

Table des matières

Introduction

La démarche scientifique..... 7

- ① Compétences de la classe de Terminale générale (Maths expertes).....8
- ② Récapitulatif des exercices illustrant les compétences.....11

Chapitre 1

Nombres complexes : point de vue algébrique13

Cours 14

- ① Ensemble \mathbb{C} des nombres complexes. Partie réelle et partie imaginaire. Opérations14
- ② Conjugaison. Propriétés algébriques.....15
- ③ Inverse d'un nombre complexe non nul15
- ④ Formule du binôme dans \mathbb{C}15

Démonstrations exigibles..... 16

Exercices..... 19

Exercices-bilan..... 21

Corrigé des exercices..... 22

Corrigé des exercices-bilan..... 24

Chapitre 2

Nombres complexes : point de vue géométrique 27

Cours 28

- ① Image d'un nombre complexe. Image du conjugué. Affixe d'un point, d'un vecteur28

- ② Module d'un nombre complexe. Interprétation géométrique.....29

- ③ Relation $|z|^2 = z\bar{z}$. Module d'un produit, d'un inverse.....29

- ④ Ensemble \mathbb{U} des nombres complexes de module 1. Stabilité de \mathbb{U} par produit et passage à l'inverse.....29

- ⑤ Arguments d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique.....30

- ⑥ Forme trigonométrique.....30

Démonstrations exigibles..... 31

Exercices..... 33

Exercices-bilan..... 35

Corrigé des exercices.....37

Corrigé des exercices-bilan..... 41

Chapitre 3

Nombres complexes et trigonométrie 47

Cours 48

- ① Formules d'addition et de duplication à partir du produit scalaire 48

- ② Exponentielle imaginaire, notation $e^{j\theta}$. Relation fonctionnelle. Forme exponentielle d'un nombre complexe 48

- ③ Formules d'Euler (1707-1783).....49

- ④ Formules de Moivre (1667-1754)49

Démonstration exigible..... 49

Exercices..... 50

Exercices-bilan	52
Corrigé des exercices	53
Corrigé des exercices-bilan	58

Chapitre 4

Équations polynômiales 63

Cours 64

- ① Solutions complexes d'une équation du second degré à coefficients réels 64
- ② Factorisation de $z^n - a^n$ par $z - a$ 64
- ③ Factorisation du polynôme P par $z - a$ lorsque $P(a) = 0$ 64
- ④ Théorème d'Alembert-Gauss 65

Démonstrations exigibles 65

Exercices 67

Exercices-bilan 69

Corrigé des exercices 70

Corrigé des exercices-bilan 73

Chapitre 5

Utilisation des nombres complexes en géométrie 77

Cours 78

- ① Interprétation géométrique du module et d'un argument de $\frac{c-a}{b-a}$ 78
- ② Racines n -ièmes de l'unité. Description de l'ensemble \mathbb{U}_n des racines n -ièmes de l'unité. Représentation géométrique. Cas particuliers : $n = 2, 3, 4$ 78

Démonstration exigible 80

Exercices 81

Exercices-bilan 83

Corrigé des exercices 84

Corrigé des exercices-bilan 89

Chapitre 6

Arithmétique 93

Cours 94

- ① Divisibilité dans \mathbb{Z} 94
- ② Division euclidienne d'un élément de \mathbb{Z} par un élément de \mathbb{N}^* 94
- ③ Congruences dans \mathbb{Z} . Compatibilité des congruences avec les opérations 94
- ④ PGCD de deux entiers. Algorithme d'Euclide 95
- ⑤ Couples d'entiers premiers entre eux 95
- ⑥ Théorème de Bézout 95
- ⑦ Théorème de Gauss 95
- ⑧ Nombres premiers. Leur ensemble est infini 96
- ⑨ Existence et unicité de la décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers 96
- ⑩ Petit théorème de Fermat 96

Démonstration exigible 97

Exemples d'algorithmes 99

Exercices 100

Exercices-bilan 103

Corrigé des exercices 104

Corrigé des exercices-bilan 107

Chapitre 7

Graphes et matrices 111

Cours 112

- ① Graphes, sommets, arêtes. Exemple du graphe complet 112
- ② Sommets adjacents, degré, ordre d'un graphe, chaîne, longueur d'une chaîne, graphe connexe 112

<p>③ Notion de matrice (tableau de nombres réels). Matrice carrée, matrice colonne, matrice ligne. Opérations. Inverse, puissances d'une matrice carrée.....113</p> <p>④ Exemples de représentations matricielles : matrice d'adjacence d'un graphe ; transformations géométriques du plan ; systèmes linéaires ; suites récurrentes116</p> <p>⑤ Exemples de calcul de puissances de matrices carrées d'ordre 2 ou 3.....117</p> <p>⑥ Suites de matrices colonnes (u_n) vérifiant une relation de récurrence du type $U_{n+1} = AU_n + C$119</p> <p>⑦ Graphe orienté pondéré associé à une chaîne de Markov à deux ou trois états119</p> <p>⑧ Chaîne de Markov à deux ou trois états. Distribution initiale, représentée par une matrice ligne π_0. Matrice de transition, graphe pondéré associé.....120</p>	<p>⑨ Pour une chaîne de Markov à deux ou trois états de matrice P, interprétation du coefficient (i, j) de P^n. Distribution après n transitions, représentée comme la matrice ligne $\pi_0 P^n$121</p> <p>⑩ Distributions invariantes d'une chaîne de Markov à deux ou trois états.....121</p> <p>Démonstrations exigibles..... 122</p> <p>Exercices..... 125</p> <p>Exercices-bilan..... 129</p> <p>Corrigé des exercices 131</p> <p>Corrigé des exercices-bilan137</p> <p>Chapitre 8</p> <p>Problèmes résolus 141</p> <p>Problèmes possibles</p> <p>du chapitre 2..... 142</p> <p>Problèmes possibles</p> <p>du chapitre 4..... 146</p> <p>Problèmes possibles</p> <p>du chapitre 5..... 150</p> <p>Problèmes possibles</p> <p>du chapitre 6 155</p> <p>Problèmes possibles</p> <p>du chapitre 7..... 166</p>
--	---