

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Second degré</b>	<b>1</b>
1.1	Discriminant réduit . . . . .	1
1.2	Somme et produit des racines . . . . .	2
1.3	Équations et inéquations irrationnelles . . . . .	4
1.4	Équations d'un cercle . . . . .	6
1.5	Exercices corrigés . . . . .	9
1.5.1	Exemples de résolution . . . . .	9
1.5.2	Signe d'un trinôme . . . . .	16
1.5.3	Somme et produit des racines . . . . .	19
1.5.4	Le second degré et la géométrie . . . . .	22
1.5.5	Exemples d'équations et inéquations irrationnelles . . . . .	29
<b>2</b>	<b>Polynômes</b>	<b>33</b>
2.1	Définition d'un polynôme . . . . .	33
2.2	Identification d'un polynôme . . . . .	34
2.3	Une factorisation remarquable . . . . .	36
2.4	Divisibilité . . . . .	38
2.5	Exercices corrigés . . . . .	41
2.5.1	Équations polynomiales . . . . .	41
2.5.2	Divisibilité . . . . .	50
<b>3</b>	<b>Fonctions</b>	<b>55</b>
3.1	Egalité de deux fonctions . . . . .	55
3.2	Multiplication d'un réel par une fonction . . . . .	56
3.3	Addition de deux fonctions . . . . .	57
3.4	Multiplication de deux fonctions . . . . .	58
3.5	Inverse, quotient . . . . .	59

3.6	Composition de deux fonctions . . . . .	60
3.7	La fonction valeur absolue . . . . .	63
3.7.1	Définition - Premières propriétés . . . . .	63
3.7.2	Représentation graphique de $f : x \mapsto  x - a $ . . . . .	65
3.7.3	Equation $ x  = r$ . . . . .	66
3.7.4	Inéquations $ x  \leq r,  x  < r,  x  \geq r,  x  > r$ . . . . .	70
3.7.5	Action de la valeur absolue sur la multiplication, sur l'inverse et sur le quotient . . . . .	72
3.7.6	Action de la valeur absolue sur l'addition - Inégalité triangulaire . . . . .	73
3.8	Exercices corrigés . . . . .	75
3.8.1	Sens de variations et opérations . . . . .	75
3.8.2	Exercices sur la composition . . . . .	78
3.8.3	Exercices sur la valeur absolue . . . . .	91
3.8.4	Fonctions et inégalités . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Limite d'une fonction</b>	<b>113</b>
4.1	Limite nulle en 0 . . . . .	114
4.2	Limite finie en 0 . . . . .	114
4.3	Limite finie en un point . . . . .	115
4.4	Opérations sur les limites . . . . .	118
4.5	Limite à droite, à gauche . . . . .	120
4.6	Limite finie et inégalités . . . . .	122
4.7	Limite de la composée de deux fonctions . . . . .	125
4.8	Exercices corrigés . . . . .	126
<b>5</b>	<b>Dérivation</b>	<b>137</b>
5.1	Dérivabilité en un point . . . . .	138
5.2	Tangente en un point d'une courbe . . . . .	140
5.3	Fonction dérivée . . . . .	143
5.3.1	Définition d'une fonction dérivée . . . . .	143
5.3.2	Dérivée de fonctions usuelles . . . . .	144
5.3.3	Tableau des dérivées de fonctions usuelles . . . . .	149
5.4	Opérations sur les dérivées . . . . .	150
5.4.1	Dérivée d'une somme . . . . .	150
5.4.2	Dérivée d'un produit . . . . .	151

5.4.3	Dérivée du produit d'un réel par une fonction . . . . .	152
5.4.4	Dérivée de l'inverse d'une fonction . . . . .	152
5.4.5	Dérivée du quotient de deux fonctions . . . . .	154
5.4.6	Tableau récapitulatif des opérations sur les dérivées . . .	156
5.4.7	Dérivée de la composée avec une fonction affine . . . . .	156
5.5	Approximation affine tangente . . . . .	159
5.6	Applications de la dérivation . . . . .	162
5.6.1	Dérivée et variations d'une fonction . . . . .	162
5.6.2	Dérivée et extremum . . . . .	167
5.7	Exercices corrigés . . . . .	171
5.7.1	Dérivabilité en un point . . . . .	171
5.7.2	Tangente . . . . .	180
5.7.3	Opérations sur les dérivées : compléments . . . . .	189
5.7.4	Application affine tangente . . . . .	194
5.7.5	Applications de la dérivation . . . . .	199
<b>6</b>	<b>Suites</b>	<b>221</b>
6.1	Généralités sur les suites . . . . .	222
6.1.1	Les définitions . . . . .	222
6.1.2	Différentes modalités pour définir une suite . . . . .	223
6.2	Propriétés qualitatives d'une suite . . . . .	227
6.2.1	Sens de variation d'une suite . . . . .	227
6.2.2	Suite majorée, minorée, bornée . . . . .	231
6.2.3	Suite périodique . . . . .	232
6.3	Suite arithmétique . . . . .	233
6.3.1	Définition - Exemples . . . . .	233
6.3.2	Propriétés d'une suite arithmétique . . . . .	235
6.3.3	Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique	237
6.4	Suite géométrique . . . . .	241
6.4.1	Définition - Exemples . . . . .	241
6.4.2	Propriétés d'une suite géométrique . . . . .	243
6.4.3	Somme des termes consécutifs d'une suite géométrique	245
6.5	Suites convergentes . . . . .	248
6.5.1	Un exemple introductif . . . . .	248
6.5.2	Définitions d'une suite convergente . . . . .	249
6.5.3	Unicité - Opérations sur les limites . . . . .	252

6.5.4	Suites convergentes et inégalités . . . . .	255
6.6	Suites divergentes vers l'infini . . . . .	257
6.6.1	Un exemple introductif . . . . .	257
6.6.2	Les définitions . . . . .	258
6.6.3	Opérations sur les suites de limite finie ou infinie . . . . .	259
6.6.4	Limites infinies et inégalités . . . . .	262
6.7	Limite d'une suite géométrique . . . . .	263
6.7.1	Limite de $q^n$ . . . . .	263
6.7.2	Limite de la somme des termes d'une suite géométrique . . . . .	266
6.8	Exercices corrigés . . . . .	268
6.8.1	Propriétés qualitatives d'une suite . . . . .	268
6.8.2	Suites arithmétiques - Suites géométriques . . . . .	277
6.8.3	Limite d'une suite . . . . .	292
<b>7</b>	<b>La fonction exponentielle</b> . . . . .	<b>321</b>
7.1	Définition de la fonction exponentielle . . . . .	322
7.1.1	Existence et unicité . . . . .	322
7.1.2	La définition - Les premières propriétés . . . . .	324
7.2	Propriétés algébriques . . . . .	325
7.2.1	Action sur l'addition des réels . . . . .	325
7.2.2	Action sur l'opposé, sur la soustraction . . . . .	326
7.2.3	Action sur le produit $nx$ avec $n \in \mathbb{Z}$ et $x \in \mathbb{R}$ . . . . .	328
7.2.4	Composée de la fonction racine carrée avec exp . . . . .	329
7.3	La notation exponentielle . . . . .	330
7.3.1	Le nombre $e$ . . . . .	330
7.3.2	La fonction $x \mapsto e^x$ . . . . .	330
7.3.3	Variation de exp . . . . .	332
7.4	Dérivation et fonction exponentielle . . . . .	334
7.4.1	Dérivée de $x \mapsto e^{ax+b}$ . . . . .	334
7.4.2	Dérivée de $x \mapsto e^{u(x)}$ . . . . .	335
7.5	Exercices corrigés . . . . .	337
<b>8</b>	<b>Trigonométrie</b> . . . . .	<b>363</b>
8.1	Le radian . . . . .	364
8.1.1	Longueur d'un arc de cercle . . . . .	364
8.1.2	Le radian : une unité d'angle . . . . .	365

8.2	Repérage sur le cercle trigonométrique . . . . .	367
8.2.1	Le cercle trigonométrique . . . . .	367
8.2.2	Repérage sur ce cercle . . . . .	368
8.2.3	Repérage dans le premier quadrant . . . . .	369
8.3	Angle orienté . . . . .	371
8.3.1	Angle orienté de deux vecteurs unitaires . . . . .	371
8.3.2	Angle orienté de deux vecteurs non nuls . . . . .	374
8.3.3	Propriétés de calcul avec les angles orientés . . . . .	374
8.3.4	Orientation du plan . . . . .	377
8.3.5	Angle orienté et vecteurs colinéaires . . . . .	379
8.4	Cosinus et sinus d'un nombre réel . . . . .	383
8.4.1	Les définitions du cosinus et du sinus . . . . .	383
8.4.2	Premières formules de trigonométrie . . . . .	384
8.4.3	Cosinus et sinus d'un angle orienté . . . . .	389
8.4.4	Cosinus et sinus de réels associés à $x$ . . . . .	390
8.4.5	Lien avec la trigonométrie dans un triangle rectangle . .	392
8.5	Fonction tangente . . . . .	393
8.6	Équations trigonométriques . . . . .	396
8.6.1	Équation de la forme $\cos x = a$ , où $a$ est un réel donné .	396
8.6.2	Équation de la forme $\sin x = a$ , où $a$ est un réel donné .	399
8.6.3	Équation de la forme $\tan x = a$ , où $a$ est un réel donné .	402
8.7	Exercices corrigés . . . . .	406
8.7.1	Quelques exercices généraux . . . . .	406
8.7.2	Angles orientés . . . . .	415
8.7.3	Équations - Inéquations trigonométriques . . . . .	421
<b>9</b>	<b>Produit scalaire</b> . . . . .	<b>431</b>
9.1	Définition du produit scalaire . . . . .	432
9.1.1	Introduction . . . . .	432
9.1.2	Les définitions . . . . .	433
9.1.3	Expression analytique du produit scalaire . . . . .	434
9.1.4	Vecteurs orthogonaux . . . . .	435
9.2	Propriétés du produit scalaire . . . . .	437
9.2.1	Règles de calculs . . . . .	437
9.2.2	Identités remarquables et produit scalaire . . . . .	439
9.2.3	Produit scalaire et vecteurs colinéaires . . . . .	439

9.3	Produit scalaire et projeté orthogonal . . . . .	441
9.3.1	Projeté orthogonal sur une droite . . . . .	441
9.3.2	Projeté orthogonal d'un vecteur . . . . .	444
9.4	Produit scalaire et angle . . . . .	447
9.5	Applications du produit scalaire . . . . .	448
9.5.1	Vecteur normal à une droite . . . . .	448
9.5.2	Réduction de $MA^2 + MB^2$ . . . . .	452
9.5.3	Produit scalaire et cercle . . . . .	454
9.5.4	Réduction de $MA^2 - MB^2$ . . . . .	457
9.5.5	Formules d'Al-Kashi . . . . .	459
9.5.6	Distance d'un point à une droite . . . . .	461
9.6	Exercices corrigés . . . . .	463
<b>10</b>	<b>Fonctions trigonométriques</b>	<b>497</b>
10.1	Propriétés qualitatives . . . . .	497
10.1.1	Parité . . . . .	497
10.1.2	Sens de variations . . . . .	499
10.1.3	Représentations graphiques . . . . .	500
10.1.4	Fonctions périodiques . . . . .	500
10.2	Les formules d'addition - De duplication . . . . .	502
10.2.1	Formule d'addition . . . . .	502
10.2.2	Formules de duplication . . . . .	505
10.3	Dérivation des fonctions trigonométriques . . . . .	506
10.3.1	Dérivées en 0 de sin et cos . . . . .	506
10.3.2	Dérivées de sin et cos . . . . .	508
10.3.3	Dérivée de la fonction tangente . . . . .	510
10.3.4	Dérivée de la composée avec une fonction affine . . . . .	511
10.4	Exercices corrigés . . . . .	512
10.4.1	Fonctions périodiques . . . . .	512
10.4.2	Calculs trigonométriques . . . . .	515
10.4.3	Calculs de limites . . . . .	531
10.4.4	Applications de la dérivation de sin et cos . . . . .	535
<b>11</b>	<b>Probabilités</b>	<b>553</b>
11.1	Probabilités conditionnelles . . . . .	554
11.1.1	Un exemple introductif . . . . .	554

11.1.2	Définition d'une probabilité conditionnelle . . . . .	555
11.1.3	Propriétés . . . . .	556
11.2	Probabilités totales . . . . .	558
11.2.1	Un exemple introductif . . . . .	558
11.2.2	Probabilités totales pour une partition $\{B, \overline{B}\}$ . . . . .	560
11.2.3	Probabilités totales : cas général . . . . .	562
11.2.4	Indépendance . . . . .	564
11.3	Variables aléatoires finies . . . . .	567
11.3.1	Un exemple introductif . . . . .	567
11.3.2	Les définitions . . . . .	569
11.3.3	Loi d'une variable aléatoire . . . . .	571
11.3.4	Trois variables aléatoires finies de référence . . . . .	571
11.3.5	Espérance d'une variable aléatoire . . . . .	572
11.3.6	Variance d'une variable aléatoire . . . . .	575
11.4	Exercices corrigés . . . . .	580
11.4.1	Probabilités conditionnelles - Indépendance . . . . .	580
11.4.2	Variables aléatoires . . . . .	603
11.4.3	Fonctions indicatrices . . . . .	622

**12 Annexe : Ensembles - Logique 627**

12.1	Notions sur les ensembles . . . . .	628
12.1.1	Des exemples rencontrés en Seconde . . . . .	628
12.1.2	Plus généralement . . . . .	629
12.1.3	Relation d'appartenance - Relation d'inclusion . . . . .	629
12.1.4	Egalité ensembliste . . . . .	630
12.2	Opérations ensemblistes . . . . .	632
12.2.1	Intersection . . . . .	632
12.2.2	Union . . . . .	633
12.2.3	Distributivité . . . . .	634
12.2.4	Complémentaire . . . . .	634
12.3	Proposition - Connecteurs logiques . . . . .	635
12.3.1	Proposition . . . . .	635
12.3.2	Négation . . . . .	635
12.3.3	Le connecteur "et" . . . . .	636
12.3.4	Le connecteur "ou" . . . . .	636
12.3.5	Le connecteur "implication" . . . . .	637

12.3.6	Réciproque . . . . .	639
12.3.7	Equivalence . . . . .	640
12.3.8	Négation des connecteurs <i>non</i> , $\wedge$ , $\vee$ , $\Rightarrow$ . . . . .	642
12.4	Quantificateurs . . . . .	643
12.4.1	Quantificateur universel . . . . .	643
12.4.2	Quantificateur existentiel . . . . .	644
12.4.3	Négation et quantificateurs . . . . .	645
12.5	Quelques méthodes usuelles de démonstration . . . . .	646
12.5.1	Raisonnement par l'absurde . . . . .	646
12.5.2	Raisonnement par contraposition . . . . .	647
12.5.3	Preuve par un contre-exemple . . . . .	648
12.5.4	Raisonnement par disjonction . . . . .	648
12.5.5	Raisonnement par récurrence . . . . .	649