

Déterminer un chemin optique



Quand on ne sait pas !

- Le chemin optique pour aller du point A au point B est défini pour un milieu homogène isotrope d'indice n par :

$$(AB) = nAB$$

- Le chemin optique pour aller du point A au point B est défini pour un milieu non homogène d'indice $n(M)$ par :

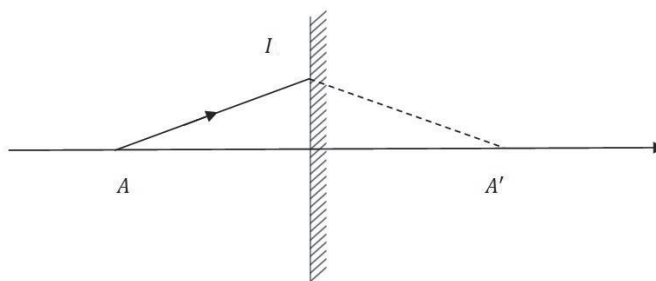
$$(AB) = \int_A^B n(M) dl$$

- Dans un milieu linéaire homogène et isotrope la lumière se propage en ligne droite.
- Un chemin optique réel est compté positivement et un chemin optique virtuel est compté négativement.

- Le plus souvent le chemin optique est constitué d'une suite de segments de longueur $l_1, l_2, l_3...$ Dans ce cas le chemin optique est égal à :

$$\delta = n_1 l_1 + n_2 l_2 + n_3 l_3 + \dots$$

EXEMPLE 1 Pour le miroir plan, le chemin optique entre deux points conjugués est nul.



Le chemin optique vaut $\delta = (AI) + (IA')$. Les points A et A' sont symétriques par rapport au miroir, nous avons ainsi $AI = IA'$. (AI) est réel et (IA') est virtuel. Nous avons donc $(AI) = AI$ et $(IA') = -IA'$. Le chemin optique est donc nul.

Que faire !

- Pour déterminer un chemin optique, il faut :
 - ▶ identifier les propriétés du milieu
 - ▶ faire un schéma représentant le trajet
 - ▶ utiliser la formule adéquate et penser à utiliser les lois de la réflexion ou de la réfraction

Conseils

- Il est impératif de savoir calculer correctement une distance entre deux points.

Exemple traité

- 1 Exprimer le trajet optique δ_{AB} pour un rayon lumineux allant du point A au point B dans l'air qui est assimilé au vide.
- 2 On insère une fine lame de verre d'épaisseur e et d'indice n sur le trajet de la lumière entre les points A et B . Exprimer le nouveau chemin optique.
- 3 Quelle distance dans l'air faudrait-il ajouter pour obtenir un parcours égal à celui parcouru en présence de la lame de verre ?
- 4 Réaliser l'application numérique : $AB = 2 \text{ cm}$; $e = 1 \text{ mm}$; $n = 1,5$.

► SOLUTION

- 1 En utilisant la définition du chemin optique nous avons $\delta_{AB} = n_0 AB = AB$ car l'indice de l'air est ici pris égal à 1.
- 2 Le chemin optique dans la lame de verre vaut $\delta_{\text{verre}} = n \times e$. Le chemin optique parcouru dans l'air est égal à $\delta_{\text{air}} = AB - e$. Le chemin optique est donc égal à :

$$\delta = AB + (n - 1)e$$

- 3 Pour obtenir le même chemin optique dans l'air, il faut l'égalité des deux chemins optiques soit :

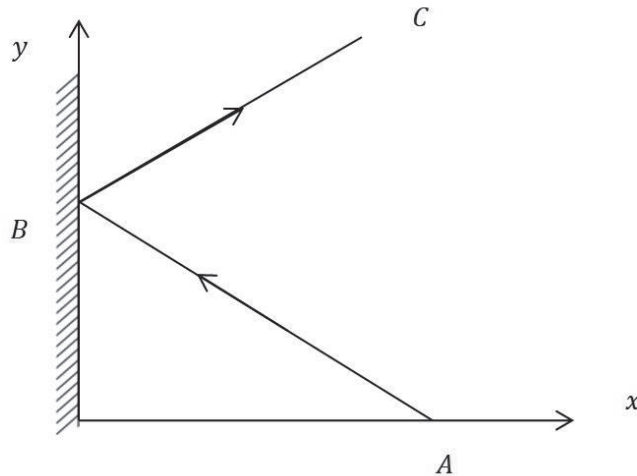
$$\begin{aligned} \delta &= AB + (n - 1)e = AB + d \\ d &= (n - 1)e \end{aligned}$$

- 4 Le chemin optique dans l'air est égal à $\delta = 2$ cm.
 L'application numérique donne $\delta = 2 + (1,5 - 1) \times 0,1 = 2,05$ cm.
 Le trajet supplémentaire est donc égal à $d = 1,5 \times 0,1 = 0,15$ cm.

Exercices

EXERCICE 1.1 Réflexion sur un miroir plan

La lumière issue du point initial A se réfléchit sur le miroir en un point B et revient au point final C . Le miroir occupe le plan $x = 0$. Les points A et C se trouvent dans le plan (xOy) .

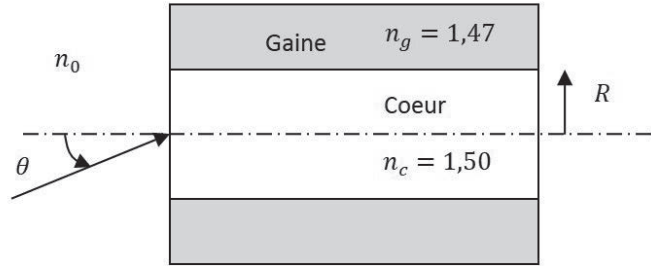


- 1 Déterminer les distances AB et BC pour un point B quelconque pris sur le miroir.
- 2 En déduire le chemin optique (AC) .
- 3 D'après le principe de Fermat, le chemin optique parcouru par la lumière est extrémal. Calculer la dérivée du chemin optique (AC) par rapport à y_B .
- 4 Retrouver la loi de Descartes à la réflexion.

EXERCICE 1.2 Fibre optique

On considère une fibre optique de longueur totale L . Un faisceau lumineux d'angle d'ouverture θ arrive sur la fibre.

- 1 Tracer le trajet qui se propage dans la fibre optique pour le rayon incident extrême arrivant sur la fibre avec un angle θ . Déterminer le chemin optique parcouru par ce rayon dans la fibre optique en fonction de θ .
- 2 Déterminer la différence de chemin optique entre ce trajet et le trajet le plus court.



Pour vous aider à démarrer

EXERCICE 1.1

Faire un schéma et bien paramétrer les points. Se laisser guider par les questions et utiliser la définition du chemin optique. Le but de cet exercice est de retrouver la loi de la réflexion.

EXERCICE 1.2

Faire un schéma du rayon qui arrive en incidence oblique. Penser à utiliser les lois de la réfraction et de la réflexion.

Solutions des exercices

EXERCICE 1.1

- 1 Nous commençons par définir les coordonnées des points. Les coordonnées du point A sont $(x_A, 0)$. Le point B a comme coordonnées $(0, y_B)$ et le point C a comme coordonnées (x_C, y_C) . Nous avons $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -x_A \\ y_B \end{pmatrix}$.

La distance AB est donc égale à $AB = \sqrt{x_A^2 + y_B^2}$. Le vecteur $\overrightarrow{BC}$ est donné par $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C - y_B \end{pmatrix}$.

La distance est donc égale à $BC = \sqrt{x_C^2 + (y_C - y_B)^2}$.

- 2 En appliquant la formule, pour un milieu d'indice $n = 1$, le chemin optique (AC) devient donc $(AC) = nAB + nBC = AB + BC$.
- 3 La dérivée du chemin optique (AC) par rapport à y_B est donc :

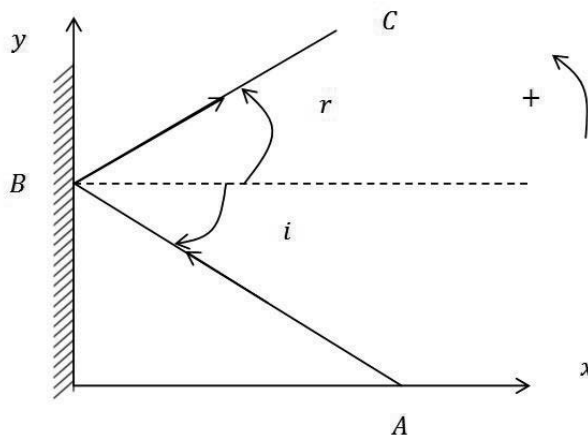
$$\frac{d(AC)}{dy_B} = \frac{d}{dy_B} \left(\sqrt{x_A^2 + y_B^2} \right) + \frac{d}{dy_B} \left(\sqrt{x_C^2 + (y_C - y_B)^2} \right)$$

$$\frac{d(AC)}{dy_B} = \frac{y_B}{\sqrt{x_A^2 + y_B^2}} + \frac{y_B - y_C}{\sqrt{x_C^2 + (y_C - y_B)^2}}$$

Le chemin optique est extrémal, donc $\frac{d(AC)}{dy_B} = 0$.

$$\frac{y_B}{\sqrt{x_A^2 + y_B^2}} = \frac{y_C - y_B}{\sqrt{x_C^2 + (y_C - y_B)^2}}$$

4 Nous plaçons les angles orientés incident i et réfléchi r sur le schéma :



Sur le schéma, l'angle d'incidence est négatif et l'angle de réflexion est positif.

Pour retrouver la loi de Descartes à la réflexion, il faut exprimer les sinus des angles incident et réfléchi.

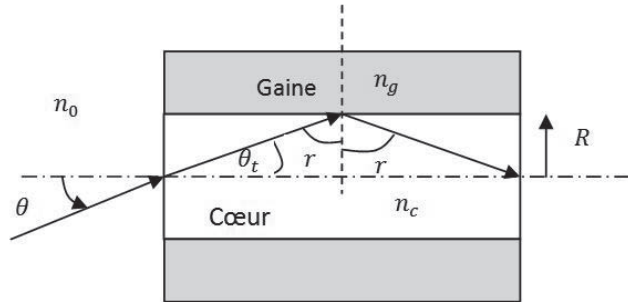
Pour l'angle incident, nous avons $\sin(i) = \frac{-y_B}{AB} = \frac{-y_B}{\sqrt{x_A^2 + y_B^2}}$.

Pour l'angle réfléchi, nous avons $\sin(r) = \frac{y_C - y_B}{\sqrt{x_C^2 + (y_C - y_B)^2}}$.

Nous retrouvons donc bien la loi de Descartes à la réflexion soit $i = -r$.

EXERCICE 1.2

- 1 Le schéma du rayon incident entrant dans la fibre avec un angle θ est le suivant :



La distance parcourue par le rayon lumineux dans la fibre optique est égal à $l = \frac{L}{\cos \theta_t}$. En appliquant les lois de Descartes, nous avons $n_0 \sin \theta = n_c \sin \theta_t$. Le chemin optique est donc :

$$\delta = n_c \frac{L}{\cos \theta_t} = \frac{n_c L}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_t}} = \frac{n_c L}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_c}\right)^2 \sin^2 \theta}}$$

- 2 Le trajet le plus court parcouru dans la fibre optique correspond à la ligne droite soit $\delta_{min} = n_c L$. La différence de chemin optique est donc :

$$\Delta = \delta - \delta_{min} = n_c L - \frac{n_c L}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_c}\right)^2 \sin^2 \theta}}$$

Calculer un retard de phase ou un déphasage



Quand on ne sait pas !

- La phase φ s'écrit en fonction du chemin optique δ et vaut $\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$. Donc calculer un retard de phase revient à calculer un chemin optique.
- La surface d'onde est définie par l'ensemble des points M qui vérifient la relation suivante $\varphi(M) = Cte$.
- La différence de phase $\Delta\varphi$ s'écrit en fonction de la différence de chemins optiques (ou différence de marche) δ et vaut $\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$. Donc calculer une différence de phase revient à calculer une différence de chemins optiques.
- La loi de Malus dit que les rayons lumineux sont perpendiculaires aux surfaces d'onde.
- Une lentille mince permet de transformer une onde sphérique en une onde plane si la source est placée au foyer objet de la lentille.
- Une lentille, éclairée par une onde plane, transforme cette dernière en onde sphérique.
- Des points conjugués A et A' par un système optique vérifient la relation $(AA') = Cte$.

Que faire !

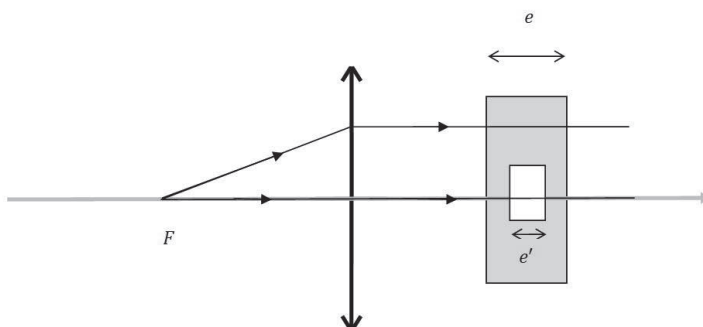
- Pour déterminer une phase :
 - ▶ déterminer le chemin optique entre les deux points
 - ▶ utiliser la formule donnant la phase en fonction du chemin optique
- Pour déterminer une différence de phase :
 - ▶ déterminer la différence de chemins optiques entre les deux trajets, en utilisant si besoin, la loi de Malus
 - ▶ utiliser la formule donnant la phase en fonction du chemin optique

Conseils

- Bien déterminer le chemin optique emprunté par le rayon lumineux.
- S'il s'agit de déterminer une différence de chemin optique, il est inutile de calculer chaque chemin optique. Il est préférable de calculer directement la différence en utilisant la loi de Malus si besoin.

Exemple traité

Une source ponctuelle, placée au foyer d'une lentille convergente, éclaire une lame de verre d'indice n dans laquelle il y a un trou d'air.



- 1 Déterminer la différence de phase entre les deux rayons issus du foyer objet, l'un passant par la cavité et l'autre passant en dehors de la cavité.
- 2 Déterminer l'épaisseur e' du trou pour que cette différence de phase soit égale à π .

SOLUTION

- 1 Dans cet exemple, il faut déterminer une différence de chemin optique. La lentille transforme une onde sphérique en une onde plane. La surface avant de la lame de verre coïncide avec une surface d'onde. Nous en déduisons que les deux chemins optiques sont égaux avant la lame de verre.

La différence est introduite au niveau de la lame de verre. Le rayon passant sur l'axe optique a un chemin optique égal à $\delta_0 = n(e - e') + e'$. L'autre rayon parcourt dans la lame un chemin optique $\delta = ne$.

La différence de chemin optique est donc égale à $\Delta = \delta - \delta_0 = (n - 1)e'$.

La différence de phase vaut :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda_0} = \frac{2\pi(n - 1)e'}{\lambda_0}$$

- 2 La condition demandée donne :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda_0} = \frac{2\pi(n - 1)e'}{\lambda_0} = \pi \quad \text{donc} \quad e' = \frac{\lambda_0}{2(n - 1)}$$