

## Table des compétences du thème A

<b>Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers</b>		<b>9</b>
1	Connaître et utiliser le vocabulaire lié à la division euclidienne .....	9
2	Connaître et utiliser les notions de multiples et diviseurs d'un nombre entier.....	11
3	Simplifier une fraction pour la rendre irréductible.....	13
4	Connaître la notion de nombre premier.....	15
5	Utiliser la notion de nombre premier pour décomposer un nombre entier	17
6	Utiliser la notion de nombre premier pour résoudre des problèmes.....	20
<b>Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes</b>		<b>22</b>
7	Connaître les nombres décimaux.....	22
8	Calculer avec les nombres décimaux.....	24
9	Connaître et utiliser les nombres décimaux relatifs .....	29
10	Connaître et utiliser la notion d'opposé d'un nombre relatif .....	32
11	Savoir additionner des nombres décimaux relatifs .....	34
12	Savoir soustraire des nombres décimaux relatifs.....	36
13	Savoir multiplier des nombres décimaux relatifs.....	37
14	Savoir diviser des nombres décimaux relatifs .....	39
15	Connaître et utiliser le vocabulaire des fractions.....	41
16	Écrire une fraction sous la forme irréductible.....	43
17	Savoir reconnaître deux fractions égales .....	44
18	Savoir additionner ou soustraire deux nombres relatifs en écritures fractionnaires.....	45
19	Savoir multiplier deux nombres relatifs en écritures fractionnaires .....	46
20	Savoir diviser deux nombres relatifs en écritures fractionnaires.....	47
21	Savoir comparer deux nombres rationnels .....	48
22	Savoir repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée.....	50
23	Connaître et utiliser la définition de la racine carrée d'un nombre positif..	52
24	Connaître et utiliser la notion de puissance d'un nombre entier relatif.....	54
25	Savoir effectuer des calculs impliquant des puissances.....	56
26	Connaître et utiliser la notion d'écriture scientifique d'un nombre décimal	58
27	Connaître et utiliser les préfixes de <i>nano</i> à <i>giga</i> .....	60
<b>Utiliser le calcul littéral</b>		<b>62</b>
28	Savoir développer des expressions littérales avec la simple distributivité ..	62
29	Savoir développer des expressions littérales avec la double distributivité ..	63
30	Savoir développer des expressions littérales avec les égalités remarquables	64
31	Savoir factoriser des expressions littérales avec la simple distributivité.....	66
32	Savoir factoriser des expressions littérales avec la double distributivité .....	67
33	Savoir factoriser des expressions littérales grâce à l'égalité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .....	69
34	Savoir utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général.....	70
35	Savoir utiliser le calcul littéral pour valider ou réfuter une conjecture .....	72
<b>Exercices Bilan du thème A</b>		<b>73</b>

# Compétence 1

## Connaître et utiliser le vocabulaire lié à la division euclidienne

Soit  $a$  un nombre *entier* et  $b$  un nombre *entier non nul*.  
 La *division euclidienne* de  $a$  par  $b$  permet de trouver le nombre *entier*  $q$  de fois que l'on peut mettre la quantité  $b$  dans la quantité  $a$  et s'il existe éventuellement un reste  $r$ .



$$a = b \times q + r \quad (r < b)$$



Le nombre  $q$  s'appelle le *quotient entier* de  $a$  par  $b$ .

$$172 = 9 \times 19 + 1 \quad \text{et} \quad 9 \times 19 < 172 < 9 \times 20$$

1 ► On considère les trois calculs suivants :

$$238 = 42 \times 5 + 28$$

$$238 = 15 \times 14 + 28$$

$$238 = 13 \times 17 + 17$$

- (a) Parmi ces calculs, quel est celui qui correspond à une division euclidienne? Expliquer pourquoi les autres calculs ne conviennent pas.
- (b) Poser la division, écrire le quotient et le reste.
- (c) Dans cette division, comment s'appelle le nombre 238?

2 ► Les deux questions peuvent être résolues séparément.

- (a) Encadrer 117 par deux multiples consécutifs de 7. Sans faire de division, quel est le quotient dans la division euclidienne de 117 par 7? Quel est le reste?
- (b) Encadrer 196 par deux multiples consécutifs de 15. Quel est le quotient dans la division euclidienne de 196 par 15? Quel est le reste?

3 ► Dans la division euclidienne ci-dessous, retrouver les chiffres manquants. (Un même symbole désigne toujours le même chiffre.)

$$\begin{array}{r|l}
 \spadesuit \heartsuit \spadesuit & \clubsuit \square \\
 - \clubsuit \square & \star 6 \\
 \hline
 338 & \\
 - \diamond \square \clubsuit & \\
 \hline
 44 & 
 \end{array}$$

4 ► Dans une division euclidienne, le diviseur est 17, le reste 14. De combien faut-il diminuer ou augmenter le dividende pour obtenir un quotient exact?

5 ► Lors de l'utilisation du logiciel Scratch®, la commande

50 modulo 7

permet d'obtenir le reste de la division euclidienne de 50 par 7.  
Quel est l'objectif du programme suivant ?

Scratch script description:

- quand est cliqué** (when green flag clicked) - Commentaire: %Créer trois variables : dividende, diviseur et test
- demander** (ask) "Quel est le dividende ?" **et attendre** (and wait)
- mettre** (set) **dividende** to **réponse** (answer)
- demander** (ask) "Quel est le diviseur ?" **et attendre** (and wait)
- mettre** (set) **diviseur** to **réponse** (answer)
- mettre** (set) **test** to  $\text{dividende} - \text{diviseur} \times \text{dividende modulo diviseur}$
- dire** (say) "Je viens de calculer..."

## Compétence 2

### Connaître et utiliser les notions de multiples et diviseurs d'un nombre entier



Dans la division euclidienne de  $a$  par  $b$  (où  $a$  et  $b$  sont deux nombres entiers avec  $b$  non nul), si le reste  $r$  est nul, alors on écrit  $a = b \times q$  et on dit que :

- \*  $a$  est un *multiple* de  $b$  ;
- \*  $b$  est un *diviseur* de  $a$ .



On peut aussi utiliser les critères de divisibilité :

- Un nombre entier est *divisible par 2* si son chiffre des unités est 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 0.
- Un nombre entier est *divisible par 3* si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre entier est *divisible par 4* si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.
- Un nombre entier est *divisible par 5* si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est *divisible par 9* si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

**6 ►** Pour chaque question, on justifiera la réponse proposée.

- (a) 404 est-il divisible par 4 ?
- (b) 357 est-il un multiple de 7 ?
- (c) 613 est-il un multiple de 6 ?
- (d) 9 est-il un diviseur de 441 ?

**7 ►** Je suis un nombre entier de trois chiffres. Mon nombre de dizaines est multiple de 9. Mon chiffre des dizaines est 7. Je suis un nombre impair multiple de 5.

Qui suis-je ?

**8 ►** Quels sont les nombres entiers compris entre votre année de naissance et 2018 et...

- (a) qui sont divisibles par 3 ?
- (b) qui sont divisibles par 5 ?
- (c) qui sont divisibles par 6 ?

**9 ►** Une grand-mère dit à son petit-fils : « Cette année, mon âge est un multiple de 6. L'an prochain, il sera un multiple de 5.

Si je précise que j'ai plus de 70 ans et moins de 90 ans, quel est donc mon âge ? »

**10 ►** Je suis un nombre entier de quatre chiffres, multiple de 5 et de 9. Le nombre formé par mes deux derniers chiffres est un multiple de 11. Mon nombre de centaines est un multiple de 10.

Qui suis-je ?

**11 ►** Avec les œufs de ce matin, un fermier vient de remplir 18 boîtes de six œufs.

- (a) Combien a-t-il récupéré d'œufs ce matin ?
- (b) Vérifier qu'on peut également faire des boîtes de 12 œufs toutes pleines.
- (c) Peut-on inventer d'autres boîtes permettant de contenir pleinement tous ces œufs ? Justifier.

## Compétence 3

### Simplifier une fraction pour la rendre irréductible

On considère une fraction  $\frac{a}{b}$  où  $a$  est un nombre entier et  $b$  un nombre entier non nul.

Pour écrire une fraction égale à  $\frac{a}{b}$ , on multiplie (ou on divise) le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b} \quad (k \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div \ell}{b \div \ell} \quad (\ell \neq 0)$$

12 ► Compléter les pointillés pour que l'égalité proposée soit vraie.

$$\frac{7}{3} = \frac{\dots}{6} \quad \frac{15}{12} = \frac{5}{\dots} \quad \frac{\dots}{5} = \frac{30}{25} \quad \frac{21}{\dots} = \frac{7}{9}$$

13 ► Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{20}{35} \quad \frac{28}{49} \quad \frac{72}{45}$$

• Pour savoir si un nombre entier est divisible par 2, on regarde son chiffre des unités : si celui-ci est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8, alors ce nombre est divisible par 2, sinon il ne l'est pas.

• Pour savoir si un nombre entier est divisible par 5, on regarde son chiffre des unités : si celui-ci est 0 ou 5, alors ce nombre est divisible par 5, sinon il ne l'est pas.

• Pour savoir si un nombre entier est divisible par 10, on regarde son chiffre des unités : si c'est 0, alors ce nombre est divisible par 10, sinon il ne l'est pas.

• Pour savoir si un nombre entier est divisible par 4, on regarde ses deux derniers chiffres : si c'est un multiple de 4, alors ce nombre est divisible par 4, sinon il ne l'est pas.

• Pour savoir si un nombre entier est divisible par 3, on calcule la somme de ses chiffres. Si cette somme est un multiple de 3, alors ce nombre est divisible par 3 ; sinon il ne l'est pas.

• Pour savoir si un nombre entier est divisible par 9, on calcule la somme de ses chiffres. Si cette somme est un multiple de 9, alors ce nombre est divisible par 9 ; sinon il ne l'est pas.

14 ► En utilisant les critères de divisibilité, simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{15}{105} \quad \frac{51}{57} \quad \frac{102}{144} \quad \frac{350}{490} \quad \frac{512}{1\,024}$$



Deux nombres entiers sont *premiers entre eux* lorsqu'ils n'ont qu'un seul diviseur commun : 1.



**15 ►** On considère les nombres 18 et 30.

- (a) Quels sont les diviseurs de 18 ?
- (b) Quels sont les diviseurs de 30 ?
- (c) Quels sont les diviseurs communs à 18 et à 30 ?
- (d) Les nombres 18 et 30 sont-ils premiers entre eux ?

**16 ►** Déterminer si les nombres suivants sont premiers entre eux.

- (a)  $a = 24$  et  $b = 30$
- (b)  $a = 18$  et  $b = 25$
- (c)  $a = 50$  et  $b = 75$
- (d)  $a = 42$  et  $b = 70$



On considère deux nombres entiers  $a$  et  $b$ , avec  $b$  non nul.

Dire que la fraction  $\frac{a}{b}$  est *irréductible*, cela signifie que les nombres  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux.



**17 ►** Dire si les fractions suivantes sont irréductibles. Justifier.

- (a)  $\frac{18}{30}$
- (b)  $\frac{70}{42}$
- (c)  $\frac{25}{16}$
- (d)  $\frac{36}{55}$

**18 ►** On considère un nombre entier  $n$  supérieur à 6 et on pose :

$$F = \frac{n+9}{n-6}.$$

Déterminer la forme irréductible de  $F$  pour  $n = 25$  et  $n = 46$ .

**19 ►** Rendre irréductible la fraction  $\frac{720}{1\ 512}$ .

**20 ►**  On considère un nombre entier  $a$  non nul.

Prouver que la fraction  $\frac{aaa}{37}$  n'est pas irréductible.

**21 ►**  On considère deux nombres entiers  $a$  et  $b$  non nuls.

Prouver que la fraction  $\frac{abab}{101}$  n'est pas irréductible.

## Compétence 4

### Connaître la notion de nombre premier



Dire qu'un nombre entier, supérieur ou égal à 2, est un nombre *premier*, cela signifie que ce nombre ne possède que deux diviseurs : 1 et lui-même.



La liste des nombres premiers commence par 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11...



1 n'est pas un nombre premier...

**22 ►** Parmi les nombres ci-dessous, quels sont les nombres premiers ?

41            42            43            44            45

**23 ►** Les nombres 245 ; 578 ; 963 sont-ils des nombres premiers ? Justifier.

**24 ►** 97 est-il un nombre premier ? Justifier.

**25 ►** Voici plusieurs affirmations. Sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- (a) 57 n'est pas un nombre premier.
- (b) Le produit  $8 \times 25$  est un nombre premier.
- (c) La somme  $8 + 9$  est un nombre premier.
- (d) Le quotient  $93 \div 3$  est un nombre premier.

**26 ►** Lorsqu'il effectue les calculs, Jérémy remarque que les nombres

$$2 \times 3 - 1;$$

$$3 \times 4 - 1;$$

$$4 \times 5 - 1$$

sont des nombres premiers.

- (a) Vérifier que les trois nombres proposés par Jérémy sont bien des nombres premiers.
- (b) Jérémy pense que tous les nombres construits de la même façon que les précédents sont des nombres premiers ? Êtes-vous d'accord avec lui ? Le raisonnement sera expliqué.