

Table des matières

Chapitre premier. Structures algébriques	1
1. Groupes	1
2. Anneaux	5
3. Corps	7
4. Modules	9
5. Groupe libre de rang n	11
6. Groupe de type fini	14
7. Exercices	15
Chapitre II. Fonctions arithmétiques multiplicatives	20
1. Définitions	20
2. L'anneau des fonctions arithmétiques	22
3. Fonctions multiplicatives	23
4. Formule d'inversion de Möbius	25
5. Retour à l'étude de la fonction d'Euler	26
6. Exercices	28
Chapitre III. Congruences	29
1. Définitions	29
2. Étude de l'anneau des entiers modulo m	30
3. Théorème chinois	31
4. Applications	31
5. Résolution de congruences	32
6. Racines primitives de l'unité	36
7. Corps finis	42
8. Exercices	43
Chapitre IV. Caractères de groupes	45
1. Définitions et exemples	45
2. Propriétés	46
3. Relations fondamentales d'orthogonalité	48
4. Exercices	49
Chapitre V. Résidus quadratiques	50
1. Symbole de Legendre	50
2. Loi de réciprocité quadratique	55
3. Applications	59
4. Exercices	61

Chapitre VI. Corps de nombres	64
1. Extensions de corps	64
2. Nombres algébriques	64
3. Corps de nombres	66
4. Entiers algébriques	73
5. Exemple de corps de nombres : corps quadratiques	80
6. Exemple de corps de nombres : corps cyclotomiques	83
7. Exercices	88
Chapitre VII. Anneaux factoriels	89
1. Éléments irréductibles et éléments premiers	89
2. Anneaux noethériens	94
3. Anneaux factoriels	97
4. Anneaux euclidiens	100
5. Exercices	108
Chapitre VIII. Décomposition en idéaux premiers	110
1. Compléments sur les idéaux d'un anneau	110
2. Anneaux de Dedekind	114
3. Étude de l'anneau des entiers d'un corps de nombres	124
4. Étude d'un exemple	130
5. Exercices	133
Chapitre IX. Somme de carrés et équations diophantiennes	134
1. Entier somme de carrés	134
2. Étude de l'équation diophantienne $a^2 = b^2 + c^2$	139
3. Étude de l'équation diophantienne $a^3 = b^3 + c^3$	145
4. Exercices	149
Chapitre X. Fractions continues	151
1. Introduction	151
2. Définitions	152
3. Problèmes de convergence de fractions continues	154
4. Représentation d'un nombre réel par une fraction continue	156
5. Meilleure approximation	164
6. Exercices	171
Chapitre XI. Équation de Pell	172
1. Étude de l'équation de Pell	172
2. Étude d'équations liées à l'équation de Pell	177
3. Recherche des unités d'un corps quadratique réel	182
4. Exercices	186
Bibliographie	187
Index	188