Chapitre 2

Rappels de cours

Les épreuves de logique, que ce soit verbale où numérique, ont pour but d'évaluer les candidats sur leur aptitudes à résoudre des problèmes logiques relativement simples en un temps limité. Même s'il ne saurait exister de "cours" à proprement parler en vue des épreuves de logique, une bonne préparation est un atout qu'un étudiant ambitieux ne saurait éviter. Nous allons donc donner quelques rappels de résultats de cours à connaître parfaitement, ainsi que des techniques afin d'être parfaitement préparé le jour de l'épreuve, et ne pas se faire surprendre par des types de raisonnements particuliers.

2.1 Rappels de Mathématiques

Cette section vise à rappeler aux candidats les notions de base de mathématiques telles qu'elles devraient être maîtrisés par tout étudiant le jour de l'épreuve. Ceci peut également s'avérer utile pour l'appréhension de l'épreuve de logique verbale, puisque nous verrons que certains exercice de ce genre doivent être appréhendés de manière mathématiques.

L'épreuve de logique numérique, bien qu'elle requière des notions élémentaires, peut se montrer difficile, car les questions font souvent appel à des raisonnements fins, voire astucieux. Nous allons insister sur quelques méthodes et techniques de résolution dont la maîtrise est indispensable pour faire face à tout type de situations. Les vitesses, temps, distances, volumes, surfaces, pourcentages, moyennes, règle de trois, nombres entiers, systèmes d'équations et quelques notions de géométrie ne devront plus être un mystère pour vous.

Cette partie a aussi pour but de familiariser les candidats à rechercher la bonne réponse sans avoir à poursuivre jusqu'au bout la résolution, par élimination sur des critères arithmétiques ou d'homogénéité. La multiplicité des cas traités vous assureront ainsi une véritable aisance pour cette épreuve.

2.1.1 Nombres

Table de multiplication jusqu'à 20

Cette table n'est pas à connaître par coeur entièrement. Bien sûr, jusqu'à dix, elle doit être plus que connue le jour de l'épreuve et ne doit surtout pas être une source de temps perdu.
Rappelez vous qu'un candidat qui la connaît mieux que vous ira plus vite sur certaines questions, et c'est ce qui fera peut être la différence. Les valeurs de cette table de 10 à 20 servent simplement de référence et nous vous conseillons au maximum de vous familiariser avec les carrés (sur la diagonale) qu'elle contient.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
1	**1**	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	**4**	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	**9**	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	**16**	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	**25**	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	**36**	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	**49**	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	**64**	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	**81**	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	**100**	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	**121**	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	**144**	156	168	180	192	204	216	228	240
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	**169**	182	195	208	221	234	247	260
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	**196**	210	224	238	252	266	280
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	**225**	240	255	270	285	300
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	**256**	272	288	304	320
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	**289**	306	323	340
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	**324**	342	360
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	**361**	380
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	**400**

Critères de divisibilité

- **Critère de divisibilité par 2 :** Un nombre entier est divisible par 2 lorsqu'il est pair Un nombre entier est divisible par 2 lorsque son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

- **Critère de divisibilité par 3 :** Un nombre entier est divisible par 3 lorsque la somme des chiffres qui composent son écriture est divisible par 3.

- **Critère de divisibilité par 4 :** Un nombre entier est divisible par 4 lorsque le nombre formé par les deux derniers chiffres de son écriture est divisible par 4.

- **Critère de divisibilité par 5 :** Un nombre entier est divisible par 5 lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5.

- **Critère de divisibilité par 6 :** Un nombre entier est divisible par 6 lorsqu'il est divisible à la fois par 2 et par 3.

- **Critère de divisibilité par 8 :** Un nombre entier est divisible par 8 lorsque le nombre formé par ses 3 derniers chiffres est divisible par 8.

- **Critère de divisibilité par 9 :** Un nombre entier est divisible par 9 lorsque la somme des chiffres qui composent son écriture est divisible par 9.

- **Critère de divisibilité par 10 :** Un nombre entier est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

- **Critère de divisibilité par 11 :** Pour déterminer si un nombre N est divisible par 11 :
  1. on calcule la somme A des chiffres en position impaire.
  2. on calcule la somme B des chiffres en position paire. N est divisible par 11 si et seulement si la différence A - B (ou B - A) est divisible par 11. Cela revient à effectuer la somme alternée de ses chiffres.

- **Critère de divisibilité par 12 :** Un nombre entier est divisible par 12 lorsqu'il est divisible à la fois par 3 et par 4.

- **Critère de divisibilité par 15 :** Un nombre entier est divisible par 15 lorsqu'il est divisible à la fois par 3 et par 5.

- **Critère de divisibilité par 20 :** Un nombre entier est divisible par 20 lorsque les deux derniers chiffres de son écriture sont : 00 20 40 60 ou 80

- **Critère de divisibilité par 25 :** Un nombre est divisible par 25 lorsque les deux derniers chiffres de son écriture sont : 00 25 50 75

- **Critère de divisibilité par 50 :** Un nombre entier est divisible par 50 lorsque les deux derniers chiffres de son écriture sont : 00 ou 50

- **Critère de divisibilité par 100 :** Un nombre entier est divisible par 100 lorsque les deux derniers chiffres de son écriture sont : 00

Astuces pour le calcul mental

- **Multiplication par 5** Pour multiplier un nombre par 5, il suffit de rajouter 0 à droite et de diviser ensuite par 2.

- **Multiplication par 11** Pour multiplier un nombre à deux chiffres par 11, il suffit de placer la somme de ces deux chiffres entre eux-mêmes. Cette règle reste valable tant que cette somme reste inférieure ou égale à 9. *Exemple* : $42 \times 11 = 462$

  Si elle est supérieure à 9, il faut alors prendre le chiffre des dizaines et l'additionner au chiffre "de gauche" (comme une retenue dans le cas d'une addition simple).
  Exemple : $75 \times 11 = 7 \underbrace{\ .\ }_{7+5=12} 5 \rightarrow \underbrace{8}_{7+1} 25 = 825$

- **Carré d'un nombre finissant par 5** Pour calculer le carré d'un tel nombre, il suffit de prendre le nombre constitué de la suppression du chiffre des unités (en l'occurrence le 5), le multiplier par l'entier successif, ensuite par cent et rajouter 25 au nombre obtenu. *Exemple* : $85^2 = 8 \times 9 \times 100 + 25 = 7225$

Rappels de calcul littéral

Puissances

A et B sont des réels non nuls et m et n sont des entiers positifs

$$A^n \times A^m = A^{n+m} \qquad A^n \times B^n = (AB)^n \qquad (A^n)^m = A^{n\times m}$$
$$\frac{A^n}{A^m} = A^{n-m} \qquad \frac{A^n}{B^n} = (\frac{A}{B})^n$$

Règles de calcul

Soient a,b,c et d des nombres réels ou b et d sont non nuls

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \qquad \frac{ka}{kb} = \frac{a}{b} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \ (c \neq 0)$$

Les racines carrées

Soient a et b des réels positifs non nul, et si n est un entier relatif, alors on a :

$$\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b} \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \qquad \sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$$

Les identités remarquables

Les incontournables qu'il n'est pas envisageable de ne pas connaître :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Utilisation des identités remarquables

–

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Exemple : $27 \times 33 = (30-3)(30+3) = 30^2 - 3^2 = 900 - 9 = 891$

–

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exemple : $23^2 = (20+3)^2 = 20^2 + 2 \times 20 \times 3 + 3^2 = 529$

–

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemple : $28^2 = (30-2)^2 = 30^2 - 2 \times 30 \times 2 + 2^2 = 784$

Rappels sur les pourcentages

Beaucoup de questions peuvent traiter, que ce soit explicitement ou implicitement, de pourcentages, ou bien même y renvoyer. Une bonne maîtrise de cette notion peut vraiment faire gagner un temps fou. Nous vous conseillons de vous référer au tableau suivant lors de votre entraînement, notamment sur les exercices situés plus loin dans cet ouvrage.

Situation	Formulation	Exemple
Prendre $t\%$ dune quantité x	$\frac{t}{100}.x$	12% de $x = 0,12x$
Augmentation de $t\%$ dune quantité x	$(1+\frac{t}{100}).x$	Si x augmente de 45%, ça devient $1,45x$
Diminution d'une quantité x de $t\%$	$(1-\frac{t}{100}).x$	Si x diminue de 25%, ça devient $0,75x$
Taux de variation d'une quantité x par rapport à l'initial	$\frac{\text{valeur finale - valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$	Une valeur qui passe de 20 à 15 diminue de 25%
Taux de variation d'une quantité x par rapport au final	$\frac{\text{valeur finale - valeur initiale}}{\text{valeur finale}}$	Une valeur qui passe de 20 à 25 augmente de 25%

ATTENTION

i. Une baisse de x% n'est pas compensée par une hausse de x% ! Exemple : Un objet à 1000€ qui baisse de 10% coûte 900€ puis s'il augmente de 10% il coûte 990€.

   En revanche si une augmentation est de la forme de 1/p , la compensation est de la forme de 1/(p+1). Et vice-versa, si la baisse est de la forme de 1/p , cette fois-ci la compensation est de la forme de 1/(p-1)

Exemple 1 : Un objet à 200 euros qui augmente de 50% (donc de 1/2) coûte 300 euros, puis s'il baisse de 33% (donc de 1/3) il revient à son prix initiale de 200 euros.

Exemple 2 : Un objet à 150 euros qui diminue de 33% (donc de 1/3) coûte 100 euros, puis s'il augmente de 50% (donc de 1/2) il revient à son prix initiale de 150 euros.

ii. Deux variations successives de x% et de y% ne sont pas équivalentes à un variation totale de (x+y)% ! *Exemple* : Si un objet dont le prix à 100 euros augmente de 10%, il vaudra 110 euros. Et s'il ré-augmente de 20% il passera à 132 euros. Ainsi son taux de variation sera de 32% et non pas de (20+10)=30%.

Règle de trois

Cette règle légendaire est à comprendre et maîtriser absolument. Elle se rencontre en effet dans un nombre de questions important, et bien la connaître et l'avoir souvent pratiquée vous fera gagner un temps fou.

Elle s'énonce comme suit :

Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, le produit des termes situés dans une diagonale est égal au produit des termes situés dans l'autre diagonale.

D'un point de vue formel, si on se donne le tableau de proportionnalité suivant :

A	B
C	D

Alors la règle stipule :

$$A.D = B.C$$

En pratique, elle s'applique dans le cas ou trois des quatre termes sont connus et on cherche à déterminer le quatrième.