

Chapitre 1

Nombres réels

Cours

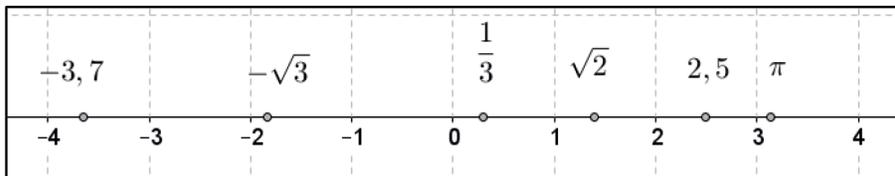
1 Ensemble \mathbb{R} des nombres réels, droite numérique

Définition de l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels

Tous les nombres qu'on utilise en classe de Seconde s'appellent les nombres réels. On note \mathbb{R} l'ensemble des nombres réels.

Définition de la droite numérique

Chaque nombre réel est associé à un point d'une droite graduée. Cette droite graduée s'appelle droite numérique.



Vocabulaire à connaître

Ensemble \mathbb{R} des nombres réels, droite numérique.

2 Intervalles de \mathbb{R} . Notations $+\infty$ et $-\infty$

Définition d'un intervalle de \mathbb{R}

Un intervalle de \mathbb{R} est un ensemble de réels vérifiant une propriété particulière. Plus précisément :

- l'intervalle $[a;b]$ désigne l'ensemble des nombres x vérifiant $a \leq x \leq b$.



- l'intervalle $]a;b[$ désigne l'ensemble des nombres x vérifiant $a < x < b$.



- l'intervalle $[a;b[$ désigne l'ensemble des nombres x vérifiant $a \leq x < b$.



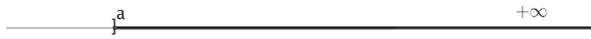
- l'intervalle $]a;b]$ désigne l'ensemble des nombres x vérifiant $a < x \leq b$.



- l'intervalle $[a;+\infty[$ désigne l'ensemble des nombres x vérifiant $a \leq x$.



- l'intervalle $]a;+\infty[$ désigne l'ensemble des nombres x vérifiant $a < x$.



- l'intervalle $]-\infty;b]$ désigne l'ensemble des nombres x vérifiant $x \leq b$.



- l'intervalle $]-\infty;b[$ désigne l'ensemble des nombres x vérifiant $x < b$.



Notations $+\infty$ et $-\infty$

$+\infty$ se lit « plus l'infini » et $-\infty$ se lit « moins l'infini ». L'ensemble \mathbb{R} de tous les nombres réels est l'intervalle $]-\infty;+\infty[$.

Vocabulaire à connaître

Intervalle, $+\infty$ (plus l'infini), $-\infty$ (moins l'infini).

3 Notation $|a|$. Distance entre deux nombres réels

Définition de la valeur absolue $|a|$

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases} \text{ . Par exemple } |3| = 3 \text{ et } |-2| = 2.$$

Définition de la distance entre deux réels

La distance entre deux nombres réels a et b est $|a - b|$.

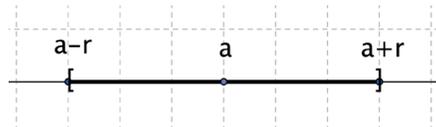
Par exemple la distance entre les réels 3 et 7 vaut : $|3 - 7| = |-4| = 4$.

Vocabulaire à connaître

Valeur absolue. Distance entre deux réels.

4 Représentation de l'intervalle $[a - r, a + r]$ puis caractérisation par la condition $|x - a| \leq r$ **Définition de l'intervalle $[a - r, a + r]$**

L'intervalle $[a - r, a + r]$ désigne l'ensemble des nombres x vérifiant la double inégalité suivante : $a - r \leq x \leq a + r$.

Représentation de l'intervalle $[a - r, a + r]$ **Caractérisation de l'appartenance à l'intervalle $[a - r, a + r]$**

$$x \in [a - r, a + r] \Leftrightarrow |x - a| \leq r.$$

5 Ensemble \mathbb{D} des nombres décimaux. Encadrement décimal d'un nombre réel à 10^{-n} près**Définition de l'ensemble \mathbb{D} des nombres décimaux**

Un nombre décimal est un nombre pouvant s'écrire sous la forme de fractions d'entiers où le dénominateur est une puissance de 10.

Par exemple $3,7 = \frac{37}{10}$, $23,74 = \frac{2374}{100}$, $17 = \frac{17}{1}$ sont des nombres décimaux.

Encadrement décimal d'un nombre réel à 10^{-n} près

On dit que $a < x < b$ est un encadrement décimal du nombre x à 10^{-n} près lorsque $b - a = 10^{-n}$.

Par exemple $3,14 < \pi < 3,15$ est un encadrement du nombre π à 10^{-2} près.

Vocabulaire à connaître

Nombre décimal, encadrement décimal.

6 Ensemble \mathbb{Q} des nombres rationnels. Nombres irrationnels ; exemples fournis par la géométrie, par exemple $\sqrt{2}$ et π **Définition de l'ensemble \mathbb{Q} des nombres rationnels**

Un nombre rationnel est un nombre réel pouvant s'écrire comme quotient de deux entiers (comme $\frac{3}{7}$, $\frac{-484}{200}$, etc.)

Tout décimal est rationnel (par exemple $0,43 = \frac{43}{100}$) mais attention tout nombre rationnel n'est pas décimal ($\frac{1}{3} = 0,333\dots$ n'est pas décimal car son développement décimal ne s'arrête pas).

Définition d'un nombre irrationnel

Un nombre irrationnel est un nombre qui n'est pas rationnel, c'est-à-dire un nombre qui ne peut pas s'écrire comme quotient de deux entiers (on les reconnaît facilement à leur développement décimal infini et très irrégulier).

Exemples de nombres irrationnels fournis par la géométrie

La longueur de la diagonale du carré de côté 1, à savoir $\sqrt{2}$ ($\approx 1,4142135\dots$), est un nombre irrationnel.

Le périmètre d'un cercle de diamètre 1, à savoir π ($\approx 3,141592654\dots$), est un nombre irrationnel.

Vocabulaire à connaître

Nombre rationnel, nombre irrationnel.

Exercices

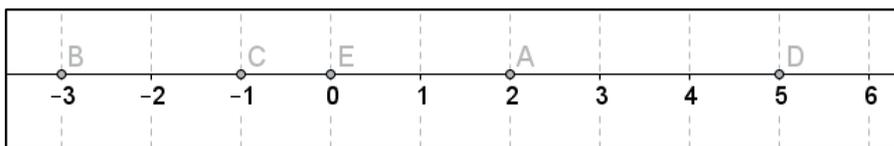
Compétence attendue

- Associer à chaque point de la droite graduée un unique nombre réel et réciproquement.

Exercice 1.1

Représenter, Choisir un cadre numérique, géométrique, Changer de registre, Raisonner

On considère les points de la droite graduée ci-dessous :



1. Déterminer les nombres réels associés aux points A, B, C, D, E.
2. Placer le point F associé au nombre réel -2 .
3. On considère le point Z qui se trouve (sur la droite graduée) à une unité de A et à quatre unités de B. À quel nombre réel est associé le point Z ?
4. Quel est le signe du nombre réel associé au point qui se trouve à cinq unités à gauche du point A ?

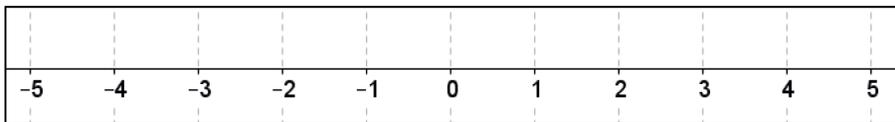
Compétence attendue

- Représenter un intervalle de la droite numérique. Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné.

Exercice 1.2

Représenter, Choisir un cadre numérique, algébrique, géométrique, Changer de registre, Raisonner

1. Représenter l'intervalle $[-2;4]$ sur la droite graduée ci-dessous :



2. Caractériser algébriquement les réels x appartenant à l'intervalle $[-2;4]$.
3. Déterminer quels réels ci-dessous appartiennent à l'intervalle $[-2;4]$.
 - a. Le réel 3
 - b. Le réel 5
 - c. Le réel -3
 - d. Le réel 0
4. Le réel $-1+2+3+3,5$ appartient-il à l'intervalle $[-2;4]$?

Compétence attendue

- Donner un encadrement d'amplitude donnée, d'un nombre réel par des décimaux.

Exercice 1.3

Raisonner, Communiquer un résultat par écrit, expliquer une démarche

Avec la calculatrice, donner un encadrement de $\sqrt{7}$ avec une amplitude de :

1. 1
2. 10^{-1}
3. 10^{-2}
4. 10^{-1}
5. 10^{-4}
6. 10^{-5}

Compétence attendue

- Dans le cadre de la résolution de problèmes, arrondir en donnant le nombre de chiffres significatifs adapté à la situation étudiée.

Exercice 1.4**Communiquer un résultat, Reasonner, Mettre en œuvre un algorithme**

L'indice de masse corporelle I_{mc} est donné par la formule $I_{mc} = \frac{M}{T^2}$ où M est exprimé en kg et T en mètres.

Un sportif de 1 mètre 75 a pris du poids. Il est passé de 75 kg à 85 kg.

1. Donner au dixième près son indice de masse corporelle avant prise de poids.
2. Donner au dixième près son indice de masse corporelle après prise de poids.
3. Son coach lui a dit qu'une augmentation d'au moins 3 points d'IMC nécessitait la reprise d'un entraînement sportif un peu plus intense. Que doit lui annoncer son coach ?
4. Écrire un programme sous Python permettant de calculer l'IMC d'une personne. Le faire fonctionner pour une personne de 80 kg mesurant 1 m 74.
5. Voici une interprétation de l'IMC d'un adulte.

IMC (Adulte)	Interprétation
Inférieur strictement à 18,5	État de maigreur : consulter un médecin
Compris entre 18,5 et 25	Corpulence normale
Supérieur à 25	État de surpoids : consulter un médecin

Écrire un programme sous Python, qui au poids et à la masse d'une personne indique l'IMC ainsi que l'interprétation de son IMC.