

Table des matières

Enseignement obligatoire	11
1 Limites	11
1.1 Généralités	11
1.1.1 Limite en $\pm\infty$	11
1.1.2 Limite en un réel	11
1.1.3 Usage des ε	12
1.1.4 Limites à gauche et à droite	12
1.1.5 Unicité de la limite	12
1.2 Opérations	13
1.2.1 Somme	13
1.2.2 Produit	13
1.2.3 Quotient	14
1.2.4 Composée	14
1.2.5 Formes indéterminées	14
1.2.6 Polynômes et fractions rationnelles	15
1.3 Comparaison	16
1.3.1 Inégalités	16
1.3.2 Asymptotes	17
1.4 Exercices	18
1.5 Problèmes	20
1.6 Corrections	21
2 Suites numériques	27
2.1 Récurrence	27
2.1.1 Démonstration par récurrence	27
2.1.2 Exemples instructifs	27
2.2 Propriétés des suites réelles	28
2.2.1 Variations	28
2.2.2 Frontières	28
2.2.3 Limites	29
2.2.4 Suites adjacentes	29
2.3 Existence de limite	30
2.3.1 Comparaison	30
2.3.2 Suites géométriques	30
2.3.3 Suites monotones	31
2.4 Exercices	34
2.5 Problèmes	39
2.6 Corrections	43

3	Continuité	55
3.1	Généralités	55
3.2	Théorème des valeurs intermédiaires	56
3.2.1	Existence	56
3.2.2	Unicité	57
3.2.3	En pratique	57
3.3	Compléments	58
3.3.1	Bijection	58
3.3.2	Fonctions continues sur un segment	59
3.4	Exercices	60
3.5	Problèmes	61
3.6	Corrections	63
4	Dérivation	67
4.1	Généralités	67
4.1.1	Définitions	67
4.1.2	Continuité	68
4.1.3	Tangente	68
4.1.4	Notation différentielle et dérivées successives	69
4.2	Opérations	69
4.2.1	Somme, produit, quotient	69
4.2.2	Composée	69
4.3	Variations	70
4.4	Exercices	72
4.5	Problèmes	75
4.6	Corrections	78
5	Fonctions trigonométriques	87
5.1	Cercle trigonométrique	87
5.2	Dérivabilité	88
5.2.1	Résultats préparatoires	88
5.2.2	Dérivées du sinus et du cosinus	89
5.3	Étude	89
5.3.1	Propriétés et tableaux de variations	89
5.3.2	Courbes	90
5.3.3	Fonctions sinusoïdales	91
5.4	Exercices	92
5.5	Problèmes	95
5.6	Corrections	99
6	Exponentielle	107
6.1	Construction et propriétés élémentaires	107
6.1.1	Existence et unicité	107
6.1.2	Propriétés élémentaires	108
6.2	Propriétés algébriques et notation exponentielle	108
6.2.1	Propriétés de puissance	108
6.2.2	Notation exponentielle	109

6.2.3	Équation fonctionnelle	109
6.3	Propriétés analytiques	110
6.3.1	Approximation à l'origine et inégalité fondamentale	110
6.3.2	Comportement asymptotique	110
6.3.3	Courbe représentative	111
6.4	Construction de l'exponentielle	111
6.4.1	Méthode d'Euler	111
6.4.2	Existence	112
6.5	Exercices	113
6.6	Problèmes	116
6.7	Corrections	119
7	Nombres complexes	127
7.1	Généralités	127
7.2	Conjugué et module	128
7.2.1	Conjugué	128
7.2.2	Module	128
7.3	Équations du second degré	129
7.4	Propriétés géométriques	130
7.4.1	Plan complexe	130
7.4.2	Translations et homothéties	130
7.4.3	Forme trigonométrique	131
7.5	Exponentielle complexe	132
7.5.1	Définition	132
7.5.2	Propriétés angulaires	132
7.6	Cercles et rotations	133
7.7	Exercices	135
7.8	Problèmes	139
7.9	Corrections	142
8	Logarithme	151
8.1	Construction	151
8.2	Propriétés	152
8.2.1	Dérivabilité	152
8.2.2	Relation fonctionnelle caractéristique	152
8.2.3	Approximation affine en 1	153
8.2.4	Inégalité fondamentale	153
8.2.5	Comportement asymptotique	153
8.2.6	Autres logarithmes	154
8.3	Fonctions puissances et exponentielles	154
8.3.1	Puissance	154
8.3.2	Fonctions exponentielles de base a	154
8.3.3	Fonctions puissances	155
8.4	Exercices	156
8.5	Problèmes	159
8.6	Corrections	161

9	Conditionnement et indépendance	167
9.1	Espaces probabilisés	167
9.1.1	Évènements	167
9.1.2	Probabilités	168
9.1.3	Variables aléatoires	168
9.2	Conditionnement et indépendance	169
9.2.1	Conditionnement	169
9.2.2	Indépendance	169
9.2.3	Indépendance, corrélation et causalité	170
9.3	Probabilités totales	171
9.3.1	Formule des probabilités totales	171
9.3.2	Arbres	171
9.4	Exercices	172
9.5	Problèmes	176
9.6	Corrections	178
10	Intégration	187
10.1	Intégrale d'une fonction continue	187
10.1.1	Intégrale d'une fonction positive	187
10.1.2	Intégrale d'une fonction de signe quelconque	188
10.2	Propriétés	189
10.2.1	Opérations	189
10.2.2	Valeur moyenne et interprétations physiques	190
10.2.3	Inégalités	191
10.3	Calcul d'intégrales	192
10.3.1	Primitives	192
10.3.2	Lien entre intégrale et primitive	193
10.3.3	Intégration par parties	194
10.4	Exercices	195
10.5	Problèmes	201
10.6	Corrections	204
11	Produit scalaire	215
11.1	Expressions du produit scalaire	215
11.2	Plans	216
11.2.1	Généralités	216
11.2.2	Équation cartésienne	216
11.2.3	Distance d'un point à un plan	217
11.2.4	Demi-espaces	219
11.2.5	Plan médiateur	219
11.3	Exercices	220
11.4	Problèmes	222
11.5	Corrections	223

12 Droites et plans	227
12.1 Barycentres	227
12.2 Plans	227
12.3 Droites	228
12.4 Intersections	229
12.5 Exercices	230
12.6 Problèmes	232
12.7 Corrections	235
13 Loïs de probabilité	241
13.1 Espérance, variance et écart-type	241
13.2 Loi binomiale	242
13.2.1 Coefficients binomiaux	242
13.2.2 Formule du binôme	242
13.2.3 Loi binomiale	244
13.3 Densité	245
13.4 Loïs uniforme et exponentielle	246
13.4.1 Loi uniforme	246
13.4.2 Loi exponentielle	247
13.5 Loi normale	248
13.5.1 Loi centrée réduite	248
13.5.2 Loi générale	250
13.6 Fluctuation et estimation	251
13.6.1 Intervalle de fluctuation	251
13.6.2 Estimation	252
13.7 Exercices	254
13.8 Problèmes	261
13.9 Corrections	263
Enseignement de spécialité	274
14 Divisibilité	275
14.1 Divisibilité dans \mathbb{Z}	275
14.1.1 Multiples et diviseurs	275
14.1.2 Propriétés élémentaires	275
14.2 Division euclidienne	276
14.2.1 Préliminaires	276
14.2.2 Division euclidienne	276
14.3 Pgcd, ppcm, algorithme d'Euclide	277
14.3.1 Pgcd, ppcm	277
14.3.2 Calcul effectif du pgcd	278
14.4 Congruences	279
14.4.1 Généralités	279
14.4.2 Opérations	279
14.5 Grands théorèmes	280
14.5.1 Bézout	280

14.5.2 Gauss	282
14.6 Exercices	283
14.7 Problèmes	287
14.8 Corrections	290
15 Nombres premiers	297
15.1 Généralités	297
15.2 Décomposition en facteurs premiers	298
15.3 Petit théorème de Fermat	299
15.4 Exercices	300
15.5 Problèmes	303
15.6 Corrections	307
16 Matrices	315
16.1 Généralités	315
16.2 Opérations algébriques	315
16.2.1 Somme	315
16.2.2 Multiplication par un scalaire	316
16.2.3 Produit	316
16.3 Matrices carrées	317
16.3.1 Inverse	317
16.3.2 Systèmes linéaires	318
16.4 Exercices	319
16.5 Problèmes	321
16.6 Corrections	323
17 Modèles matriciels	327
17.1 Chiffrement de Hill	327
17.2 Suites récurrentes matricielles linéaires	327
17.3 Suites récurrentes matricielles affines	328
17.4 Modèle d'évolution proie-prédateur	329
17.5 Marches aléatoires	330
17.6 Corrections	336
Idées de devoirs et questions de cours	345
Aide-mémoire pour le logiciel Maxima	349
Bibliographie	351
Index	353