

CHAPITRE 1 : LE CALCUL DE BASE

I. Le calcul mental

1) La priorité des opérations

Dans une expression qui ne comporte pas de parenthèses, la multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

- **Exemple** : $-5 + 3 \times 2$; il faut d'abord calculer 3×2 puis enlever 5.

Dans une expression qui comporte des multiplications et des divisions, l'ordre n'a pas d'importance. Il vaut mieux donc regrouper les nombres pour faciliter le calcul.

- **Exemple** : $4 / 9 \times 63 \times 25 = 4 \times 25 \times 63 / 9 = 100 \times 7 = 700$

Si une expression comporte des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

- **Exemple** : $8 \times (9 - 11) / (20 - 24) = 8 \times (-2) / (-4) = 4$

2) Un peu de calcul mental

Dans certaines expressions, on peut parfois grouper les facteurs de façon à faire apparaître des nombres comme 1, 10, 100, 1 000, ... Penser à regrouper 5×2 , 4×25 , 8×125 etc...

- **Exemple** : $5 \times 25 \times 49 \times 8 = 2 \times 5 \times 4 \times 25 \times 49 = 10 \times 100 \times 49 = 49\,000$

Diviser par 5, c'est aussi diviser par 10 et multiplier par 2.

- **Exemple** : $214 / 5 = 21,4 \times 2 = 42,8$

Multiplier par 1,5 c'est ajouter la moitié à un nombre :

- **Exemple** : $800 \times 1,5 = 800 + 400 = 1\,200$

Il faut connaître les tables et les 20 premiers chiffres au carré :

$1^2 = 1$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$	$20^2 = 400$



On peut se contenter de trouver l'ordre de grandeur du résultat lorsque le test propose des solutions « éloignées » les unes des autres.

- **Exemple** : Calculer $0,407 \times 1,33$ et choisir les réponses parmi :
A : 0,054 B : 5,426 C : 54,266 D : 0,542 E : 0,005

$0,407 \times 1,33 \approx 0,4 \times 1 = 0,4$ Donc la solution est D.

Il est parfois plus difficile d'utiliser cette méthode lorsque les résultats sont plus proches. Il faut alors tenir compte du « sens » des approximations ou alors effectuer les calculs.

- **Exemple** : $7\,540 / 19 = ?$
A : 139,7 B : 155,2 C : 370,3 D : 396,8 E : 440,6

$7\,540 / 19 \approx 7\,540 / 20$ donnera un résultat plus petit que la solution car on divise par un chiffre plus important.

$7\,540 / 20 = 377$ Le résultat étant plus petit que la solution, la réponse ne peut pas être 370,3. La solution sera donc D.

On peut également poser la division :

$$\begin{array}{r|l} 7\ 5\ 4\ 0 & 1\ 9 \\ \hline 1\ 8\ 4 & 3\ 9\ 6,8 \\ & 1\ 3\ 0 \\ & 1\ 6\ 0 \\ & 8 \end{array}$$

Une seule réponse commence par 39, on peut donc arrêter le calcul à ce stade et choisir la réponse D.

II. Les fractions

1) Les nombres fractionnaires

On appelle nombre fractionnaire un nombre écrit sous la forme a/b . Il est égal au quotient de a par b : a est le numérateur et b le dénominateur (il doit être différent de 0).

Le quotient de deux nombres de même signe est positif, alors que le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.

2) La règle fondamentale

On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant le numérateur et de dénominateur par le même nombre.

Pour tout nombre a , b , et k non nuls, nous avons : $\boxed{a / b = (a \times k) / (b \times k)}$

- **Exemple** : $2,7 / 1,8 = 2,7 \times 10 / (1,8 \times 10) = 27 / 18 = (9 \times 3) / (9 \times 2) = 3 / 2$

3) Addition et soustraction

Pour tout nombre a, b, c (c ≠ 0) on a :

$$\boxed{\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}}$$

Pour additionner ou soustraire des nombres de dénominateurs différents, on commence par les réduire au même dénominateur.

- **Exemple** : $2,7/1,8 + 10/4 = 3/2 + 5/2 = 8/2 = 4$

Lorsque c'est possible, il vaut mieux simplifier avant de réduire au même dénominateur.

- **Exemple** : $75/50 + 8/12 = 3/2 + 2/3 = 9/6 + 4/6 = 13/6$

4) Multiplication et division

Pour tout nombre a, b, c, d (b et d ≠ 0) on a : $\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{axc}{bxd}}$

- **Exemple** : $9/2 \times 7/5 = 9 \times 7 / 5 \times 2 = 63 / 10 = 6,3$

Il faut souvent simplifier avant d'effectuer les calculs. Dans certains cas, le dénominateur d'une fraction se simplifie avec le numérateur d'une autre.

- **Exemple** : $36/15 \times 45/9 = 36/9 \times 45/15 = 4 \times 3 = 12$

Diviser par une fraction, c'est aussi multiplier par son inverse.

- **Exemple** : $12/5 : 4/3 = 12/5 \times 3/4 = 12/4 \times 3/5 = 9/5$
(et comme diviser par 5 c'est diviser par 10 et multiplier par 2, $9/5 = 0,9 \times 2 = 1,8$)

Nous retrouverons ce genre d'opération lors de calculs de proportionnalité ou de dosage.

5) La règle de trois

Pour tout nombre a, b, c, d (b et d ≠ 0), $\boxed{\text{si } a/b = c/d \text{ alors } axd = bxc}$

- **Exemple** : Sur une carte si 3 cm correspondent à 12 km dans la réalité quelle est la distance sur la carte de 16 km ?
 $3 / 12 = D / 16$
Donc : $12 \times D = 3 \times 16$
Soit : $12 D = 48$
D'où : $D = 4$

III. Les puissances et les racines carrées

1) Les puissances

a) La notation a^n

Pour tout nombre a non nul nous avons : $a^n = a \times a \times \dots \times a$ n fois.

Quelques règles de base :

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a \quad a^{-1} = 1/a \quad a^{-n} = 1/a^n$$

b) Règles de calculs

Soient a et b deux nombres différents de 0.



Règle 1 : $a^n \times a^p = a^{n+p}$ Exemple : $2^4 \times 2^2 = 2^{4+2} = 2^6 = 64$

Règle 2 : $a^n / a^p = a^{n-p}$ Exemple : $2^4 / 2^2 = 2^{4-2} = 2^2 = 4$

Règle 3 : $(a^n)^p = a^{n \times p}$ Exemple : $(2^4)^2 = 2^{4 \times 2} = 2^8 = 256$

Règle 4 : $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ Exemple : $2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1\,000$

Règle 5 : $a^n / b^n = (a/b)^n$ Exemple : $36^3 / 9^3 = (36/9)^3 = 4^3 = 64$

c) Les puissances de 10.

$$10^n = 1\,0\dots0 \quad \longleftarrow \quad n \text{ zéros}$$

$$10^{-n} = 0,0\dots01 \quad \longleftarrow \quad n \text{ zéros}$$

Il est parfois utile d'utiliser des puissances de 10 pour trouver un ordre de grandeur.

$$198^3 = (1,98 \times 10^2)^3 \approx (2 \times 10^2)^3 = 2^3 \times 10^6 = 8 \times 10^6 = 8\,000\,000$$

Il faut également savoir écrire en « notation scientifique » (un seul chiffre avant la virgule).



$$25\,000 = 2,5 \times 10^4$$

$$0,0000145 = 1,45 \times 10^{-5}$$

2) Les racines carrées

a) Définition

Si a est un nombre positif, \sqrt{a} est le nombre positif dont le carré est égal à a . C'est-à-dire si $\sqrt{a} = b$, alors $b^2 = a$.

Exemple : $\sqrt{81} = 9$ car $9^2 = 81$

b) Racine carré d'un produit ou d'un quotient

Pour tous les nombres positifs a et b nous avons :

Règle 1 : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Exemple : $\sqrt{98} = \sqrt{2 \times 49} = \sqrt{2} \times \sqrt{49} = 7\sqrt{2}$

Règle 2 : $\sqrt{a/b} = \sqrt{a} / \sqrt{b}$

Exemple : $\sqrt{1,44} = \sqrt{144/100} = \sqrt{144}/\sqrt{100} = 12/10 = 1,2$



IV. Les conversions



Lorsque l'on effectue des calculs (addition, soustraction, multiplication ou division), il faut que les unités des grandeurs utilisées soient homogènes. En général, pour éviter d'avoir des chiffres à virgule, on convertit l'ensemble des données en l'unité la plus petite. Dans un premier temps, vous pouvez reconstituer un tableau de conversion pour vous aider à convertir.

Exemples :

- Calculs de longueurs :
 $10 \text{ m} - 20 \text{ dm} + 50 \text{ cm} = 1\ 000 \text{ cm} - 200 \text{ cm} + 50 \text{ cm} = 850 \text{ cm}$

LONGUEURS						
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		1	0			
		1	0	0	0	
			2	0		
			2	0	0	



Savoir que **1 km = 100 000 cm** (pour les problèmes d'échelles)

- Calcul d'aires :

$$3 \text{ ha} - 5\,000 \text{ m}^2 = 30\,000 \text{ m}^2 - 5\,000 \text{ m}^2 = 25\,000 \text{ m}^2$$

AIRES											
km ²	hm ²		dam ²		m ²		dm ²	cm ²	mm ²		
		ha		a		ca					
		3									
		3	0	0	0	0					



Savoir que : **1 ha = 1 hm² = 10 000 m²** et **1 a = 100 m²**

- Calculs de volumes :

$$3 \text{ dm}^3 - 20 \text{ cl} = 300 \text{ cl} - 20 \text{ cl} = 280 \text{ cl}$$

VOLUMES									
m ³	dm ³			cm ³			mm ³		
			l	dl	cl	ml			
			3						
			3	0	0				



Savoir que : **1 dm³ = 1 litre**

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ litres}$$

1 ml d'eau = 1 gramme d'eau (pour trouver par exemple la quantité d'eau dans les aliments)

- Calculs de poids :

$$2,5 \text{ quintaux} + 50 \text{ kg} = 250 \text{ kg} + 50 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$$

POIDS									
t	q	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	
	2	5							
	2	5	0						



Savoir que : **1 quintal = 100 kg** et **1 tonne = 1 000 kg**

Remarque : une dizaine de kilogrammes n'a pas d'unité particulière

V. Applications

Série 1  20 mn

Choisir la bonne réponse parmi les 4 proposées A, B, C ou D.

1. $75 \times 36 =$
A : 2 460 B : 2 510 C : 2 680 D : 2 700
2. $484 \times 25 =$
A : 10 900 B : 11 300 C : 12 100 D : 13 400
3. $1,51 \times 90\,000$ vaut approximativement :
A : 100 000 B : 125 000 C : 136 000 D : 150 000
4. $125 \times 800 =$
A : 1 000 B : 10 000 C : 100 000 D : 1 000 000
5. $0,049 \times 299 \times 59,4$ vaut approximativement :
A : 340 B : 640 C : 870 D : 1 000
6. $369\,360 / 9 =$
A : 41 040 B : 41 100 C : 39 900 D : 40 500
7. $0,01 \times 0,074 =$
A : 0,74 B : 0,074 C : 0,0074 D : 0,00074
8. $0,074 / 0,01 =$
A : 74 B : 7,4 C : 0,74 D : 0,00074
9. $1,02 \times 70,4 \times 12,5 \times 0,0804 \times 90$ vaut approximativement :
A : 6 100 B : 6 500 C : 6 900 D : 7 200
10. $4 \times 5 \times 500 \times 28,7 =$
A : 28 700 B : 59 400 C : 143 500 D : 287 000
11. $3\,510 / 4,98$ vaut approximativement :
A : 650 B : 705 C : 750 D : 795
12. $23,95 / 32,04$ vaut approximativement :
A : $1/3$ B : $2/3$ C : $3/4$ D : $4/5$

13. $(19 - 17) \times (15 - 25) / 5 =$
 A : 10 B : -10 C : 4 D : -4
14. $19 \times 150 \times 18 / 180 =$
 A : 275 B : 285 C : 295 D : 305
15. $488 \times 250 =$
 A : 100 000 B : 122 000 C : 222 000 D : 240 000
16. $80 \times 25 \times 170 \times 40 / 85 =$
 A : 160 000 B : 170 000 C : 180 000 D : 190 000
17. $350 \times 6\,400 / (560 \times 400) =$
 A : 10 B : 11 C : 100 D : 110
18. $12,1 \times 12$ vaut approximativement :
 A : 130 B : 135 C : 140 D : 145
19. $959\,175 / 15 =$
 A : 63 000 B : 63 011 C : 63 821 D : 63 945
20. Quel signe remplace de ?

$$\frac{(7 ? 3) ? (8 ? 6)}{8 ? 4} = 0,5$$

 A : x B : / C : - D : +