

PARTIE A

REPONSE AEROELASTIQUE DES SURFACES PORTANTES

Chapitre I

REPONSE STATIQUE DES AILES

Le problème fondamental de l'aéroélasticité statique consiste en la détermination de la configuration finale qui résulte de l'interaction des déformations structurelles et de la distribution des forces aérodynamiques. Cette configuration peut être aussi bien stable qu'instable, ce deuxième cas étant l'objet de la Partie B de cet ouvrage.

Du point de vue des calculs, la nature statique de phénomènes entraîne trois grandes simplifications :

- les variables indépendantes n'incluent pas le temps ;
- l'expression des forces aérodynamiques est celle d'un état stationnaire, bien plus simple que l'instationnaire ;
- plus encore que dans les problèmes dynamiques, les problèmes statiques se manifestent dans des structures minces et très allongées, pour lesquelles on dispose de théories moins complexes dans le domaine structurel ainsi qu'aérodynamique.

Dès que les phénomènes aéroélastiques découlent de l'action simultanée de forces de natures différentes sujettes à des processus de rétroaction (*feedback*), il convient de les représenter au moyen de schémas fonctionnels. Ceux-ci ont été introduits pour la première fois par Y.C. Fung en 1955 sous le nom de *diagrammes fonctionnels* car chacun des cartouches représente une fonction typique de la structure.

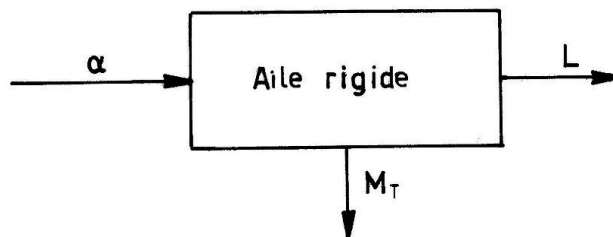


Figure I.1 - Diagramme fonctionnel d'une aile rigide dans un écoulement stationnaire

On considère, par exemple, le cas d'une aile rigide. N'étant pas déformable, la seule fonction qu'elle peut exercer, si elle est supposée à l'arrêt, est d'ordre aérodynamique : si son incidence α est imposée (entrée, ou *input*), l'aile engendre la portance L et un moment M_T par rapport à un point T (sortie, ou *output*). Le diagramme fonctionnel de la figure I.1 exprime tout ceci de façon synthétique : la production de la portance et du moment aérodynamique est donc la *fonction* de l'aile rigide. Si, toutefois, l'aile est déformable, une fonction de nature élastique apparaît également, consistante en la production d'une rotation ϑ suite à l'application d'un moment de torsion. Si maintenant on assimile ce moment à M_T , un nouveau diagramme fonctionnel représentant l'aile

élastique se place en série avec le premier, et sa sortie ϑ s'ajoute à l'incidence α , engendrant la nouvelle entrée $\alpha + \vartheta$ dans la fonction aérodynamique¹.

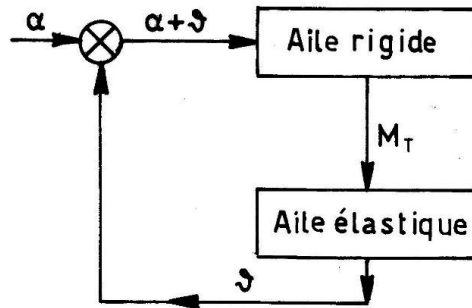


Figure I.2 - Diagramme fonctionnel d'un phénomène de réponse aéroélastique statique

La synthèse des fonctions aérodynamique et élastique constitue un circuit fermé, ou rétroactif, dans lequel à une incidence α , correspond une déformation ϑ qui, à son tour, modifie α . La figure I.2 représente cette interaction : elle montre un processus générique aéroélastique statique, ainsi désigné car on suppose que la configuration déformée est constante dans le temps. La figure I.2 est donc l'interprétation graphique d'un problème d'équilibre élastique statique soutenu par l'action des forces aérodynamiques, dont la solution, notamment la *réponse aéroélastique statique*, est la déformation ϑ .

Mais en dernière instance les problèmes aéroélastiques doivent être traduits en équations résolubles par des moyens analytiques ou numériques. Un pas en avant consiste dans le remplacement des cartouches des diagrammes fonctionnels par des *opérateurs*, parmi lesquels il est possible d'écrire des relations formelles. Au sens large un opérateur est une relation d'un type quelconque qui, appliquée à une grandeur d'entrée X_i , en produit une de sortie X_o . On écrit symboliquement cela sous la forme :

$$X_o = O(X_i)$$

équivalente à un diagramme fonctionnel avec les mêmes entrées et sorties. On a alors :

- des opérateurs structurels O_S où l'entrée est un déplacement² q et la sortie une réaction élastique Q^S :

$$Q^S = O_S(q)$$

Dans le cas le plus simple O_S est la multiplication par la raideur d'un ressort.

- Des opérateurs aérodynamiques O_A , où l'entrée est encore un déplacement q mais la sortie est une force aérodynamique Q^A :

$$Q^A = O_A(q)$$

¹ En général L contribue également à la torsion. Il est toutefois toujours possible de choisir le point T de telle façon que cela n'arrive pas et que ϑ est produit uniquement par M_T

² Ici les déplacements, qu'ils soient linéaires ou angulaires, doivent être pris au sens généralisé ainsi que les forces, qu'ils soient torques ou des moments. Le cas échéant, le symbole q peut aussi représenter les dérivées temporelles ou spatiales de ces déplacements.

Un exemple élémentaire est la multiplication pour la pente de portance d'un profil alaire qui relie L à α .

Outre les forces qu'on peut exprimer par des opérateurs appliqués aux déplacements q , il y a aussi des forces externes indépendantes de l'état de déformation du système, comme par exemple les charges de manœuvre, poids, charges aérodynamiques liés à la configuration rigide etc... Ces forces sont habituellement connues en avance et on les désigne par le symbole Q^E .

On peut alors exprimer le plus généralement l'équilibre aéroélastique statique par la relation :

$$Q^A + Q^E = Q^S \quad (1.1)$$

où Q^S est placé dans le membre de droite parce qu'il exprime le rappel élastique en réaction au charges appliqués. En introduisant les opérateurs on obtient enfin :

$$O_A(q) + Q^E = O_S(q) \quad (1.2)$$

Cette relation est une équation dont q est l'inconnue. Sa résolution fournit la réponse aéroélastique statique en termes de déplacement ou de déformation. L'application à q des opérateurs Q^A et Q^S donne ensuite les réponses en termes de forces aérodynamiques et réactions structurelles développées par le système déformé.

1. THEORIE DE LA SECTION ALAIRE

On considère le cas bidimensionnel, notamment celui d'un profil, ou section alaire, supposé faisant partie d'une aile d'allongement infini. Par rapport au cas spatial le traitement qui en résulte est très simplifié pour deux raisons : on néglige les effets de l'induction aérodynamique le long de l'envergure alaire et on réduit le modèle structurel de l'aile à un simple ressort. Néanmoins ce traitement fait émerger des informations importantes que l'étude de l'aile d'allongement fini améliorera et complétera, mais ne contredira pas.

Par ailleurs, la théorie bidimensionnelle a été largement utilisée vers le milieu du 20^{ème} siècle, époque où les calculs numérique pour les ailes d'allongement fini présentaient encore des difficultés insurmontables. En vue de son utilisation, on appliquait la théorie à une section alaire placée entre 70% et 85% de l'envergure, qu'on appelait *section typique*. Essentiellement, on supposait que les propriétés de cette section s'approchaient suffisamment de celles, moyennes, de toute l'aile. Il s'agit clairement d'une hypothèse tout au plus fondée sur des données statistiques, donc valable pour des configurations qui ne s'écartent pas trop de celles ordinairement retenues. Sous cette réserve, toutefois, la méthode de la section typique fonctionne mieux que ce que l'on pourrait escompter, compte tenu de son extrême simplicité.

On fait précéder le sujet par quelques notions d'aérodynamique des profils alaires à l'arrêt dans un écoulement stationnaire avec un accent particulier sur les aspects les plus pertinents pour l'aéroélasticité et sur les formules les plus utiles pour des évaluations numériques rapides, en restant dans le cadre des approximations faites.

1.1 Rappel de l'aérodynamique stationnaire des profils d'aile

Du point de vue qualitatif le comportement d'un profil alaire mince est bien décrit par celui (analytiquement déductible) d'une plaque plane en incidence, bien que le comportement réel de celle-ci soit très éloigné de la théorie. Il y a toutefois deux raisons pour lesquelles les résultats de la plaque plane ont aussi une valeur indicative pour les profils.

- Au sein du domaine linéaire, où les profils sont minces, peu cambrés et placés à faible incidence (par ailleurs, une situation très importante en aéroélasticité) il est possible de décomposer l'action aérodynamique en une somme de trois contributions, dont la première est due à l'épaisseur, la deuxième à la cambrure et la troisième à l'incidence. La première contribution est symétrique et n'engendre pas de portance : donc elle ne produit pas d'effet aéroélastiques. Si, comme supposé, la cambrure est petite, la deuxième contribution est négligeable comparée à la troisième. Etudier le champ aérodynamique comme s'il était produit par une plaque plane coïncidente avec la corde du profil et placée à sa même incidence, signifie alors avoir sélectionné les aspects dominants pour l'aéroélasticité et atteindre des résultats qualitativement bien approximés.
- Il suffirait d'arrondir le bord d'attaque de la plaque plane pour la transformer en un profil mince. Cette petite modification rendrait les résultats utilisables, quoique uniquement dans un domaine d'incidence bien au-dessous de celle de décrochage.

a) Profil sans volet

On exprime la portance L et le moment aérodynamique M d'un profil placé à l'incidence α (mesurée entre la direction de portance nulle et celle de la vitesse \mathbf{V}_∞ de l'écoulement non perturbé) au moyen des coefficients adimensionnels C_L et C_M

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 l} \quad C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 l^2}$$

où ρ_∞ est la masse volumique de l'air et l la corde du profil. Concernant M , positif à cabrer, il est calculé par rapport à un point convenablement choisi. On définit également un coefficient de pression :

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2}$$

La pente de portance

$$C'_L = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$$

est constante dans la région linéaire de la courbe $C_L = C_L(\alpha)$, où l'on peut écrire :

$$C_L = C'_L \alpha$$

La valeur théorique de C'_L pour la plaque plane est 2π . Bien que pour un profil générique elle soit un peu plus basse, ses valeurs demeurent néanmoins comprises entre 4 et 6.

La portance et le moment constituent le système résultant de la somme des pressions aérodynamiques agissantes sur le profil. Les points caractéristiques de ce système sont :

- Le *foyer*, ou *centre aérodynamique*, à savoir le point F par rapport auquel le moment aérodynamique est indépendant de l'incidence ;
- Le *centre de poussée*, à savoir le point par rapport auquel le moment aérodynamique est nul. Le centre de poussée est le point d'application de la résultante des pressions et, contrairement au foyer, sa position change avec l'incidence.

Le foyer et le centre de poussée d'une plaque plane en régime subsonique coïncident et se placent tous les deux au quart de la corde. Dans ce cas la valeur de C_M par rapport à un point générique A de la corde est donnée par la relation :

$$C_{MA} = C_L \left(\frac{x_A}{l} - \frac{1}{4} \right) \quad (1.3)$$

où l'abscisse x_A est mesurée à partir du bord d'attaque. Dans un profil différent de la plaque plane, les positions du foyer et du centre de poussée divergent, bien que demeurant toutes les deux voisines de 25% de la corde.

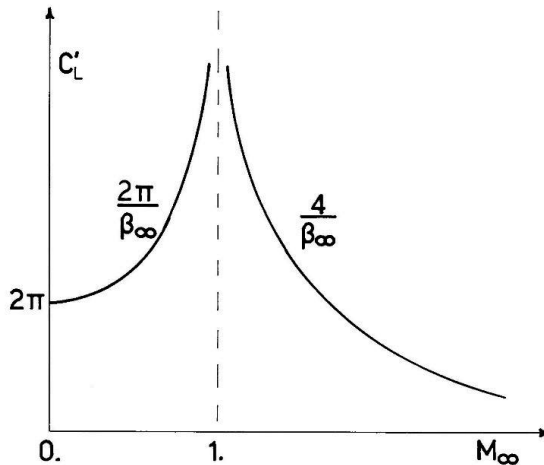


Figure 1.3 - Pente de portance d'une plaque plane en fonction du nombre de Mach

En régime compressible linéaire (c'est-à-dire à l'exclusion de la plage $0,6 < M_\infty < 1,3$ qui correspond approximativement au régime transsonique) le paramètre suivant joue un rôle :

$$\beta_\infty = \sqrt{|1 - M_\infty^2|} \quad (1.4)$$

M_∞ étant le nombre de Mach de l'écoulement non perturbé. Si celui-ci est subsonique, on peut calculer les coefficients aérodynamiques tout simplement en divisant leurs valeurs incompressibles par β_∞ (*règle de Prandtl-Glauert*). En particulier la pente de portance de la plaque plane est :

$$C'_L = \frac{2\pi}{\beta_\infty}$$

Si en revanche l'écoulement est supersonique, on utilise la *règle d'Ackeret*. Pour une plaque plane elle est exprimée par les formules :

$$C_L = \frac{4\alpha}{\beta_\infty} ; \quad C'_L = \frac{4}{\beta_\infty}$$

La figure I.3 montre la pente de portance de la plaque plane en fonction du nombre de Mach. On remarque que C'_L tend vers l'infini si M_∞ avoisine la valeur unitaire, que ce soit du côté subsonique ou supersonique. En réalité ce comportement n'a pas de sens physique, n'étant que le produit fictif des linéarisations implicites dans les règles de Prandtl-Glauert et d'Ackeret. En effet le régime transsonique est intrinsèquement non-linéaire : la montée des valeurs de C'_L au voisinage de $M_\infty = 1$ sur la figure I.3 indique toutefois l'existence de sollicitations très fortes dans le domaine transsonique¹.

Une caractéristique importante du régime supersonique est que le centre de poussée (ainsi que le foyer pour une plaque plane) se place à demi-corde. La relation (I.3) doit alors être remplacée par :

$$C_{MA} = C_L \left(\frac{x_A}{l} - \frac{1}{2} \right) \quad (I.5)$$

Etant indépendant de l'incidence, le moment M_F par rapport au foyer et son coefficient C_{MF} sont les grandeurs utilisées habituellement en aérodynamique pour caractériser les performances d'un profil. Comme on le verra plus avant, toutefois, en aéroélasticité il est plus approprié d'utiliser le moment aérodynamique rapporté au centre de torsion, d'où l'importance des relations (I.3) et (I.5) pour en convertir les valeurs.

b) Profil avec volet

L'effet principal de la déflexion β (positive vers le bas) d'un volet sur le comportement d'un profil est la genèse d'un moment aérodynamique additionnel M_R autour de son axe de charnière R (figure I.4). En désignant par l_R la corde du volet, on introduit le rapport de forme :

$$\lambda_R = \frac{l_R}{l}$$

Pour une description complète du système des forces agissantes sur le profil, il faut aussi introduire deux nouveaux coefficients :

- le coefficient de la portance du volet $C_{LR} = \frac{L_R}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 l_R}$
- le coefficient du moment de charnière $C_{MR} = \frac{M_R}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 l_R^2}$

¹ D'où l'expression *mur du son*, née à l'époque où les équations linéarisées étaient les seules qu'il était possible de traiter. Les ingénieurs étaient amenés à croire que, si l'avion approchait la célérité du son, les sollicitations structurelles devenaient tellement élevées qu'il n'était pas possible de dépasser cette vitesse.

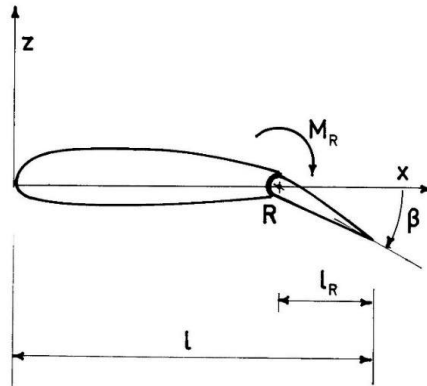


Figure 1.4 - Profil ailaire avec volet

l_R étant la fraction de la portance agissante sur le seul volet. Si α et β sont suffisamment petits pour permettre une formulation linéaire, on peut écrire :

$$c_L = \frac{\partial c_L}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial c_L}{\partial \beta} \beta ; \quad c_M = \frac{\partial c_M}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial c_M}{\partial \beta} \beta$$

$$c_{LR} = \frac{\partial c_{LR}}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial c_{LR}}{\partial \beta} \beta ; \quad c_{MR} = \frac{\partial c_{MR}}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial c_{MR}}{\partial \beta} \beta$$

(il est évident que $\partial c_M / \partial \alpha = 0$ si le moment aérodynamique est calculé par rapport au foyer). La plaque plane équipée d'un volet est représentée par une ligne brisée : la théorie classique de Glauert permet alors le calcul de la variation de charge locale¹ adimensionnelle $\partial \Delta c_p$ engendrée par une déflexion positive infinitésimale $\partial \beta$.

Le résultat est représenté sur la figure 1.5 : hormis les singularités à $x = 0$ et $x = x_R$ engendrées par la linéarisation, le domaine hachuré montre la charge sur le volet. Celle-ci étant positive, sa contribution au moment de tangage est négative (c'est-à-dire à piquer). De la théorie de Glauert on tire aussi les expressions des dérivées de tous les coefficients aérodynamiques en fonction du rapport de forme λ_R . Eu égard au fait que deux d'entre elles seront utilisées dans les paragraphes qui suivent, on les reporte ici :

$$\frac{\partial c_L}{\partial \beta} = \frac{2}{\pi} C'_L [\sqrt{\lambda_R(1-\lambda_R)} + \sin^{-1} \sqrt{\lambda_R}] \quad (1.6a)$$

$$\frac{\partial c_M}{\partial \beta} = -2 \left[\sqrt{\lambda_R(1-\lambda_R)^3} \right] < 0 \quad (1.6b)$$

où $C'_L = \partial c_L / \partial \alpha$ comme d'habitude. La valeur intrinsèquement négative de la dérivée $\partial c_M / \partial \beta$ est l'expression mathématique du fait qu'une déflexion positive du volet engendre un moment de tangage négatif. Comme pour le profil sans volet, la règle de Prandtl-Glauert

¹ On appelle *charge locale* la différence de pression entre un point de l'intrados et le point correspondant de l'extrados.