

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Suites</b>	<b>9</b>
1.1	Le corps $\mathbb{R}$ . . . . .	11
1.1.1	Rappels . . . . .	11
1.1.2	Définition de $\mathbb{R}$ . . . . .	11
1.2	Les suites . . . . .	14
1.2.1	Définitions et propriétés . . . . .	15
1.2.2	Théorème de Bolzano-Weierstass . . . . .	21
1.2.3	Suites de Cauchy . . . . .	23
1.2.4	Caractérisation séquentielle de la limite . . . . .	26
1.2.5	Suites de nombres complexes . . . . .	26
1.3	Suites récurrentes . . . . .	27
1.3.1	Théorème du point fixe . . . . .	27
1.3.2	Utilisation pratique . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Séries numériques</b>	<b>35</b>
2.1	Généralités sur les séries numériques . . . . .	35
2.1.1	Définitions . . . . .	36
2.1.2	Convergence d'une série . . . . .	37
2.1.3	Séries de Cauchy . . . . .	41
2.1.4	Séries absolument convergentes . . . . .	41
2.2	Séries à termes positifs . . . . .	41
2.2.1	Critère de comparaison . . . . .	42
2.2.2	Critère de Cauchy . . . . .	42
2.2.3	Critère de D'Alembert . . . . .	44
2.2.4	Séries, Intégrales et Critères de Riemann et de Bertrand . . . . .	46
2.3	Séries Alternées . . . . .	49
2.3.1	Critère d'Abel . . . . .	49
2.3.2	Critère des séries alternées . . . . .	51
<b>3</b>	<b>Suites de fonctions</b>	<b>53</b>
3.1	Notation et contexte . . . . .	53
3.2	Convergence simple . . . . .	53
3.3	Convergence uniforme . . . . .	55
3.3.1	Définition . . . . .	55
3.3.2	Interprétation . . . . .	58
3.3.3	Conséquences . . . . .	59
3.4	Propriétés de la convergence uniforme . . . . .	63
3.4.1	Continuité . . . . .	63
3.4.2	Intégration . . . . .	65

3.4.3	Dérivation . . . . .	66
<b>4</b>	<b>Séries de fonctions</b>	<b>69</b>
4.1	Convergence simple et convergence uniforme . . . . .	69
4.1.1	Définitions . . . . .	69
4.1.2	Critères pour la convergence uniforme . . . . .	71
4.2	Propriétés d'une série convergent uniformément . . . . .	73
<b>5</b>	<b>Séries entières</b>	<b>75</b>
5.1	Définitions et propriétés . . . . .	75
5.2	Opérations sur les séries entières . . . . .	76
5.3	Dérivation et intégration des séries entières . . . . .	77
5.3.1	Propriétés . . . . .	77
5.3.2	Applications . . . . .	78
5.4	Développement en série entière . . . . .	80
5.4.1	Propriétés . . . . .	80
5.4.2	Applications . . . . .	82
<b>6</b>	<b>Séries de Fourier</b>	<b>85</b>
6.1	Préambule historique . . . . .	85
6.1.1	Joseph Fourier . . . . .	85
6.1.2	Origine des séries de Fourier . . . . .	85
6.2	Domaine d'utilisation des séries de Fourier . . . . .	87
6.2.1	Utilisation des séries de Fourier en acoustique . . . . .	87
6.2.2	Autres exemples . . . . .	87
6.3	Séries de Fourier . . . . .	87
6.3.1	Définitions et propriétés d'une série trigonométrique . . . . .	87
6.3.2	Coefficients de Fourier . . . . .	89
6.3.3	Convergence . . . . .	91
6.3.4	Série de Fourier d'une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et $C^1$ par morceaux .	93
6.3.5	Formule de Parseval . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Exercices sur les Suites</b>	<b>95</b>
7.1	Etude et Calcul de la limite d'une suite . . . . .	95
7.2	Etude de l'erreur de convergence . . . . .	104
7.3	Suite de Cauchy . . . . .	106
7.4	Etude de suites récurrentes . . . . .	107
<b>8</b>	<b>Exercices sur les Séries</b>	<b>119</b>
8.1	Séries et sommes partielles . . . . .	119
8.2	Séries et critères de convergence . . . . .	123
8.3	Séries et Intégrales . . . . .	131
<b>9</b>	<b>Exercices sur les Suites de fonctions</b>	<b>135</b>
9.1	Convergence simple et convergence uniforme . . . . .	136
9.2	Intégration des suites de fonctions . . . . .	145
<b>10</b>	<b>Exercices sur les Séries de fonctions</b>	<b>149</b>
10.1	Convergence simple, uniforme, normale . . . . .	150
10.2	Intégration et dérivation des séries de fonctions . . . . .	155

---

<b>11 Exercices sur les Séries entières</b>	<b>159</b>
11.1 Recherche du domaine de convergence . . . . .	159
11.2 Résolution d'équations différentielles . . . . .	162
<b>12 Exercices sur les Séries de Fourier</b>	<b>173</b>