CHAPITRE 1 :
LE CALCUL DE BASE

I. Le calcul mental

1) La priorité des opérations

Dans une expression qui ne comporte pas de parenthèses, la multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

- **Exemple** : -5 + 3 x 2 ; il faut d'abord calculer 3 x 2 puis enlever 5.

Dans une expression qui comporte des multiplications et des divisions, l'ordre n'a pas d'importance. Il vaut mieux donc regrouper les nombres pour faciliter le calcul.

- **Exemple** : 4 / 9 x 63 x 25 = 4 x 25 x 63 / 9 = 100 x 7 = 700

Si une expression comporte des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

- **Exemple** : 8 x (9 – 11) / (20 – 24) = 8 x (-2) / (-4) = 4

2) Un peu de calcul mental

Dans certaines expressions, on peut parfois grouper les facteurs de façon à faire apparaître des nombres comme 1, 10, 100, 1 000, …
Penser à regrouper 5 x 2, 4 x 25, 8 x 125 etc…

- **Exemple** : 5 x 25 x 49 x 8 = 5 x 25 x 49 x **4** x **2** = **2** x 5 x **4** x 25 x 49
  = 10 x 100 x 49 = 49 000

Diviser par 5, c'est aussi diviser par 10 et multiplier par 2.

- **Exemple** : 214 / 5 = 21,4 x 2 = 42,8

Multiplier par 1,5 c'est ajouter la moitié à un nombre :

- **Exemple** : 800 x 1,5 = 800 + 400 = 1 200

Il faut connaître les tables et les 20 premiers chiffres au carré :

$1^2 = 1$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$	$20^2 = 400$

On peut se contenter de trouver l'ordre de grandeur du résultat lorsque le test propose des solutions « éloignées » les unes des autres.

- **Exemple** : Calculer 0,407 x 1,33 et choisir les réponses parmi :
  A : 0,054 B : 5,426 C : 54,26 D : 0,542 E : 0,005

  $0{,}407 \times 1{,}33 \approx 0{,}4 \times 1 = 0{,}4$ Donc la solution est D.

Il est plus difficile d'utiliser cette méthode lorsque les résultats sont plus proches. Il faut alors effectuer les calculs.

- **Exemple** : 7 540 / 19 = ?
  A : 139,7 B : 155,2 C : 370,3 D : 396,8 E : 440,6

  On pose la division :

7 5 4 0	1 9
1 8 4	3 9 6, 8
1 3 0	
1 6 0	
8	

  Une seule réponse commence par 39, on peut donc arrêter le calcul à ce stade et choisir la réponse D.

II. Les fractions

1) Les nombres fractionnaires

On appelle nombre fractionnaire un nombre écrit sous la forme a/b. Il est égal au quotient de a par b : a est le numérateur et b le dénominateur (il doit être différent de 0).
Le quotient de deux nombres de même signe est positif, alors que le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.

2) La règle fondamentale

On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant le numérateur et de dénominateur par le même nombre.

Pour tout nombre a, b, et k non nuls, nous avons : $\boxed{a / b = (a \times k) / (b \times k)}$

- **Exemple** : 2,7 / 1,8 = 2,7 x 10 / (1,8 x 10) = 27 / 18 = (9 x 3) / (9 x 2) = 3 / 2

3) Addition et soustraction

Pour tout nombre a, b, c (c ≠ 0) on a :

$\boxed{a/c + b/c = (a + b)/ c}$ et $\boxed{a/c - b/c = (a - b)/c}$

Pour additionner ou soustraire des nombres de dénominateurs différents, on commence par les réduire au même dénominateur.

- **Exemple** : 3/2 + 10/4 = 3/2 + 5/2 = 8/2 = 4

Lorsque c'est possible, il vaut mieux simplifier avant de réduire au même dénominateur.

- **Exemple** : 75/50 + 8/12 = 3/2 + 2/3 = 9/6 + 4/6 = 13/6

4) Multiplication et division

Pour tout nombre a, b, c, d (b et d ≠ 0) on a : $\boxed{a/b \times c/d = (axc) / (bxd)}$

- **Exemple** : 9/2 x 7/5 = 9x7 / 5x2 = 63 / 10 = 6,3

Il faut souvent simplifier avant d'effectuer les calculs. Dans certains cas, le dénominateur d'une fraction se simplifie avec le numérateur d'une autre.

- **Exemple** : 36/15 x 45/9 = 36/9 x 45/15 = 4 x 3 = 12

Diviser par une fraction, c'est aussi multiplier par son inverse.

- **Exemple** : 12/5 : 4/3 = 12/5 x 3/4 = 12/4 x 3/5 = 3 x 3/5 = 9/5
  (et comme diviser par 5 c'est diviser par 10 et multiplier par 2 :
  9/5 = 0,9 x 2 = 1,8)

Nous retrouverons ce genre d'opération lors de calculs de proportionnalité ou de dosage.

5) La règle de trois

Pour tout nombre a, b, c, d (b et d $\neq$ 0), **si a/b = c/d alors axd = bxc**

- **Exemple :** Sur une carte si 3 cm correspondent à 12 km dans la réalité quelle est la distance sur la carte de 16 km ?
  3 / 12 = D / 16
  Donc : 12 x D = 3 x 16
  Soit : 12 D = 48
  D'où : D = 4

III. Les puissances et les racines carrées

1) Les puissances

a) La notation a^n

Pour tout nombre a non nul nous avons : $a^n = a \times a \times \ldots \times a$ n fois.

Quelques règles de base :

$\mathbf{a^0 = 1}$ $\mathbf{a^1 = a}$ $\mathbf{a^{-1} = 1/a}$ $\mathbf{a^{-n} = 1/a^n}$

b) Règles de calculs

Soient a et b deux nombres différents de 0.

Règle 1 : $\mathbf{a^n \times a^p = a^{n+p}}$ Exemple : $2^4 \times 2^2 = 2^{4+2} = 2^6 = 64$

Règle 2 : $\mathbf{a^n / a^p = a^{n-p}}$ Exemple : $2^4 / 2^2 = 2^{4-2} = 2^2 = 4$

Règle 3 : $\mathbf{(a^n)^p = a^{nxp}}$ Exemple : $(2^4)^2 = 2^{4x2} = 2^8 = 256$

Règle 4 : $\mathbf{a^n \times b^n = (axb)^n}$ Exemple : $2^3 \times 5^3 = (2x5)^3 = 10^3 = 1\ 000$

Règle 5 : $\mathbf{a^n / b^n = (a/b)^n}$ Exemple : $36^3 / 9^3 = (36/9)^3 = 4^3 = 64$

c) Les puissances de 10.

$10^n = 1\,0....0$ ⟵ n zéros
$10^{-n} = 0,0...01$ ⟵ n zéros

Il est parfois utile d'utiliser des puissances de 10 pour trouver un ordre de grandeur.
$198^3 = (1,98 \times 10^2)^3 \approx (2 \times 10^2)^3 = 2^3 \times 10^6 = 8 \times 10^6 = 8\,000\,000$

Il faut également savoir écrire en « notation scientifique » (un seul chiffre non nul avant la virgule).

$25\,000 = 2,5 \times 10^4$

$0,0000145 = 1,45 \times 10^{-5}$

2) Les racines carrées

a) Définition

Si a est un nombre positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est égal à a. C'est-à-dire si $\sqrt{a} = b$, alors $b^2 = a$.

Exemple : $\sqrt{81} = 9$ car $9^2 = 81$

b) Racine carré d'un produit ou d'un quotient

Pour tous les nombres positifs a et b nous avons :

Règle 1 : $\sqrt{\mathbf{a} \mathrm{x} \mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a}} \times \sqrt{\mathbf{b}}$

Exemple : $\sqrt{98} = \sqrt{2x49} = \sqrt{2} \times \sqrt{49} = 7\sqrt{2}$

Règle 2 : $\sqrt{\mathbf{a}/\mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a}} / \sqrt{\mathbf{b}}$

Exemple : $\sqrt{1,44} = \sqrt{144/100} = \sqrt{144} / \sqrt{100} = 12/10 = 1,2$

IV. Les conversions

Lorsque l’on effectue des calculs (addition, soustraction, multiplication ou division), il faut que les unités des grandeurs utilisées soient homogènes. En général, pour éviter d’avoir des chiffres à virgule, on convertit l’ensemble des données en l’unité la plus petite. Dans un premier temps, vous pouvez reconstituer un tableau de conversion pour vous aider à convertir.

Exemples :

- Calculs de longueurs :

10 m - 20 dm + 50 cm = 1 000 cm - 200 cm +50 cm = 850 cm

LONGUEURS						
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		1	0			
		1	0	0	0	
			2	0		
			2	0	0	
				5	0	

Savoir que **1 km = 100 000 cm** *(pour les problèmes d’échelles)*

- Calcul d’aires :

3 ha – 5 000 m^2 = 30 000 m^2 - 5 000 m^2 = 25 000 m^2

AIRES													
	km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²
			ha		a		ca						
			3										
			3	0	0	0	0						
				5	0	0	0						

Savoir que **: 1 ha = 1 hm² = 10 000 m²** et **1 a = 100 m²**

Remarque : ha = hectare ; a = are ; ca = centiare (mesures encore utilisées par les géomètres)

- Calculs de volumes :

3 dm^3 – 20 cl = 300 cl – 20 cl = 280 cl

VOLUMES											
m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
					l	dl	cl	ml			
					3						
					3	0	0				
						2	0				

Savoir que : **1 dm^3 = 1 litre**
1 cm^3 = 1 ml
1 m^3 = 1 000 litres
1 ml d'eau = 1 gramme d'eau *(pour trouver par exemple la quantité d'eau dans les aliments)*

- Calculs de poids :

2,5 quintaux + 50 kg = 250 kg + 50 kg = 300 kg

POIDS									
t	q		kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
	2	5							
	2	5	0						
		5	0						

Savoir que : **1 quintal = 100 kg** et **1 tonne = 1 000 kg**

Remarque : une dizaine de kilogrammes n'a pas d'unité particulière

V. Applications

Série 1  **20 mn**

Choisir la bonne réponse parmi les 4 proposées A, B, C ou D.

1. 75 x 36 =
A : 2 460 B : 2 510 C : 2 680 D : 2 700

2. 484 x 25 =
A : 10 900 B : 11 300 C : 12 100 D : 13 400

3. 1,51 x 90 000 vaut approximativement :
A : 100 000 B : 125 000 C : 136 000 D : 150 000

4. 125 x 800 =
A : 1 000 B : 10 000 C : 100 000 D : 1 000 000

5. 0,049 x 299 x 59,4 vaut approximativement :
A : 340 B : 640 C : 870 D : 1 000

6. 369 360 / 9 =
A : 41 040 B : 41 100 C : 39 900 D : 40 500

7. 0,01 x 0,074 =
A : 0,74 B : 0,074 C : 0,0074 D : 0,00074

8. 0,074 / 0,01 =
A : 74 B : 7,4 C : 0,74 D : 0,00074

9. 1,02 x 70,4 x 12,5 x 0,0804 x 90 vaut approximativement :
A : 6 100 B : 6 500 C : 6 900 D : 7 200

10. 4 x 5 x 500 x 28,7 =
A : 28 700 B : 59 400 C : 143 500 D : 287 000

11. 3 510 / 4,98 vaut approximativement :
A : 650 B : 705 C : 750 D : 795