CHAPITRE 1: LOIS GENERALES DANS L'APPROXIMATION DES REGIMES QUASI-STATIONNAIRES

A – FICHES, METHODES

I-Définitions

Le courant électrique correspond à un déplacement d'ensemble de porteurs de charge ; par convention, le sens du courant est le sens de déplacement des porteurs de charge positive. On le caractérise par son intensité i à travers une surface S, qui est égale à la charge totale traversant S par unité de temps, c'est-à-dire le débit de charges à travers S : $i = \frac{dq}{dt}$ avec i en Ampère (A), q en Coulomb (C) et t en seconde (s).

La tension électrique U_{AB} entre deux points A et B d'un circuit est la différence de potentiel entre A et B : $U_{AB}=V_A-V_B$. C'est une grandeur algébrique : elle peut être positive ou négative.

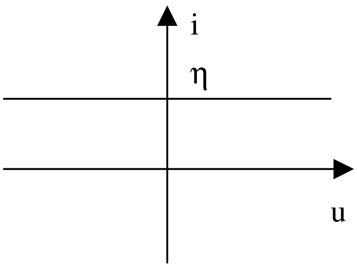
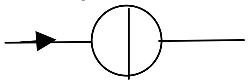
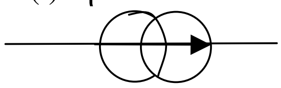
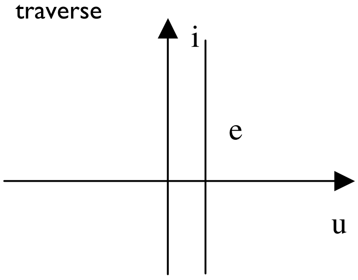
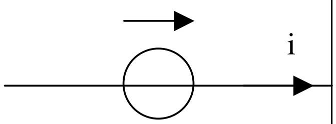
La masse signal (symbole:) est une référence de potentiel pour un circuit donné. (Ce potentiel n'est pas nécessairement constant dans le temps.)

La masse carcasse (symbole:) est reliée à la terre : son potentiel est constant et sa valeur égale à 0V.

Il existe deux types de sources idéalisées :

♣ les sources liées ou dépendantes : une source de tension (respectivement de courant) liée est une source de tension (respectivement de courant) dont la force électromotrice f.e.m (respectivement le courant électromoteur c.e.m) a une valeur fonction d'une grandeur électrique (tension ou courant) associée à un autre élément du circuit.

♣ les sources libres, ou non liées ou indépendantes ou parfaites :

Types de sources libres	Propriétés	Symboles	Définitions
Source de courant parfaite	Elle débite un courant d'intensité i constante égale au courant électromoteur (c.e.m) η et ceci quelque soit la tension u à ses bornes. 	i(t)=η  OU i(t)=η  Lorsque η=0, cette source équivaut à un interrupteur ouvert (coupe-circuit), d'où la barre dans le premier symbole	Le c.e.m est le courant délivré par la source de courant quand la tension à ses bornes est nulle.
Source de tension parfaite	Elle maintient entre ses bornes une tension e indépendante de l'intensité i du courant qui la traverse 	 Lorsque e=0, cette source équivaut à un interrupteur fermé ou fil (court-circuit), d'où le trait horizontal dans ce symbole	La f.e.m e est la tension aux bornes de la source de tension quand celle-ci ne débite aucun courant.

II- Approximation des régimes quasi-stationnaires (ou quasi-permanents) (A.R.Q.S)

Comme le son et la lumière, les intensités et les tensions sont des grandeurs qui se propagent dans les conducteurs avec une vitesse finie v. Ainsi il n'est plus possible de parler d'intensité i(t) à un instant donné t dans un circuit (même dans un circuit sans dérivation), car sa valeur dépend du point où nous l'évaluons. Le temps de propagation τ de l'intensité dans un circuit de longueur l est $\tau = \frac{l}{v}$. Si les temps intervenant dans l'étude du circuit (période, temps de montée du signal, temps d'acquisition des mesures.) sont grands devant τ, alors les phénomènes de propagation sont négligeables. On effectue dans ce cas l'approximation des régimes quasi-stationnaires ou quasi permanents (notées ARQS ou ARQP)

<u>Domaine de validité de l'A.R.Q.S :</u> pour les intensités et les tensions, on peut définir une longueur d 'onde λ telle que λ=vT avec v la vitesse de propagation (v $\cong$ 3. 10^8 m/s), et T la période. On est dans l'ARQS quand T>> τ, soit T>>$\frac{l}{v}$, soit vT>> l, soit λ >> l, soit lorsque les dimensions du circuit sont faibles devant λ.

<u>Remarque</u> : comme $\lambda=\frac{v}{f}$ avec f la fréquence, il faut que les fréquences restent faibles pour être dans l'ARQS.

III- Lois

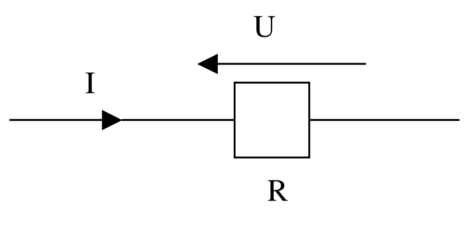
<u>Loi des branches</u> : dans l'ARQS l'intensité est la même en tout point d'un circuit sans dérivation.
Un nœud est un point d'interconnexion d'au moins trois fils électriques. On le représente par un point.
On appelle dipôle tout système électrique relié à l'extérieur par deux bornes. (exemple : résistor, générateur, fil…)
Une branche est constituée par un ensemble de dipôles montés en série entre deux nœuds. Deux dipôles sont en série quand ils ont une borne commune et lorsqu'ils sont traversés par le même courant.
Une maille est un ensemble de branches formant un contour fermé que l'on peut parcourir en ne passant qu'une fois par chaque nœud intermédiaire.

<u>Les deux lois de Kirchoff :</u>

<u>Loi des nœuds</u> : la somme des intensités des courants arrivant à un nœud est égale à celle des intensités des courants en repartant.

<u>Loi des mailles</u> : pour une maille orientée (arbitrairement) : $\sum_k \varepsilon_k u_k = 0$ avec u_k la tension aux bornes du k ième dipôle de la maille considérée et ε_k=+1 si u_k est orientée dans le sens de la maille et ε_k=-1 sinon.

<u>Loi d'Ohm</u> : la tension U aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance R parcouru par le courant d'intensité I vérifie U=RI (attention aux sens de U et I)



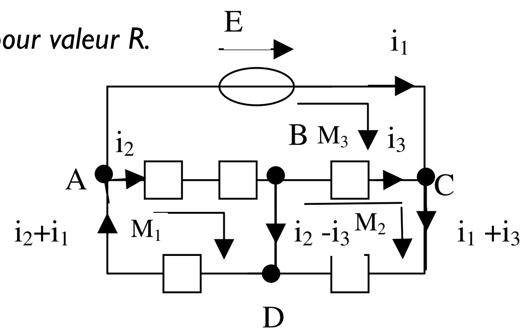
<u>Loi d'additivité des tensions</u> : $u_{AB}=u_{AC}+u_{CB}$

<u>Méthode 1-1 : applications des lois de Kirchhoff :</u>

♦Déterminer le nombre N de nœuds du circuit et le nombre B de branches.

♦Déterminer le nombre N_i d'intensité nécessaire pour résoudre le problème, sachant qu'il est égal à B-N+1.

Exemple : tous les résistors ont pour valeur R.



N=4 noeuds (A, B, C et D)

B=6 (AC, AB, BC, CD, BD, AD)

N_i=3

♦Placer N_i intensités sur le schéma, écrire sur le schéma les expressions des autres intensités en utilisant la loi des nœuds (si on cherche l'intensité circulant dans un dipôle précis, choisir cette intensité parmi les N_i intensités, ainsi elle sera exprimée le plus simplement possible)

Exemple : on cherche l'intensité du courant délivré par le générateur

On va nommer i_1 ce courant (ce qui est mieux que de l'exprimer en fonction de i_3 et i_2, ce qui obligerait à déterminer ces deux courants pour répondre à la question posée).

On nomme i_2 l'intensité du courant circulant dans la branche AB et i_3 celle dans BC.

On écrit directement sur le schéma les expressions des autres intensités en utilisant la loi des nœuds ; ainsi le courant allant de B vers D dans la branche BD est i_2-i_3.

♦Identifier, nommer et orienter les mailles (choisissez l'orientation que vous voulez).

Exemple : M_1, M_2 et M_3.

♦Appliquer les lois des mailles (il faut N_i équations (autant que d'inconnues)).

Exemple : lois des mailles :

- dans M_1 : $-2Ri_2-R(i_2+i_1)=0$ (1)

- dans M_2: $-Ri_3-R(i_1+i_3)=0$ (2)

- dans M_3 : $E+Ri_3+2Ri_2=0$ (3)

♦Se ramener à un système, où l'on ordonne (on place les uns en dessous des autres) les termes en fonction de leur nom dans toutes les équations

Exemple :

(1) : $R\,i_1+3Ri_2 \qquad = 0$ (4)

(2): $R\,i_1 \qquad +2Ri_3 = 0$ (5)

(3): $\qquad 2Ri_2+Ri_3 = -E$ (6)

Résoudre ce système par combinaison linéaire ou par substitution.

Exemple : 2(4)-3(6)+$\frac{3}{2}$(5) : $Ri_1(2+\frac{3}{2})=3E$, soit $i_1=\frac{6E}{7R}$

♦Vérifier l'homogénéité du résultat.

Exemple : on note [a] dimension de a ; $[i_1]=\frac{[E]}{[R]}=\frac{[RI]}{[R]}=[I]=A$

♦Vérifier que l'on a bien répondu aux attentes de l'examinateur (détermination de l'inconnue souhaitée, expression en fonction des paramètres demandées)

Exemple : on a bien déterminé le courant délivré par le générateur.

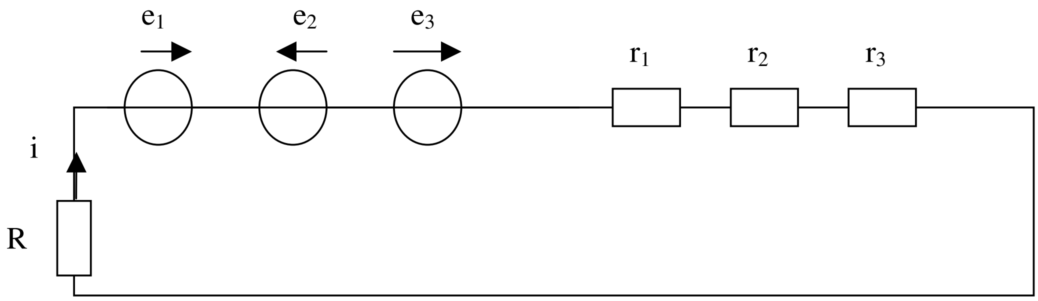
<u>Loi de Pouillet série</u> : soit un circuit constitué d'une maille unique comportant (en série) des générateurs de tension de f.e.m e_k et de résistance interne r_k ; et d'autres résistors de résistance équivalente R. Alors l'intensité i du courant circulant dans ce circuit est $i = \frac{\sum \beta_k e_k}{R+\sum_k r_k}$ avec $\beta_k=+1$ si e_k est dans le sens de i et -1 sinon.

B – EXERCICES

I-Lois de Pouillet

Enoncé a)

Démonstration de la loi de Pouillet série (question de cours) : déterminer l'intensité i du courant en fonction des paramètres du circuit. Généraliser ce résultat à un circuit formé de générateurs de tension de f.e.m e_k et de résistance interne r_k et d'autres résistors de résistance équivalente R associés en série.



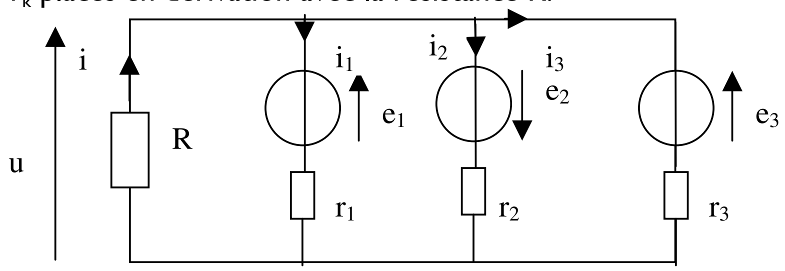
Résolution a)

D'après la loi d'additivité des tensions et la loi d'Ohm : $e_1-e_2+e_3=i(r_1+r_2+r_3+R)$.

D'où $i = (e_1-e_2+e_3)/(r_1+r_2+r_3+R)$.En généralisant : $i=\frac{\sum_k \varepsilon_k e_k}{R+\sum_k r_k}$ avec ε_k =+1 si e_k est dans le sens de i et –1 sinon.

Enoncé b)

Démonstration de la loi de Pouillet parallèle (question de cours) : déterminer la tension u aux bornes de R en fonction des paramètres du circuit. Généraliser ce résultat à un circuit formé de générateurs de tension de f.e.m e_k et de résistance interne r_k placés en dérivation avec la résistance R.



Résolution b)

D'après la loi d'Ohm u=-Ri (attention aux sens de u et i).
De plus, d'après la loi de nœuds : $i=i_1+i_2+i_3$. Ainsi $u=-R(i_1+i_2+i_3)$.
Or d'après la loi d'Ohm appliquée respectivement aux résistors r_1, r_2 et r_3 : $i_1=\frac{u-e_1}{r_1}$; $i_2=\frac{u+e_2}{r_2}$ et $i_3=\frac{u-e_3}{r_3}$ (attention, dans la loi d'Ohm, c'est la tension aux bornes du résistor qui intervient).

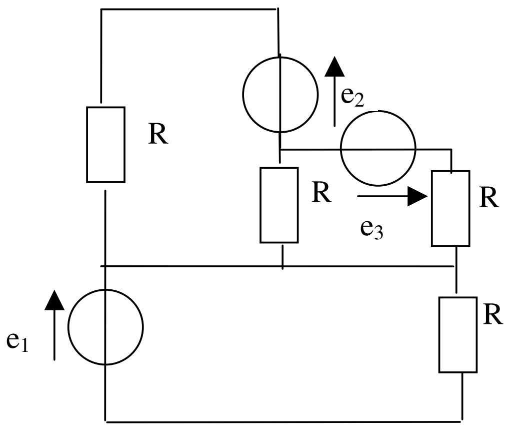
Ainsi $u=-R(\frac{u-e_1}{r_1}+\frac{u+e_2}{r_2}+\frac{u-e_3}{r_3})\Leftrightarrow u(1+R(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}))=R(\frac{e_1}{r_1}-\frac{e_2}{r_2}+\frac{e_3}{r_3})$

$\Leftrightarrow u=\frac{\sum_k \varepsilon_k e_k \frac{1}{r_k}}{\frac{1}{R}+\sum_k \frac{1}{r_k}}$ avec $\varepsilon_k=+1$ si e_k et u sont de même sens et –1 sinon. On vérifie l'homogénéité du résultat.

II-Applications des lois de Kirchhoff

Enoncé a)

On considère le circuit suivant :



Déterminer l'expression littérale de l'intensité du courant débité par le générateur de fem e_3.

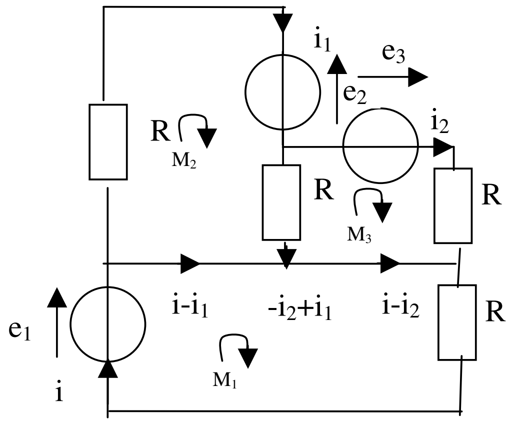
Résolution a)

On applique la méthode I-I

Nombre de nœuds du circuit N = 4, nombre de branches B= 6.

Nombre N_i d'intensité nécessaire pour résoudre le problème N_i = B-N+1=3.

On place N_i intensités sur le schéma, i, i_1 et i_2 et on applique la loi des nœuds pour exprimer les intensités dans les branches restantes en fonction de i, i_1 et i_2 :



D'après la loi des mailles :

- dans M_1 : $e_1 - Ri = 0$ (1)
- dans M_2: $-Ri_1 - e_2 - R(i_1 - i_2) = 0$ (2)
- dans M_3 : $e_3 - Ri_2 + R(i_1 - i_2) = 0$ (3)

On se ramène à un système :

(1) : $R\,i = -e_1$ *(4)*

(2): $-2Ri_1 + Ri_2 = e_2$ *(5)*

(3): $Ri_1 - 2Ri_2 = -e_3$ *(6)*

Nous cherchons l'intensité du courant débité par le générateur de fem e_3, c'est-à-dire i_2 ; ce que l'on obtient par : (5)+2(6) : $i_2 = \dfrac{e_2 - 2e_3}{-3R}$ (ceci est bien homogène à une intensité).

Enoncé b)

On considère le montage ci-dessous. Déterminer l'intensité du courant circulant dans la branche contenant le générateur de fem E_2. <u>*Données :*</u> E_1 = 8V ; E_2 = 10V ; $r_1 = r_2 = 2\Omega$; $R_1 = 20\Omega$; $R_2 = 10\Omega$.