

THÈME 4

PROBABILITÉS ET STATISTIQUES



SOMMAIRE

168

Probabilités

184

Statistiques descriptives

197

Échantillonnage

207

Proportions et pourcentage

Probabilités

I Rappels

A Expérience aléatoire

Définition Expérience aléatoire

On appelle **expérience aléatoire** une expérience dont le résultat n'est pas prévisible de façon certaine.

■ Exemple



Lancer un dé à 6 faces et regarder le chiffre obtenu constitue une expérience aléatoire : il existe 6 résultats possibles, dont aucun n'est prévisible de façon certaine.

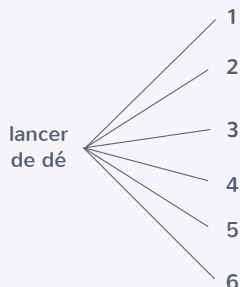
B Issue

Définition Issue d'une expérience aléatoire

On appelle **issue** d'une expérience aléatoire tout résultat possible de l'expérience.

■ Exemple

On lance un dé à 6 faces et on note le chiffre obtenu. Les issues possibles sont 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.



C Univers

Définition Univers

On appelle **univers** d'une expérience aléatoire, noté Ω (se prononce « omega »), l'ensemble de toutes les issues possibles de l'expérience.

■ Exemple

L'univers de l'expérience aléatoire consistant à lancer un dé à 6 faces et à regarder le chiffre obtenu est : $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

II Événement

Définition Événement

Un **événement** est un ensemble d'issues d'une expérience aléatoire. C'est donc un sous-ensemble de l'univers Ω .

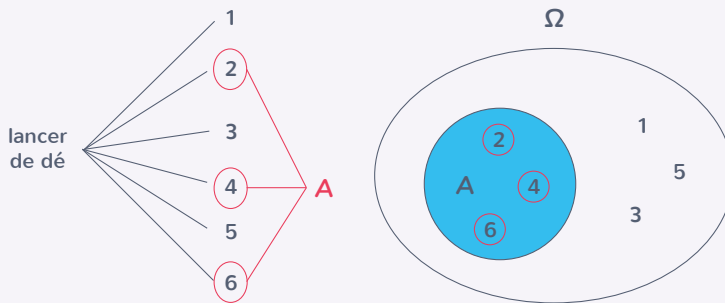
On dit qu'il est **réalisé** si l'issue obtenue est incluse dans l'événement.

■ Exemple

On lance un dé à six faces et on regarde le chiffre obtenu. Soit A l'ensemble $\{2, 4, 6\}$.

A est un événement que l'on peut aussi décrire par la phrase « obtenir un nombre pair ».

Il est réalisé si on obtient 2, 4 ou 6.



Événement élémentaire

Définition

Événement élémentaire

Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire.

On appelle **événement élémentaire** tout événement qui n'est réalisé que par une seule issue.

■ Exemple

L'univers de l'expérience aléatoire consistant à lancer un dé à 6 faces et à regarder le chiffre obtenu est :

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Les événements $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$ et $\{6\}$ constituent des événements élémentaires.

■ Exemple

On lance une pièce de monnaie et on observe la face visible. L'univers de l'expérience aléatoire est $\{\text{pile}; \text{face}\}$, et les événements élémentaires sont $\{\text{pile}\}$ et $\{\text{face}\}$.

B Événements incompatibles

Définition Événements incompatibles

Deux événements sont dits **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se produire simultanément, c'est-à-dire s'ils ne contiennent aucune issue commune.

Exemple

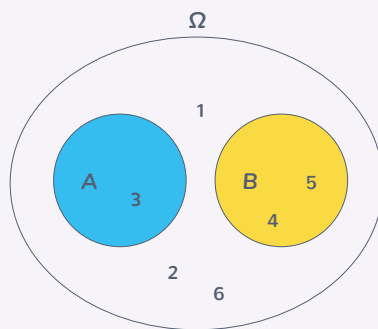
Reprenons l'expérience qui consiste à lancer un dé à six faces et à observer le nombre obtenu.

On considère les événements suivants :

A : « obtenir un 3 »

B : « obtenir 4 ou 5 »

A et B sont deux événements incompatibles car ils ne peuvent pas être réalisés simultanément.



Propriété Deux événements élémentaires sont incompatibles.

C Événement complémentaire

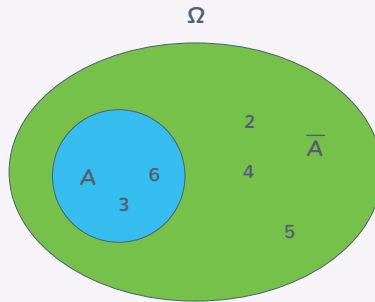
Définition Événement complémentaire

Soit A un événement. On appelle **événement complémentaire (ou contraire)** de A , noté \bar{A} , l'ensemble des issues de Ω qui ne sont pas dans A .

Exemple

Dans l'expérience précédente du lancer d'un dé à 6 faces, on considère l'événement A : « obtenir un multiple de 3 », c'est-à-dire l'événement $\{3;6\}$.

L'événement complémentaire \bar{A} est l'événement « ne pas obtenir un multiple de 3 », c'est-à-dire $\{1;2;4;5\}$.



Propriété L'intersection de deux événements incompatibles est l'ensemble vide.

D Intersection d'événements

Définition Intersection d'événements

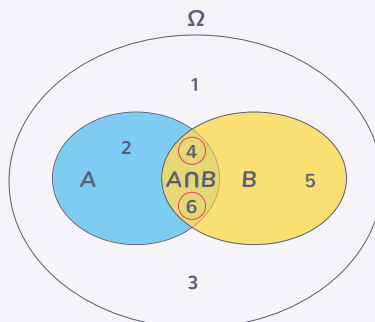
Soient A et B deux événements d'un univers Ω . On appelle **intersection de A et B** , notée $A \cap B$, l'événement contenant les issues qui réalisent à la fois les deux événements A et B .

Exemple

On reprend l'expérience du lancer d'un dé à six faces, et on considère les événements suivants :

- A : « obtenir un multiple de 2 », c'est-à-dire $\{2;4;6\}$;
- B : « obtenir un nombre strictement plus grand que 3 », c'est-à-dire $\{4;5;6\}$.

L'événement $A \cap B$ est l'ensemble des issues réalisant à la fois A et B , c'est-à-dire $\{4;6\}$.



E Réunion d'événements

Définition Réunion d'événements

Soient A et B deux événements d'un univers Ω . On appelle **réunion de A et B** , notée $A \cup B$, l'événement contenant les issues qui réalisent au moins un des deux événements A ou B .

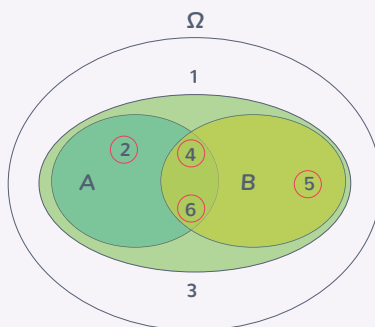
Exemple

Reprenons l'expérience du lancer d'un dé à six faces. On considère les événements suivants :

- A : « obtenir un multiple de 2 », c'est-à-dire $\{2;4;6\}$;
- B : « obtenir un nombre strictement plus grand que 3 », c'est-à-dire $\{4;5;6\}$.

L'événement $A \cup B$ est l'ensemble des issues réalisant A , B , ou les deux à la fois, donc :

$$A \cup B = \{2;4;5;6\}$$



Remarque

L'intersection de deux événements est incluse dans leur réunion.

Propriété La réunion de deux événements contraires est l'ensemble univers.

III Probabilités

A Loi de probabilités

Soit une expérience aléatoire ayant comme univers l'ensemble $\Omega = \{w_1; w_2; \dots; w_n\}$ contenant un nombre fini d'issues.