

# Table des matières

## Avant-propos

### 1 Mécanismes

1.1	Modélisation cinématique des mécanismes . . . . .	1
1.1.1	Problématique . . . . .	1
1.1.2	Modèle cinématique . . . . .	1
1.2	Liaisons normalisées . . . . .	2
1.2.1	Paramétrage des liaisons . . . . .	2
1.2.2	Tableau des liaisons . . . . .	2
1.3	Chaînes de solides . . . . .	2
1.3.1	Structure des mécanismes - Graphe de structure . . . . .	2
1.3.2	Analyses géométrique et cinématique des mécanismes . . . . .	3
1.3.3	Liaisons cinématiquement équivalentes . . . . .	6
1.4	Représentation schématique des mécanismes . . . . .	12
1.4.1	Schéma cinématique . . . . .	12
1.4.2	Schéma cinématique minimal . . . . .	12
1.4.3	Schéma technologique . . . . .	13
1.5	Mobilité et hyperstatisme . . . . .	13
1.5.1	Degré de mobilité d'un mécanisme . . . . .	13
1.5.2	Degré d'hyperstaticité d'un mécanisme . . . . .	13
1.5.3	Détermination du degré de mobilité . . . . .	14
1.5.4	Détermination du degré d'hyperstaticité . . . . .	17
1.5.5	Isostaticité . . . . .	22
1.5.6	Relations entre mobilité et hyperstatisme . . . . .	24
1.5.7	Mécanismes plans . . . . .	25
1.6	Feuille de travaux dirigés n°1 . . . . .	28
1.7	Corrigés n°1 . . . . .	39

### 2 Cinétique

2.1	Masse et inertie . . . . .	49
2.1.1	Notions d'inertie . . . . .	49
2.1.2	Masse - Rappels . . . . .	49
2.1.3	Centre d'inertie . . . . .	50
2.2	Moments d'inertie . . . . .	52
2.2.1	Moment d'inertie par rapport à un point . . . . .	52
2.2.2	Moment d'inertie par rapport à une droite . . . . .	52
2.2.3	Rayon de giration . . . . .	53
2.2.4	Moments d'inertie dans un repère cartésien . . . . .	53
2.2.5	Relations entre les moments d'inertie . . . . .	54
2.2.6	Théorème de Huygens . . . . .	54
2.2.7	Produits d'inertie . . . . .	55
2.3	Opérateur d'inertie . . . . .	55
2.3.1	Opérateur d'inertie en un point . . . . .	55
2.3.2	Propriétés et directions principales de la matrice d'inertie . . . . .	60
2.3.3	Matrices d'inertie des solides élémentaires . . . . .	63
2.4	Feuille de travaux dirigés n°2a . . . . .	64
2.5	Corrigés n°2a . . . . .	72

2.6	Torseur cinétique . . . . .	76
2.6.1	Définition . . . . .	76
2.6.2	Cas du solide indéformable . . . . .	77
2.7	Torseur dynamique . . . . .	78
2.7.1	Définition . . . . .	78
2.7.2	Changement de point de réduction . . . . .	78
2.7.3	Relation entre la résultante cinétique et la résultante dynamique . . . . .	79
2.7.4	Relation entre le moment cinétique et le moment dynamique . . . . .	79
2.7.5	Cas du solide indéformable . . . . .	80
2.8	Énergie cinétique . . . . .	80
2.8.1	Définition . . . . .	80
2.8.2	Cas du solide indéformable . . . . .	81
2.9	Caractéristiques cinétiques d'un ensemble de solides . . . . .	83
2.9.1	Torseur cinétique d'un ensemble de solides . . . . .	83
2.9.2	Torseur dynamique d'un ensemble de solides . . . . .	83
2.9.3	Énergie cinétique d'un ensemble de solides . . . . .	83
2.10	Feuille de travaux dirigés n°2b . . . . .	85
2.11	Corrigés n°2b . . . . .	92
<b>3</b>	<b>Dynamique du solide</b>	<b>95</b>
3.1	Principe fondamental de la dynamique . . . . .	95
3.1.1	Énoncé . . . . .	95
3.1.2	Caractère galiléen des repères . . . . .	95
3.2	Théorèmes généraux . . . . .	96
3.2.1	Théorème de la résultante dynamique . . . . .	96
3.2.2	Théorème des quantités de mouvement . . . . .	96
3.2.3	Théorème du moment dynamique . . . . .	97
3.2.4	Théorème du moment cinétique . . . . .	97
3.3	Utilisation du P.F.D. . . . .	97
3.4	P.F.D dans un repère non galiléen . . . . .	98
3.4.1	Composition des accélérations . . . . .	98
3.4.2	Composition du torseur dynamique . . . . .	99
3.4.3	Principe fondamental dans un repère non galiléen . . . . .	100
3.5	Application – Équilibrage d'un solide . . . . .	100
3.5.1	Problème général de l'équilibrage . . . . .	100
3.5.2	Équilibrage . . . . .	103
3.5.3	Équilibrage à 2 masses . . . . .	103
3.6	Feuille de travaux dirigés n°3 . . . . .	107
3.7	Corrigés n°3 . . . . .	122
<b>4</b>	<b>Puissance et énergie</b>	<b>131</b>
4.1	Puissance des efforts extérieurs . . . . .	131
4.2	Cas du solide indéformable . . . . .	132
4.2.1	Énoncé . . . . .	132
4.3	Puissance des efforts intérieurs . . . . .	133
4.3.1	Puissance des efforts de liaison . . . . .	133
4.3.2	Liaison énergétiquement parfaite . . . . .	134
4.3.3	Contact ponctuel réel . . . . .	134
4.3.4	Liaisons normalisées réelles . . . . .	137
4.4	Travail et énergie . . . . .	137
4.4.1	Travail . . . . .	138
4.4.2	Énergie potentielle . . . . .	138
4.5	Théorème de l'énergie cinétique . . . . .	138
4.5.1	Énoncé . . . . .	138

4.5.2	Démonstration dans le cas d'un seul solide . . . . .	138
4.5.3	Démonstration dans le cas de deux solides . . . . .	140
4.5.4	Généralisation à n solides . . . . .	141
4.5.5	Utilisation . . . . .	141
4.5.6	Intégrale première de l'énergie cinétique . . . . .	141
4.6	Feuille de travaux dirigés n°4 . . . . .	142
4.7	Corrigés n°4 . . . . .	162
<b>5</b>	<b>Analyse des systèmes asservis</b>	<b>179</b>
5.1	Caractérisation des systèmes asservis . . . . .	179
5.1.1	Structure des systèmes asservis . . . . .	179
5.1.2	Caractéristiques attendues d'un système asservi . . . . .	179
5.2	Stabilité . . . . .	180
5.2.1	Position du problème et définitions . . . . .	180
5.2.2	Étude de la stabilité . . . . .	181
5.2.3	Condition de stabilité . . . . .	183
5.2.4	Position des pôles . . . . .	184
5.2.5	Critères de stabilité . . . . .	184
5.2.6	Marges de stabilité . . . . .	187
5.3	Feuille de travaux dirigés n°5a . . . . .	192
5.4	Corrigés n°5a . . . . .	200
5.5	Précision . . . . .	206
5.5.1	Position du problème . . . . .	206
5.5.2	Données . . . . .	206
5.5.3	Erreur en régime permanent - Erreur statique . . . . .	207
5.5.4	Effet d'une perturbation sur la précision . . . . .	210
5.6	Rapidité . . . . .	212
5.6.1	Temps de réponse - Temps de montée . . . . .	212
5.6.2	Temps de montée et bande passante . . . . .	213
5.7	Feuille de travaux dirigés n°5b . . . . .	215
5.8	Corrigés n°5b . . . . .	222
<b>6</b>	<b>Correction des systèmes asservis</b>	<b>231</b>
6.1	Nécessité de la correction . . . . .	231
6.2	Principaux réseaux correcteurs . . . . .	232
6.2.1	Correcteur proportionnel (P) . . . . .	232
6.2.2	Correcteur intégral (I) . . . . .	233
6.2.3	Correcteur proportionnel intégral (P.I.) . . . . .	234
6.2.4	Correcteur proportionnel dérivateur (P.D.) . . . . .	238
6.2.5	Correcteur à avance de phase . . . . .	240
6.2.6	Correcteur à retard de phase . . . . .	242
6.2.7	Correcteur à retard-avance de phase . . . . .	242
6.2.8	Correcteur P.I.D. . . . .	244
6.2.9	Correction en réaction . . . . .	248
6.3	Détermination expérimentale des correcteurs . . . . .	250
6.3.1	Méthode de Ziegler-Nichols . . . . .	250
6.4	Feuille de travaux dirigés n°6 . . . . .	253
6.5	Corrigés n°6 . . . . .	272
<b>A</b>	<b>Annexes</b>	<b>289</b>
A.1	Mécanique . . . . .	289
A.1.1	Liaisons . . . . .	289
A.1.2	Matrices d'inertie de quelques solides élémentaires . . . . .	292
		299

A.2 Automatique . . . . .	294
A.2.1 Transformées de Laplace . . . . .	294
A.2.2 Abaque des dépassements d'un second ordre . . . . .	295
A.2.3 Abaque du temps de réponse d'un second ordre . . . . .	295