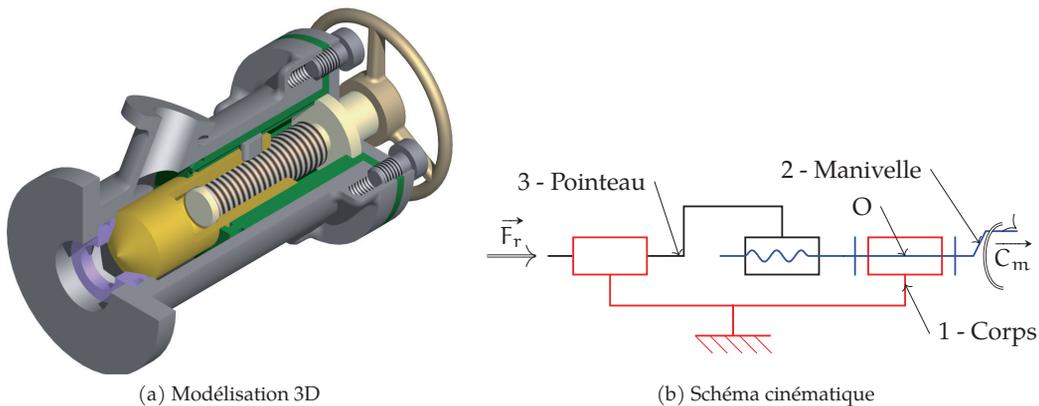


FIGURE 1.6 – Vanne

On se propose de déterminer par une étude statique et un étude cinématique le degré de mobilité et le degré d'hyperstaticité de ce mécanisme.

B. Modélisation du mécanisme

Q1. Tracer le graphe de structure du mécanisme.

Q2. Préciser les torseurs cinématiques et les torseurs des actions transmissibles.

Q3. Préciser le nombre cyclomatique, le nombre d'inconnues cinématique et le nombre d'inconnues de liaison.

C. Étude statique

Q4. Préciser les actions mécaniques extérieures. Placer les actions sur le graphe de structure.

Q5. Écrire les équations de l'équilibre des solides (2) et (3).

Q6. Écrire le système d'équations traduisant l'équilibre. Que peut-on dire du rang du système?

Q7. Est-il possible de déterminer toutes les inconnues de liaisons ? Déterminer la relation entre C_m et F_r .

Q8. Déduire des équations supplémentaires le degré de mobilité du système.

Q9. Quel est l'effet du degré d'hyperstaticité sur la réalisation du mécanisme ?

D. Étude cinématique

Reprendre l'étude à partir d'un point de vue cinématique.

Q10. Écrire la fermeture cinématique.

Q11. Déterminer le rang du système, en déduire le degré de mobilité.

Q12. Déduire des équations supplémentaires le degré d'hyperstaticité.

Exercice 6 - Palpeur de machine à mesurer tridimensionnelle

Corrigé page 34

A. Présentation

Une machine à mesure tridimensionnelle (MMT) est une machine capable de relever les dimensions d'une pièce.

Un palpeur se déplace (manuellement, de manière motorisée ou automatiquement sur les MMT à commande numérique) grâce à trois glissières (parfaites... pas de jeu, pas de frottements) de directions orthogonales et vient au contact des surfaces réelles.

Lors de chaque accostage, le calculateur mémorise les coordonnées X, Y et Z du centre de la sphère de palpée.

Les points palpés permettent de déterminer une image de la surface réelle.

À partir des coordonnées saisies, le logiciel de traitement des données va reconstituer la forme de la pièce et comparer les dimensions relevées aux dimensions imposées par le cahier des charges (le dessin coté de la pièce).

B. Palpeur à déclenchement

Le palpeur est dans la chaîne de mesure de la MMT le constituant qui va déclencher l'enregistrement de la position du point de mesure.

Nous allons nous intéresser ici, à la tête de mesure à déclenchement « Renishaw » (figure 1.8).

La tête de palpée est constituée d'un palpeur, d'une couronne et d'un ressort.

Le palpeur est positionné sur la couronne par l'intermédiaire de 3 bras à 120° qui appuient chacun sur deux portées sphériques.

À l'extrémité de la tige du palpeur est montée une sphère en rubis qui vient en contact avec la pièce à mesurer.

Un ressort assure le maintien du contact entre le palpeur et la couronne.

La figure 1.9 précise la modélisation cinématique de la liaison entre le palpeur (noté 1 pour la suite) et la couronne (0).

Le modèle choisi pour le contact entre un bras du palpeur et la couronne est une liaison sphère-cylindre.

Q1. Tracer le graphe de structure. Préciser les torseurs cinématiques.

Q2. Par une étude cinématique déterminer la liaison équivalente entre le palpeur (1) et la couronne (0).

Q3. L'association de ces trois liaisons est-elle mobile, immobile, isostatique ou hyperstatique ?

Conclure.



FIGURE 1.7 – Machine à mesurer

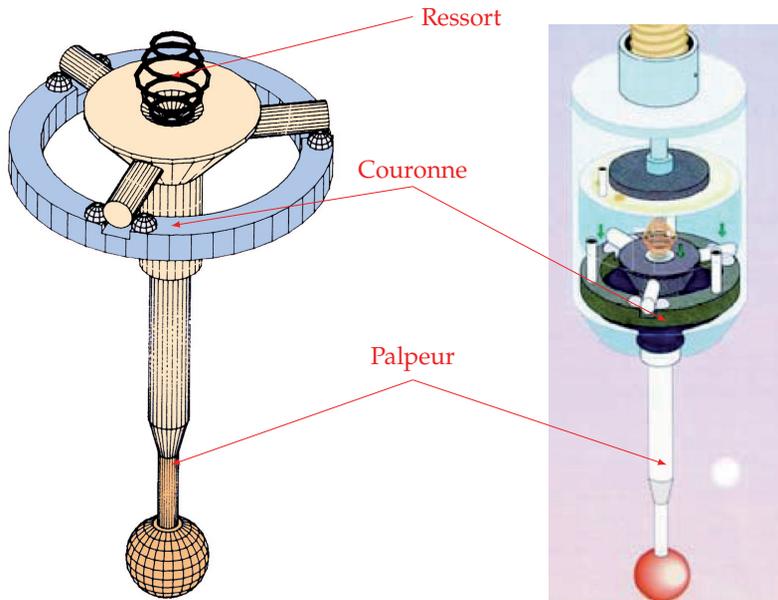


FIGURE 1.8 – Tête de palpé Renishaw

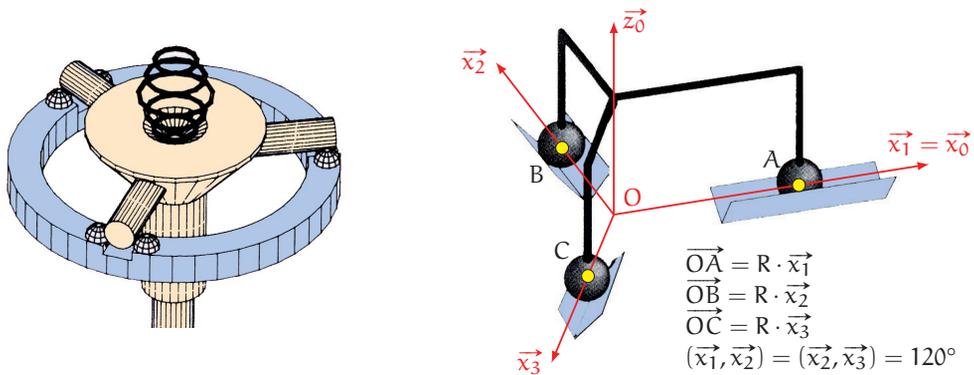


FIGURE 1.9 – Modélisation cinématique de la tête

Exercice 7 - Robot Skypod

Extrait et adapté du Capet 2020

Corrigé page 35

A. Données

Le robot Skypod dispose de deux roues motrices et deux roues omnidirectionnelles réparties de façon symétrique (figures 1.10a et 1.10b) pour effectuer ses déplacements horizontaux et accéder aux stations de préparation de commandes.

Le support de roues embarquant la charge totale c'est-à-dire le poids du robot lui-même, le poids du bac ainsi que le poids du chargement, est constitué de trois éléments (1, 2 et 3) comme le montre la figure 1.11. La solution retenue doit permettre d'assurer l'appui au sol (0) des quatre roues quelle que soit la situation.

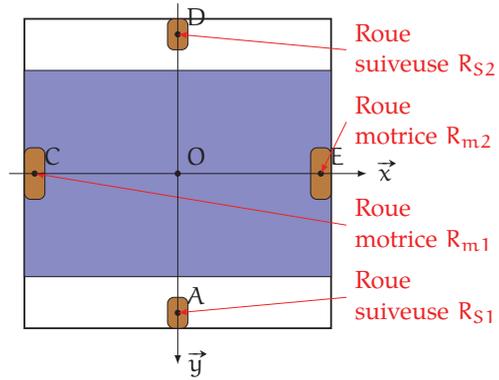
B. Modélisation cinématique

Q1. Tracer le graphe de structure du mécanisme {0,1,2,3} en précisant les liaisons.

Q2. Préciser le nombre d'inconnues cinématiques et le nombre d'inconnues d'action de liaisons.



(a) Robot au sol



(b) Vue de dessus du robot

FIGURE 1.10 – Robot Skypod

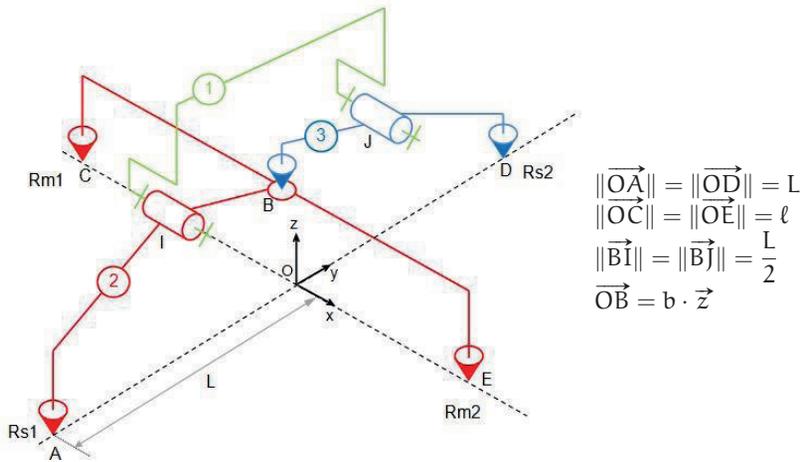


FIGURE 1.11 – Schéma cinématique du robot Skypod

Q3. Sans écrire les différentes équations d’une étude cinématique, que peut-on dire du degré de mobilité m de ce mécanisme? Préciser les degrés de mobilités.

Q4. Déterminer par la méthode de votre choix, la liaison équivalente entre le solide (2) et le sol (0).

C. Détermination des actions de liaison

On se propose maintenant de vérifier que les quatre roues supportent une partie de la charge et qu’il est possible de déterminer les différentes actions de liaisons.

On note G le centre d’inertie de la charge transportée et du chariot (solide (1)) de masse M, avec $\vec{OG} = X_G \cdot \vec{x} + Y_G \cdot \vec{y} + Z_G \cdot \vec{z}$.

On considère que le chariot est posé immobile sur un sol (0) horizontal.

Q5. Compléter le graphe de structure en plaçant les actions mécaniques.

Q6. Est-il a priori possible de déterminer toutes les actions de liaisons?

Q7. On isole dans un premier temps l’ensemble $\Sigma_1 = \{1, 2, 3\}$. Écrire les équations du PFS. Peut-on déterminer complètement les actions du sol sur les roues?

Q8. On considère maintenant le solide (3), écrire les équations de l’équilibre.

Q9. Justifier qu’il suffit d’isoler (1) pour obtenir les 6 dernières équations d’équilibre. Écrire les équations de l’équilibre.