

TABLE DES MATIÈRES

1	Réflexions antiques et modernes sur les nombres premiers	1
1	Aristide et le pouvoir divin du Nil	3
1.1	Mystérieuse Egypte	4
1.2	Les chiffres et l'univers dans la pensée grecque	5
2	Les nombres premiers	8
2.1	Définition	8
2.2	Décrypter les nombres premiers	8
2.3	Comment trouver les nombres premiers inférieurs à un nombre donné ?	10
2.4	Reconnaitre un nombre premier	12
3	Premières lois arithmétiques et géométriques	12
4	Conclusion	14
2	Les dessous des cartes	17
1	Comprendre l'espace et le monde : des premières mesures du monde au formalisme mathématique	20
1.1	Quelques concepts de base de la géométrie pour comprendre l'espace	20
1.2	La forme de la Terre : de l'intuition d'une Terre ronde aux premières estimations de sa taille	23
1.3	Les premières représentations conformes de la Terre : Ptolémée, le pionnier de la cartographie.	25
2	Dominer le monde : la cartographie moderne, outil de pouvoir et de connaissance	27
2.1	Des contours de plus en plus précis, une connaissance de plus en plus exhaustive	27
2.2	Représenter une sphère sur un plan : les projections cartographiques	29
2.3	La triangulation : du calcul des distances au positionnement en temps réel	31

3	Mathématiques, informatique et géographie, le nouveau triptyque de la représentation spatiale	34
3	L'Univers mathématique	37
1	Naissance de l'astronomie	39
1.1	Les premiers calculs précis	40
1.2	Du système ptoléméen au moyen âge	43
2	La mécanique céleste classique	44
2.1	Les fondements de Galilée	44
2.2	Les principes de la mécanique newtonienne	45
2.3	La loi de la gravitation universelle	47
2.4	Les trois lois de Kepler	49
2.5	Un univers déterministe	50
3	La Relativité	51
3.1	Relativité galiléenne	51
3.2	Quelques exemples de relativité du mouvement	52
3.3	Relativité restreinte	53
3.4	Une nouvelle conception de l'espace et du temps	54
3.5	Relativité générale	58
3.6	Un espace-temps courbe	62
3.7	Un exemple d'application pratique : La déviation gravitationnelle des rayons lumineux	64
4	Et maintenant ?	65
4	La portée des mathématiques	67
1	Construire une gamme... la quadrature du cercle musical ?	70
1.1	Dans la forge de Pythagore	70
1.2	Le cycle des quintes	73
1.3	Gioseffo Zarlino et la gamme naturelle	74
1.4	Vers un clavier bien tempéré	76
1.5	Des logarithmes et des groupes avant l'heure ?	78
2	Notation musicale	80
3	Composition et groupes de transformations	82
3.1	Présentation des imitations	83
3.2	Analyse mathématique	85
3.3	Formalisation sérielle	88
4	Coda	92

5	Les Mathématiques dans l'Histoire de l'Art	95
1	Ce que l'on voit de l'objet	97
1.1	De l'ordre naturel	97
1.2	... À l'ordre mystique	100
2	Ce que l'on sait de l'objet	104
2.1	Capacité d'abstraction	104
2.2	Construction d'un langage universel	106
3	La création de nouveaux objets	110
4	Conclusion	113
6	L'économie des mathématiques	115
1	L'utilisation économique des mathématiques à des fins d'op- timisation	119
1.1	Le choix des agents	119
1.2	Coordination par les prix et optimisation globale . .	124
1.3	Les limites collectives de la recherche de l'intérêt in- dividuel	127
2	La prise en compte du temps dans l'économie : coordination et prévisibilité	129
2.1	La situation dynamique du dilemme du prisonnier : l'explication de la coopération	129
2.2	Le calcul stochastique	131
2.3	Les options et le modèle de Black & Scholes	132
3	L'économie peut-elle se passer des mathématiques ?	133
7	Sondages	135
1	Genèse, développements et institutionnalisation des sondages d'opinion	137
1.1	Une genèse ancrée dans une tradition scientifique . .	138
1.2	La naissance des sondages aux Etats-Unis : un nouvel outil au carrefour des intérêts	138
1.3	Une importation laborieuse dans une France difficile à convaincre	141
2	La construction du chiffre : débats et méthodes	143
2.1	La technique du sondage	144
2.2	Vous avez dit « <i>représentatif</i> » ?	147
2.3	De l'opinion publique à des opinions et des publics. .	150
3	Conclusion : De la mesure à la construction de l'opinion . .	153

8	Biomathématiques	157
1	Régression Linéaire	160
2	Dynamique des populations et propagation d'un virus	164
3	Mathématiques et neurosciences	169
4	Conclusion	172
9	L'informatique et les mathématiques	173
1	Cryptographie	177
1.1	Le code César	177
1.2	La machine Enigma	178
1.3	L'algorithme RSA	180
1.4	Le Wifi	181
2	Traitement d'images	183
2.1	Coder une image	184
2.2	Compression d'images	184
3	Vers l'informatique ?	187
10	Prévoir le climat	189
1	Des fondements de Newton aux équations de Navier-Stokes	191
2	De la simulation numérique aux prévisions météorologiques	196
2.1	La méthode des volumes finis	196
2.2	Les méthodes probabilistes	200
2.3	La résolution numérique	200
2.4	Au coeur de la simulation numérique : les ordinateurs	201
2.5	Les difficultés	202
3	La validité des modèles est-elle remise en question ?	203
11	Les mathématiques des symétries	205
1	Symétries, groupes et ambiguïtés	207
2	La symétrie à travers l'histoire	211
3	Le rubik's cube	215
4	Applications en sciences	220
4.1	Les groupes en physique et en chimie	221
4.2	Chimie quantique	222
4.3	Relativité	224
4.4	Le modèle standard et la physique des particules	225
5	Conclusion	226

12 Psychologie et mathématiques	229
1 De l'utilisation des statistiques dans une recherche psychanalytique	232
2 Les mathématiques et l'étude de la rationalité humaine. . .	237
2.1 Nos décisions sont-elles rationnelles?	237
2.2 Nos jugements sont-ils rationnels?	240
3 Conclusion	243
13 Mathématiques + Droit = ?	245
1 Mathématiques et Droit : Penser sa pensée	249
1.1 Structuration d'un univers : la construction d'une hy- pothèse	250
1.2 Structuration d'une solution : la construction d'une conclusion	253
2 Mathématiques en Droit : Repenser sa pensée	259
2.1 La fonction instrumentale des Mathématiques	259
2.2 La fonction critique des Mathématiques	262
3 Du Droit en Mathématiques	263
Les Auteurs	265