Chapitre 1

Le courant électrique

1. Courant, tension, puissance

1.1. Courant

● Courant électrique

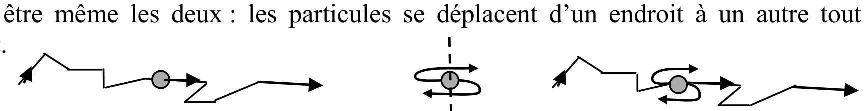
<u>Déplacement de particules chargées</u>

Un courant électrique est un déplacement ordonné de particules chargées.

_ Celui-ci peut se faire d'un endroit à un autre, sous la forme d'une ligne brisée car les particules rencontrent des obstacles (atomes molécules ions immobiles).

_ Il peut être aussi oscillatoire, c'est-à-dire que les particules vibrent sur place.

_ Il peut être même les deux : les particules se déplacent d'un endroit à un autre tout en oscillant.



<u>Conducteurs</u>

On appelle conducteur tout corps, solide, liquide, dans certains cas un gaz, possédant des particules chargées mobiles. Ce sont des électrons, mais aussi des ions positifs ou négatifs, c'est-à-dire des atomes ou molécules ayant perdus ou captés un ou plusieurs électrons.

L'unité de charge est le coulomb, notée [C].

Un électron possède la charge négative q_{e^-} telle que $q_{e^-} = -1{,}6.10^{-19}$ C.

On pose e = $1{,}6.10^{-19}$ C ; e représente la charge électrique élémentaire.

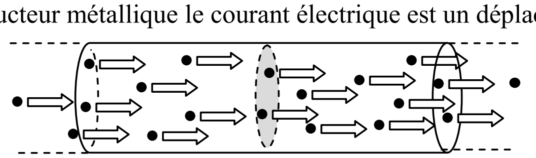
Les ions possèdent une charge qui est un multiple, n, de la valeur e avec n = 1,2 ou 3.

La charge d'un ion positif est q_{ion+} = + n.e. Exemples : H^+, Na^+, Cu^{1+}, Al^{3+}.

La charge d'un ion négatif est $q_{ion-} = -$ n.e. Exemples : Cl^-, $NO_3{}^-$ $SO_4{}^{2-}$.

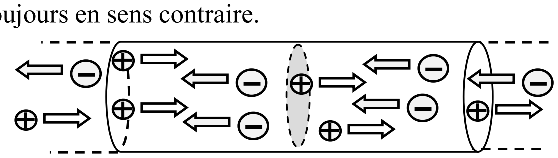
<u>Courant dans un conducteur métallique</u>

Dans un conducteur métallique le courant électrique est un déplacement d'électrons.



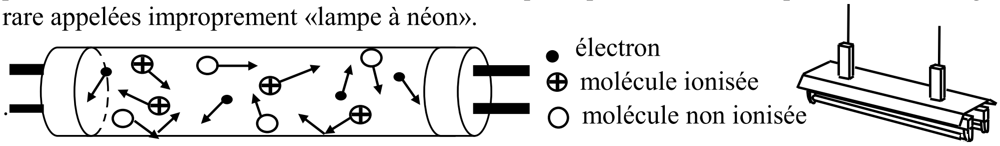
<u>Courant dans un liquide</u>

Dans les liquides le courant électrique est constitué d'ions négatifs et d'ions positifs se déplaçant toujours en sens contraire.



<u>Courant électrique dans un gaz</u>

Dans les conditions habituelles, les gaz sont constitués de molécules qui sont neutres. On peut ioniser un gaz, c'est-à-dire ioniser quelques unes de ses molécules en le soumettant à des tensions très élevées. Ce dernier phénomène est plus facile à réaliser si le gaz est sous faible pression. Dans ces conditions, quelques molécules perdent des électrons. Il apparait des ions positifs et des électrons libres mobiles. C'est ce qui se passe dans les lampes contenant un gaz rare appelées improprement «lampe à néon».



Dans un gaz, un courant électrique est donc un déplacement d'ions positifs et d'électrons libres.

Ordres de grandeur du nombre de particules chargées.

_ Les métaux sont les meilleurs conducteurs. Le nombre d'électrons libres est de l'ordre de 10^{28} électrons/m^3.

_ Les solutions ioniques sont de moins bons conducteurs. Le nombre d'ions mobiles est de l'ordre de 10^{22} ions/m^3 soit 1 million de fois moins qu'un métal.

_ Dans les gaz sous faible pression le nombre d'électrons libres et d'ions mobiles est encore plus bas : de l'ordre de 10^2 particules chargées/m^3 quantité négligeable par rapport au nombre d'électrons libres dans un métal.

● **Intensité du courant électrique**

Sens du courant électrique

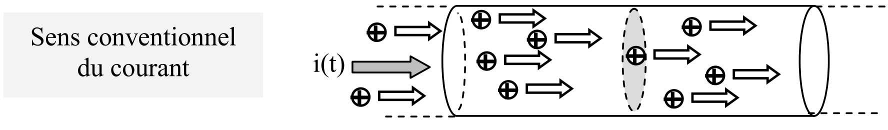
De manière générale, les particules positives et négatives se déplacent en sens inverse les unes des autres. Par convention, on a décidé de donner un sens au courant : c'est le sens de déplacement des particules positives. Ainsi les charges négatives se déplacent en sens inverse du sens conventionnel.

Intensité du courant

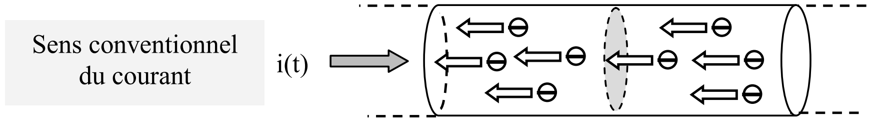
Chaque particule en mouvement possède une charge électrique. L'intensité d'un courant électrique, notée i(t) représente la quantité de charge électrique (exprimée en coulomb) qui a traversé une section du conducteur pendant une durée de 1s. Son unité est l'ampère, notée [A].

_ Le cas d'un déplacement ordonné de charges positives

Si dq_+ (> 0) est la quantité de charge, infiniment petite, qui a traversé une section du conducteur entre les instants t et t + dt, c'est-à-dire pendant la durée infiniment petite dt, l'intensité du courant à l'instant t, notée i(t), c'est-à-dire la charge qui a traversé la section en 1 seconde, a pour expression : $i(t) = \frac{dq_+}{dt}$. On écrit aussi $i(t) = \frac{dq_+(t)}{dt}$ pour montrer que q_+ dépend du temps : q_+ (t).



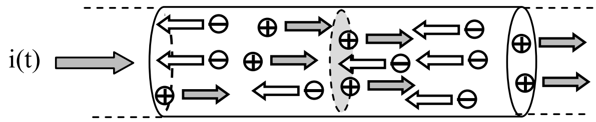
_ Le cas d'un déplacement ordonné de charges négatives



Si dq_- (< 0) est la quantité de charge, infiniment petite, qui a traversé une section du conducteur entre les instants t et t + dt, c'est-à-dire pendant la durée infiniment petite dt, la quantité de charge électrique qui a traversé une section du conducteur en 1 seconde est : $\frac{dq_-}{dt}$.
Mais comme les particules se déplacent en sens inverse du sens conventionnel et qu'elles contribuent tout autant au courant électrique que les particules chargées positivement, on pose que l'intensité du courant, à l'instant t a pour expression : $i(t) = -\frac{dq_-(t)}{dt}$.

_ Le cas d'un déplacement simultané de particules positives et négatives

Sens conventionnel du courant

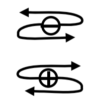


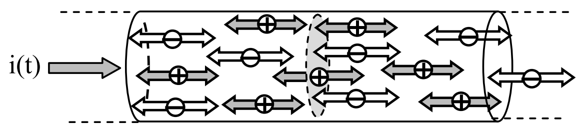
$i(t) = \frac{dq_+(t)}{dt} - \frac{dq_-(t)}{dt} = \frac{d[q_+(t) - q_-(t)]}{dt}$. On pose $q(t) = q_+(t) - q_-(t)$.

$\boxed{i(t) = \frac{dq(t)}{dt}}$

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$; q(t) regroupe les charges positives et négatives.

_ Le cas d'un mouvement oscillatoire de particules chargées
On conserve la même définition de l'intensité du courant. Simplement on sait que les charges négatives oscillent en sens inverse des charges positives





$\boxed{i(t) = \frac{dq(t)}{dt}}$

On rencontrera essentiellement deux types de courant.
Le courant continu dont l'intensité est constante au cours du temps : i(t) = I = constante.
Le courant périodique dont l'intensité i(t), variable, se reproduit identique à elle-même à intervalle de temps régulier appelé la période T : i(t) = i(t + T) = i(t + 2T) = ….= i(t + nT).

Applications numériques

Exemple 1
Un câble métallique est parcouru par un courant électrique que l'on sait composé d'électrons, tel que la charge traversant une section quelconque a pour expression : $q_-(t) = -0{,}5.t$, avec $q_-(t)$ exprimée en coulombs.
Questions
1. Quelle est la valeur de l'intensité du courant i(t) ?
2. Quel est le nombre d'électrons qui circulent chaque seconde à travers une section du câble ?
Réponses
1. $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ avec $q(t) = q_+(t) - q_-(t)$. Dans le cas présent : $q_+(t) = 0$ et $q_-(t) = -0{,}5.t$.
Donc $q(t) = -(-0{,}5.t) = +0{,}5.t$. Ainsi : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = 0{,}5$ A. On est en présence d'un courant d'intensité constante : i(t) = I = 0,5 A = constante.
2. On sait que l'intensité du courant représente le « nombre de coulombs » circulant dans une section pendant 1s. Comme dans un câble, ce sont des électrons qui constituent le courant électrique, si I = 5 A, il a circulé une charge négative de −5 Coulomb en 1.s. On sait que chaque électron porte la charge $q_{e^-} = -e$ avec $e = 1{,}6.10^{-19}$ C. Donc le nombre d'électrons qui a circulé en 1 s est : $n_{\text{électrons}} = \frac{-0{,}5}{-1{,}6.10^{-19}} = 3{,}13.10^{18}$ électrons/seconde. On constate que l'intensité du courant est faible, mais le nombre d'électrons en mouvement infiniment grand.

Exemple 2
Un câble métallique est traversé par un courant alternatif sinusoïdal d'intensité i(t) telle que i(t) = 0,2.cos(314.t).
Question : déterminer l'expression de la charge q(t) qui traverse une section du câble.
Réponse
$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ donc dq(t) = i(t).dt. Entre les instants 0 et t il a circulé la charge $q(t) = \int_0^t i(t).dt$, soit $q(t) = \int_0^t 0{,}2.\cos(314.t).dt = \left[\frac{0{,}2}{314}.\sin(314.t)\right]_0^t = 6{,}40.10^{-4}.\sin(315.t)$. On sait que les charges mobiles sont des électrons : $q(t) = -q_-(t)$. soit $q_-(t) = -6{,}40.10^{-4}.\sin(315.t)$. On

voit bien que la charge en mouvement est périodique. En moyenne, à travers une section elle est nulle, preuve que le mouvement de chaque électron dans le câble est oscillatoire autour d'une position fixée.

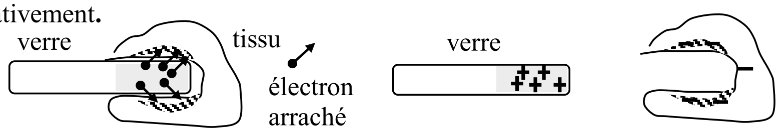
1.2. Champ électrique et différence de potentiel

● Champ électrique

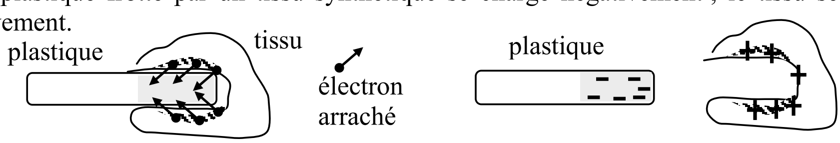
Les objets sont soit neutres, soit chargés positivement ou négativement. Chacun d'eux est caractérisé par sa charge, notée q, positive, négative ou nulle, exprimée en coulombs dont le symbole est [C]. On sait que deux corps chargés de signes contraires s'attirent, deux corps chargés de même signe se repoussent. Leurs forces d'interaction suivent la loi de Coulomb.

Comment peut-on charger un corps ?

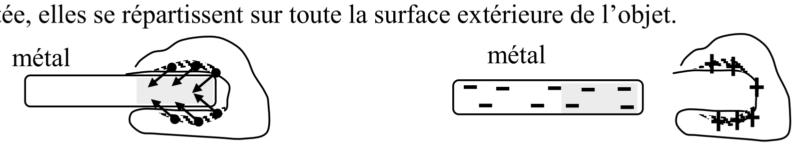
On traite le cas des solides.
On charge un corps, on dit aussi qu'on électrise un corps :
_ Lorsqu'on a réussi à lui arracher un certain nombre d'électrons. Il se charge positivement.
_ Lorsqu'on a réussi à lui transférer des électrons supplémentaires Il se charge négativement.
On peut, par exemple, électriser un corps par frottement.
On prend le cas d'un isolant, corps qui n'a pas d'électrons libres. Lorsqu'un objet isolant est frotté par un autre objet isolant, des électrons sont arrachés à des atomes de la surface de l'un des deux objets. Celui qui a arraché les électrons les a stockés en surface, sur la partie frottée qui se charge négativement. L'autre, ayant perdu des électrons, se charge positivement à l'endroit où ils ont été arrachés.
Par exemple, un morceau de verre frotté par un tissu synthétique se charge positivement ; le tissu se charge négativement.



Un bâton en plastique frotté par un tissu synthétique se charge négativement ; le tissu se charge positivement.



Lorsqu'on est en présence d'un corps conducteur (métal) les charges ne restent pas localisées sur la partie frottée, elles se répartissent sur toute la surface extérieure de l'objet.



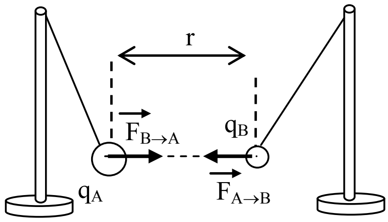
Dans le cas ci-dessus, on a transféré quelques électrons au métal. Comme ils sont libres de se déplacer, il se répartissent sur toute la surface.
_ De manière générale, les charges obtenues sont toujours très faibles de quelques dizaines de micro coulombs.

La loi de Coulomb

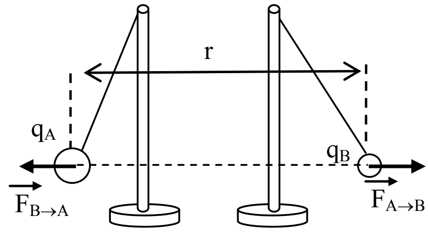
On considère deux corps chargés de très petites dimensions (assimilables à des points matériels) placés dans l'air. Quelles que soient les valeurs des charges qu'ils portent, les forces d'interaction qu'ils exercent entre eux sont toujours égales et opposées : $\overrightarrow{F_{B\to A}} = -\overrightarrow{F_{A\to B}}$.

Leur intensité a pour expression : $F_{B\to A} = F_{A\to B} = F = 9.10^9 \frac{|q_A|.|q_B|}{r^2}$.

r représente la distance les séparant. $|q_A|$et $|q_B|$ sont les valeurs absolues de leur charge.



Si q_A et q_B ont des signes contraires elles s'attirent



Si q_A et q_B ont le même signe elles se répoussent

Application numérique

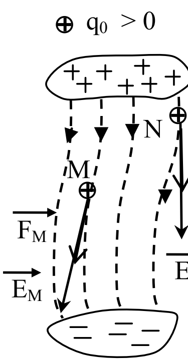
Les deux corps portent les charges $q_A = 1$ µC, $q_B = -3$ µC et sont distants de 10 cm.

Question : déterminer l'intensité commune des forces qui les attirent.

Réponse : $F = 9.10^9 \frac{1.10^{-6} \times |-3.10^{-6}|}{(10^{-2})^2} = 9.10^9 \frac{1.10^{-6} \times 3.10^{-6}}{(10.10^{-2})^2} = 2{,}70$ N.

Le champ électrique

Les propriétés de l'espace qui entoure un ou plusieurs corps chargés ont été modifiées à cause de la présence de leurs charges. On dit qu'il règne un champ électrique dans l'espace qui les entoure. Celui-ci est caractérisé par des lignes appelées lignes de champ électrique. Ce sont les trajectoires suivant lesquelles se déplace spontanément une particule (corps infiniment petit) possédant une charge d'essai positive notée q_0.



En chaque point M de l'espace, le champ est caractérisé par un vecteur noté $\vec{E}_M$ tel que : $\vec{E}_M = \frac{(\vec{F}_{q0})_M}{q_0}$ avec $(\vec{F}_{q0})_M$ est la force agissant sur la charge q_0 lorsque celle-ci est au point M.

$$\boxed{\vec{E}_M = \frac{(\vec{F}_{q0})_M}{q_0}}$$

Unité du champ électrique :

L'intensité de la force est le newton, [N], donc celle du champ électrique est le newton par coulomb : [N/C]. Mais on préfère utiliser une autre unité qui est le volt par mètre : [V/m].

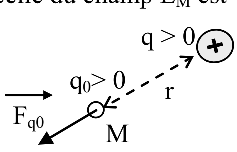
Observation

La charge d'essai q_0 sert uniquement à détecter et à mesurer le champ électrique crée par un corps chargé. Ce champ électrique ne dépend que des propriétés du corps chargé. Il est indépendant de la charge d'essai q_0.

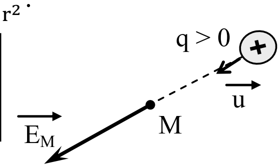
Exemple : champ crée par un corps chargé dans l'air

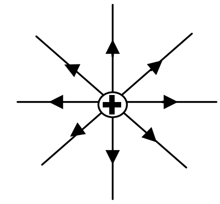
Un corps possédant une charge positive, $q > 0$, assimilable à un point matériel, produit dans l'espace qui l'entoure un champ électrique que l'on peut facilement déterminer. Pour cela, on place la charge d'essai $q_0 > 0$ en un point M se trouvant à une distance r du corps. Celle-ci est soumise à la force de répulsion $\vec{F}_{q0}$.

Les deux charges étant positives, on peut écrire : $|q_0| = q_0$ et $|q| = q$. Comme $q_0 > 0$, le vecteur champ $\vec{E}_M$ a même sens que la force $\vec{F}_{q0}$. L'intensité de $\vec{F}_{q0}$ est $F_{q0} = 9.10^9 \frac{q_0 .|q|}{r^2}$. Donc celle du champ $\vec{E}_M$ est $E_M = \frac{(F_{q0})_M}{q_0} = 9.10^9 \frac{|q|}{r^2}$.



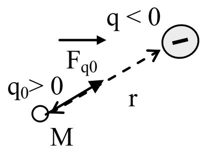
$$\boxed{\begin{aligned}\vec{E}_M &= E_M \vec{u} \\ E_M &= 9.10^9 \frac{|q|}{r^2}\end{aligned}}$$





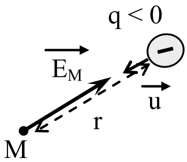
On constate que les lignes de champ sont des droites qui partent du corps de charge $q > 0$ vers le reste de l'espace. L'intensité du champ diminue au fur et à mesure que la distance augmente. Mais si r est constant, quelle que soit la position du point M, l'intensité du champ est constante.

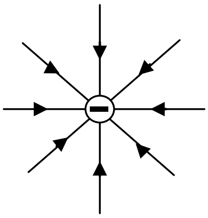
Pour un corps chargé négativement, $q < 0$, le raisonnement reste le même mais le champ électrique a changé de sens.



$\vec{E}_M = -E_M\,\vec{u}$

$E_M = 9.10^9\,\frac{|q|}{r^2}$





Application numérique

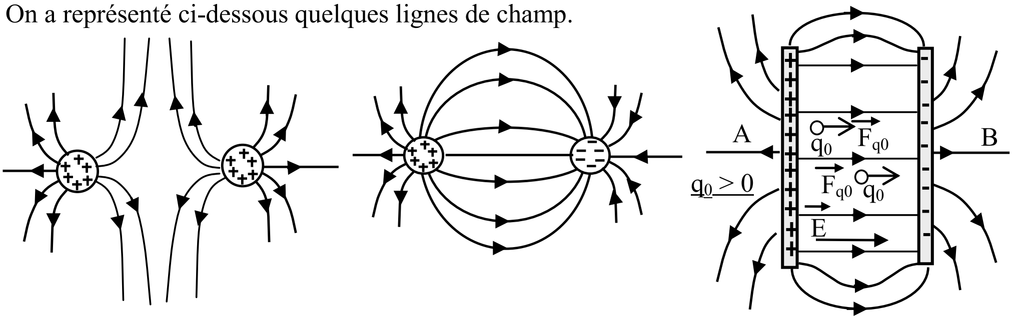
Question : La charge $q = +3\ \mu C$, déterminer l'intensité du champ électrique au point M à la distance de 10 cm ; puis au point M' à la distance de 20 cm.

Réponse :

$E_M = 9.10^9\,\frac{q}{r^2} = 9.10^9\,\frac{3.10^{-6}}{0{,}1^2} = 270$ V/m. On remarque que $E_{M'} = \frac{E_M}{4} = 67{,}5$ V/m car r' = 2.r.

Généralisation : le cas de plusieurs corps chargés à proximité l'un de l'autre

On a représenté ci-dessous quelques lignes de champ.



Champ électrique uniforme

Un cas particulier important est le champ électrique uniforme. On le rencontre dans l'espace séparant deux plaques métalliques, uniformément chargées de signe contraire, $q_B = -q_A$, entre lesquelles il y a de l'air ou du vide. A part vers les bords, le champ est uniforme parce que :

_ Les lignes de champ sont des droites parallèles.

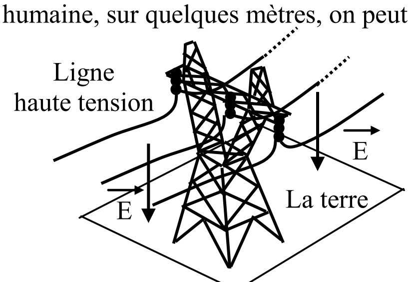
_ L'intensité du champ est la même en chacun des points de l'espace.

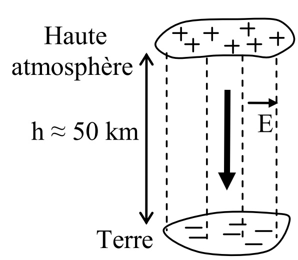
Donc les vecteurs représentant le champ électrique sont tous identiques : $\vec{E}_M = \vec{E}_N = \vec{E}$

Champ électrique dans la vie courante

_ Le cas de l'atmosphère

Il existe un champ électrique entre la haute atmosphère qui est chargée positivement, en permanence et la terre qui est un conducteur chargé négativement. L'intensité du champ séparant ces deux corps chargés est de l'ordre de 100 V/m dans les conditions normales. A l'échelle humaine, sur quelques mètres, on peut le considérer comme uniforme.





_ Il existe un champ électrique entre une ligne de transport d'énergie électrique et la terre.

Pour transporter l'énergie électrique sur de longues distances, on utilise des lignes sous haute et très haute tension. Les plus importantes sont les lignes 400 kilovolts et 225 kilovolts. Il existe un champ électrique dans l'espace séparant la ligne est la terre. Toutefois, l'intensité du champ diminue lorsqu'on s'éloigne de la ligne. A une distance comprise entre 50 et 100 m, l'intensité du champ retombe à la valeur du champ présent dans l'atmosphère.

Ligne	Champ sous la ligne	Champ à 30 m de la ligne	Champ à 100 m de la ligne
400 kV	5kV/m	2kV/m	200V/m
225 kV	3kV/m	400 V/m	40V/m

● Le potentiel en un point

On suppose que l'on opère dans le vide, c'est-à-dire dans un espace où une particule chargée peut se déplacer librement. On néglige la présence de la pesanteur.

Energie potentielle électrique

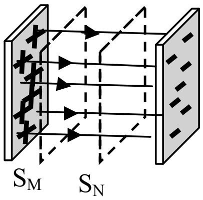
Le fait de placer une particule d'essai de charge q_0, dans un champ électrique, lui permet d'emmagasiner de l'énergie. Comment le remarque-t-on ? Il suffit de la lâcher pour qu'elle se mette spontanément à se déplacer sous l'action de la force électrique $\overrightarrow{F_{q0}} = q_0.\overrightarrow{E}$ due à son interaction avec le champ électrique. Cette énergie est appelée énergie potentielle électrique. Le mot « potentielle » signifie que l'énergie est stockée par la charge et qu'elle est libérée au moment où on le décide c'est-à-dire au moment où on la lâche. La valeur de cette énergie dépend de la position de la charge. Lorsqu'elle est au point M, la charge possède l'énergie électrique notée $(w_{\text{électrique}})_{q0\rightarrow M}$ (unité le joule : J).

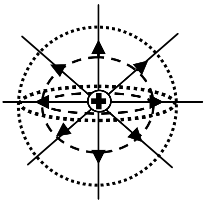
Potentiel en un point

On appelle potentiel au point M d'un espace champ électrique, l'énergie électrique, notée V_M, que possède une charge positive de + 1 C placée en ce point.
Si la charge q_0 possède au point M l'énergie $(w_{\text{électrique}})_{q0\rightarrow M}$, la charge de + 1 C possède l'énergie notée V_M appelée potentiel en M telle que : $V_M = \frac{(w_{\text{électrique}})_{q0\rightarrow M}}{q_0}$.
Le potentiel s'exprime en Joule par coulomb : [J/C]. Cette unité est appelée le volt notée [V].

Surface équipotentielle

On appelle surface équipotentielle, une surface dont tous les points sont au même potentiel, c'est-à-dire, que, quel que soit l'endroit de la surface où se trouve la charge de + 1 C, elle possède toujours la même énergie.
Dans le cas d'un champ électrique uniforme, ces surfaces sont des plans parallèles aux deux plaques. On en a représenté deux : S_M et S_N.
Dans le cas d'un corps chargé assimilable à un point matériel, les surfaces équipotentielles sont des sphères.

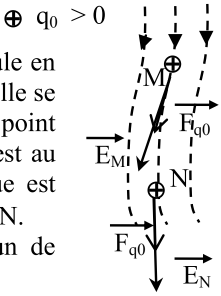




● La différence de potentiel

Définition

En fait, on ne connait pas la valeur de l'énergie électrique d'une particule en un point précis. Par contre on sait calculer la variation d'énergie lorsqu'elle se déplace d'un point M à un point N. Si une particule de + 1 C possède au point M, l'énergie électrique V_M, c'est-à-dire le potentiel V_M, si lorsqu'elle est au point N, elle possède le potentiel V_N, sa variation d'énergie électrique est $V_N - V_M$. Elle est appelée la différence de potentiel entre les points M et N.
Observation : si les deux points M et N sont infiniment proches l'un de l'autre, la différence de potentiel est infiniment faible. Elle est notée dV.



Conséquence

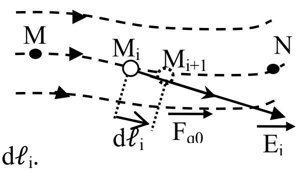
La variation d'énergie électrique d'une charge d'essai q_0, se déplaçant du point M vers le point N a pour expression : $(w_{\text{électrique}})_{q0\rightarrow N} - (w_{\text{électrique}})_{q0\rightarrow M} = q_0.(V_N - V_M)$.

Différence de potentiel et champ électrique

La notion de différence de potentiel est liée à l'intensité du champ électrique. On reprend toujours le cas de la particule d'essai de charge $q_0 > 0$, que l'on place au point M. Son énergie est $(w_{\text{électrique}})_{q0\to M}$. Que se passe-t-il si elle est abandonnée à elle même, sans vitesse initiale ? Spontanément elle se déplace suivant la ligne de champ passant par le point M et la suit vers le point N dans le sens du champ électrique. Son énergie électrique diminue parce qu'elle se transforme progressivement en énergie cinétique sous l'action de la force électrique $\vec{F}_{qo}$ qui est motrice.

On considère deux points M_i et M_{i+1} infiniment proches, l'un de l'autre de telle manière qu'entre ces deux points la ligne de champ soit un segment de droite et que l'intensité du champ, notée E_i soit constante. En passant du point M_i au point M_{i+1}, la variation d'énergie cinétique, infiniment petite de la particule q_0, est $(dE_c)_{q0}$, celle de son énergie électrique est aussi infiniment petite. Elle est notée $d(w_{\text{électrique}})_{q0}$.

D'après le principe de la conservation de l'énergie on peut écrire que $(dE_c)_{q0} = -\, d(w_{\text{électrique}})_{q0}$. Le signe négatif apparaît parce que l'énergie cinétique augmente, $(dE_c)_{q0} > 0$ et l'énergie électrique diminue, $d(w_{\text{électrique}})_{q0} < 0$.



On sait aussi que lorsque la particule se déplace sur la distance infiniment petite infiniment petite $d\ell_i = M_iM_{i+1}$ le long de la ligne de champ, sa variation d'énergie cinétique $(dE_c)_{q0}$ est égale au travail noté dw_{Fq0} de la force motrice $\vec{F}_{qo}$, travail qui a pour expression $dw_{Fq0} = +F_{q0}\,.d\ell_i$. Ainsi : $(dE_c)_{q0} = dw_{Fq0}$.

Donc $d(w_{\text{électrique}})_{q0} = -\,(dE_c)_{q0} = -\,dw_{Fq0} = -F_{q0}\,.d\ell_i = -q_0\,.E_i.d\ell_i$.

En divisant l'énergie électrique par q_0, on passe à la différence de potentiel entre les deux points M_i et M_{i+1} : $dV_i = d(w_{\text{électrique}})_{q0}/q_0 = -\,E_i.d\ell_i$.

Pour déterminer la différence de potentiel entre les points M et N, il faut additionner toutes les différences de potentiel existantes entre les différents points infiniment proches les uns des autres se trouvant sur la ligne de champ passant par M et N.

$V_N - V_M = (dV_1 + dV_2 + dV_3 + \ldots + dV_i + \ldots\ldots + dV_n)$

$V_N - V_M = -\,[E_1\,.d\ell_1 + E_2\,.d\ell_2 + E_3\,.d\ell_3 + \ldots + E_i.\,d\ell_i + \ldots\ldots + E_n\,.d\ell_n]$.

Le cas d'un champ électrique uniforme

On se place dans le cas important d'un champ électrique uniforme. Dans ces conditions :

_ Les lignes de champs sont des droites parallèles.

_ L'intensité du champ est constante : $E = E_1 = E_2 = \ldots = E_n$,

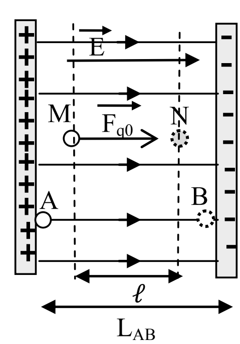
Les points M et N sont sur la même ligne de champ qui est droite.

La différence de potentiel s'écrit simplement :

$V_N - V_M = -E.[d\ell_1 + d\ell_2 + d\ell_3 + \ldots + d\ell_n] = -E.L$ avec $L = MN$.

V_M : potentiel le plus élevé, V_N : potentiel le moins élevé

Si on place au départ la charge d'essai au point A au niveau de la plaque positive, et qu'on l'abandonne à elle-même, elle va se déplacer spontanément en ligne droite jusqu'au point B de la plaque négative. Dans ces conditions, la différence de potentiel est celle entre les deux plaques : $V_B - V_A = -E.L_{AB}$.



Observation

D'après l'étude précédente, $V_N - V_M < 0$ et $V_B - V_A < 0$. Donc lorsqu'on se déplace de la plaque positive vers la plaque négative, le potentiel décroît. Ce phénomène est tout-à-fait général. C'est pourquoi, pour éviter de conserver le signe négatif, on préfère écrire $V_M - V_N = +\,E.L$ et $V_A - V_B = +\,E.L_{AB}$.

$\boxed{V_M - V_N = +\,E.L}$

$\boxed{V_A - V_B = +\,E.L_{AB}}$