Chapitre 1.
Calcul numérique

1. Comment simplifier une fraction numérique ?

Coach : Les bases, on commence par les bases, ok ?

Méthode

On simplifie petit à petit sachant qu'on peut diviser
- par 2 lorsque le nombre est pair.
- par 10 lorsque le nombre se finit par 0.
- par 3 lorsque la somme des chiffres est divisible par 3.
- par 5 lorsque le nombre se finit par 0 ou par 5.

Exemple (force 2)

Ex. 1. *Simplifier la fraction* $\dfrac{148}{120}$.

On a : $\dfrac{148}{120}=\dfrac{74\times 2}{60\times 2}=\dfrac{74}{60}=\dfrac{37\times 2}{30\times 2}=\dfrac{37}{30}$.

Coach : On ne peut pas aller plus loin : 37 est un nombre premier (il n'admet pas d'autre diviseur que 1 et lui-même !).

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Simplifier :* *a)* $\dfrac{1287}{1521}$ *b)* $\dfrac{385}{5005}$.

2. Comment simplifier du calcul fractionnaire ?

Méthode

On applique les règles sur les fractions suivantes :

1) $\dfrac{a}{b}\times\dfrac{c}{d}=\dfrac{a\times c}{b\times d}$ 2) $\dfrac{1}{\frac{a}{b}}=\dfrac{b}{a}$. 3) $\dfrac{a}{\frac{b}{c}}=a\times\dfrac{c}{b}=\dfrac{a\times c}{b}$ 4) $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{a\times d}{b\times c}$

Exemples (force 2)

Ex. 1. *Simplifier* $\dfrac{x}{x+1}\times\dfrac{2x+2}{4x}$.

Coach : Applique la règle $\dfrac{a}{b}\times\dfrac{c}{d}=\dfrac{a\times c}{b\times d}$!

On a : $\dfrac{x}{x+1}\times\dfrac{2x+2}{4x}=\dfrac{x\times(2x+2)}{(x+1)\times 4x}=\dfrac{(2x+2)}{(x+1)\times 4}=\dfrac{2(x+1)}{(x+1)\times 4}=\dfrac{2\times 1}{2\times 2}=\dfrac{1}{2}$.

Ex. 2. *Simplifier* $\dfrac{1}{\frac{2}{3x+2}}$.

Coach : Applique la règle $\dfrac{1}{\frac{a}{b}}=\dfrac{b}{a}$!

On a : $\dfrac{1}{\frac{2}{3x+2}}=\dfrac{3x+2}{2}=\dfrac{3x}{2}+\dfrac{2}{2}=1{,}5x+1$.

Ex. 3. *Simplifier* $\dfrac{5}{\frac{x}{2x^2+x}}$.

Coach : Applique la règle $\dfrac{a}{\frac{b}{c}}=a\times\dfrac{c}{b}=\dfrac{a\times c}{b}$!

On a : $\dfrac{5}{\frac{x}{2x^2+x}}=5\times\dfrac{2x^2+x}{x}=5\times\dfrac{x(2x+1)}{x}=5\times(2x+1)=10x+5$.

Ex. 4. *Simplifier* $\dfrac{\frac{x^2+3x}{6}}{\frac{3x^2+9x}{3}}$.

Coach : Applique la règle $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{a\times d}{b\times c}$!

$$\dfrac{\frac{x^2+3x}{6}}{\frac{3x^2+9x}{3}}=\dfrac{x^2+3x}{6}\times\dfrac{3}{3x^2+9x}=\dfrac{\left(x^2+3x\right)\times 3}{6\times\left(3x^2+9x\right)}=\dfrac{\left(x^2+3x\right)\times 3}{6\times 3\left(x^2+3x\right)}=\dfrac{1}{6}.$$

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Simplifier a)* $\dfrac{3x}{x-2}\times\dfrac{2x^2-4x}{6x^2}$ *b)* $\dfrac{1}{\frac{x^2}{x^3+x^2}}$ *c)* $\dfrac{1}{\frac{x^2}{x+x^2}}$ *d)* $\dfrac{\frac{x^2-3x}{6x}}{\frac{4x^2-12x}{3x^2}}$.

3. Comment mettre deux fractions au même dénominateur ?

Coach : C'est un truc tout bête, mais tu l'as peut être oublié ! Regarde !

Méthode

On applique l'astuce suivante : $\dfrac{a}{b}-\dfrac{c}{d}=\dfrac{a\times d}{b\times d}-\dfrac{c\times b}{d\times b}$

Exemples (force 2)

Ex. 1. *Montrer que* $1-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x}{x+1}$.

On a $1-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{1\times(x+1)}{1\times(x+1)}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x+1}{x+1}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x+1-1}{x+1}=\dfrac{x}{x+1}$.

Ex. 2. *Montrer que :* $\dfrac{7x}{6x+6}-\dfrac{2x}{x+1}=\dfrac{-5x}{6x+6}$.

On a : $\dfrac{7x}{6x+6}-\dfrac{2x}{x+1}=\dfrac{7x\times(x+1)}{(6x+6)\times(x+1)}-\dfrac{2x\times(6x+6)}{(x+1)\times(6x+6)}=\dfrac{7x^2+7x-12x^2-12x}{(6x+6)\times(x+1)}$

$=\dfrac{-5x^2-5x}{(6x+6)\times(x+1)}=\dfrac{-5x(x+1)}{(6x+6)\times(x+1)}=\dfrac{-5x}{6x+6}$.

Coach : Il y avait plus simple, regarde : $\frac{7x}{6x+6}-\frac{6\times 2x}{6\times(x+1)}=\frac{7x}{6x+6}-\frac{12x}{6x+6}=\frac{7x-12x}{6x+6}=\frac{-5x}{6x+6}$. Avec un peu d'observation au départ donc, on peut gagner du temps.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Montrer que : a)* $3-\frac{1}{x+2}=\frac{3x+5}{x+2}$ *b)* $\frac{4x}{6x-6}-\frac{3x}{2x-2}=\frac{-5x}{6x-6}$.

4. Comment simplifier des calculs contenant des puissances ?

Coach : Ça se complique, mais courage : ce n'est pas si difficile !

Méthode

On applique les règles sur les fractions suivantes :

1) $a^0=1$ 2) $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ 3) $a^m\times a^n=a^{m+n}$ 4) $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

5) $\left(a^m\right)^n=a^{m\times n}$ 6) $\left(a\times b\right)^n=a^n\times b^n$ 7) $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

Exemple (force 2)

Ex. 1. *Simplifier :* *1)* $\frac{3^{n+1}}{3^n}$ *2)* $5^{-n}\times 5^{n+2}$.

On a : 1) $\frac{3^{n+1}}{3^n}=3^{n+1-n}=3^1=3$. 2) $5^{-n}\times 5^{n+2}=5^{-n+n+2}=5^2=25$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Simplifier :* *1)* $\frac{2^{n+3}}{2^n}$ *2)* $10^{-n}\times 10^{n+3}$ *3)* $\left(5\times 2\right)^n\times 2^{-n}$.

5. Comment simplifier des calculs contenant des racines carrées ?

Coach : Il est très important de bien connaître tes carrés parfaits : 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144 qui ont pour racines carrées 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12 sans oublier que $\sqrt{0{,}25}=0{,}5$!

Méthode

On applique les règles sur les fractions suivantes :

1) $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ 2) $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

en sachant que : $\sqrt{0}=0$, $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$, $\sqrt{49}=7$, $\sqrt{64}=8$, $\sqrt{81}=9$, $\sqrt{100}=10$, $\sqrt{121}=11$, $\sqrt{144}=12$, $\sqrt{0{,}25}=0{,}5$.

Exemples (force 2)

Ex. 1. *Simplifier* $\sqrt{\dfrac{0{,}25}{36}}\times\sqrt{64}$.

$$\sqrt{\frac{0{,}25}{36}}\times\sqrt{64}=\frac{\sqrt{0{,}25}}{\sqrt{36}}\times 8=\frac{0{,}5}{6}\times 8=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}.$$

Ex. 2. *Simplifier* $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{6}$.

Coach : Utilise l'identité remarquable $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$!

$$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{6}=\sqrt{2}^2+2\sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{3}^2-\sqrt{6}=2+2\sqrt{6}+3-\sqrt{6}=5+\sqrt{6}.$$

EXERCICE-TEST

Coach : Dans l'exercice suivant, tu auras besoin des 3 identités remarquables :
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Simplifier :*

a) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{10}\right)^2-10\sqrt{2}$ *b)* $\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{5}$ *c)* $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+1$.

6. Comment écrire un nombre décimal positif en notation scientifique ?

Coach : La notation scientifique est très importante dans les calculs !

Méthode

1) On repère la puissance de dix (…0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000, …) à laquelle le nombre est directement supérieure.
2) On factorise par ce nombre par cette puissance de dix trouvée.

Exemple (force 2)

Ex. 1. *Déterminer la notation scientifique de* $13{,}2\times10^{-3}\times20\times10^{2}$.

Coach : L'astuce est de regrouper les puissances de dix !

$$13{,}2\times10^{-3}\times20\times10^{2}=\underbrace{13{,}2\times20}_{264}\times\underbrace{10^{-3}\times10^{2}}_{10^{-1}}=264\times10^{-1}=2{,}64\times10^{2}\times10^{-1}=2{,}64\times10^{1}$$

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Déterminer la notation scientifique de* $54{,}8\times10^{-5}\times2000\times10^{-5}$.

7. Comment donner une valeur approchée d'un nombre ?

Coach : Cela te sera utile en Physique, les valeurs approchées y sont fréquentes!

Méthode

Prenons un exemple :
On a $\sqrt{2}=1{,}41421356...$ Une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-3} près sera :
1,414 par défaut ;
1,415 par excès ;
1,414 arrondie (car 4142 est plus proche de 4140 que de 4150).

Exemple (force 2)

Ex. 1. *Déterminer à* 10^{-3} *près une valeur approchée par défaut, par excès puis arrondie de* $\pi \times \sqrt{2}$.

Coach : Arrondir à 10^{-3} consiste à ne garder que 3 chiffres après la virgule !

La calculatrice affiche $\pi \times \sqrt{2} \simeq 4{,}4428829...$ On a : $\pi \times \sqrt{2} \simeq 4{,}442$ (par défaut), $\pi \times \sqrt{2} \simeq 4{,}443$ (par excès) et $\pi \times \sqrt{2} \simeq 4{,}443$ (arrondie) car 4428 est plus proche de 4430 que de 4420.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Déterminer à* 10^{-4} *près* $\dfrac{\pi}{2}$ *par défaut, par excès puis arrondie.*

8. Comment développer une expression ?

Coach : Sois bien attentif, car les règles que je vais t'exposer sont vraiment très importantes. Ce sont des règles de calcul algébrique que tu dois parfaitement maîtriser en Seconde. C'est parti !

Méthode

On applique la distributivité :

1) $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$.

2) $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$.

3) $(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$.

4) $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$.

5) $(a+b) \times (c-d) = a \times c - a \times d + b \times c - b \times d$.

6) $(a-b) \times (c+d) = a \times c + a \times d - b \times c - b \times d$.

7) $(a-b) \times (c-d) = a \times c - a \times d - b \times c + b \times d$.

Exemple (force 2)

Ex. 1. *Développer a)* $2x(x-4)$ *b)* $(-2x+x^2) \times x$ *c)* $(3x-2)(5x+4)$ *d)* $x^2(2x-7)$.

Coach : Applique les règles juste au-dessus !

a) $2x(x-4)=2x\times(x-4)=2x\times x-2x\times 4=2x^2-8x$.

b) $(-2x+x^2)\times x=-2x\times x+x^2\times x=-2x^2+x^3$.

c) $(3x-2)(5x+4)=3x\times 5x+3x\times 4-2\times 5x-2\times 4=15x^2+12x-10x-8=15x^2+2x-8$

d) $x^2(2x-7)=x^2\times 2x-x^2\times 7=2x^3-7x^2$.

EXERCICES-TESTS

Exercices-Tests (force 2)

ET1. QCM : *Si on développe et réduit l'expression* $(x+2)(3x-1)$*, on obtient :*

a) $3x^2+5x-2$ *b)* $3x^2+6x+2$ *c)* $3x^2-1$.

ET2. QCM : *L'expression* $3x^2+3x-36$ *est la forme développée de :*

a) $3(x+3)(x-12)$ *b)* $(3x-12)(x+3)$ *c)* $3(x-3)(x+4)$.

9. Comment développer une identité remarquable ?

Méthode

On utilise les formules :

$(m+p)^2=m^2+2\times m\times p+p^2$; $(m-p)^2=m^2-2\times m\times p+p^2$; $(m+p)(m-p)=m^2-p^2$.

Exemple (force 2)

Coach : N'oublie pas les parenthèses pour déterminer correctement les carrés !

Ex. 1. *Développer a)* $(2x+1)^2$ *b)* $(3x-4)^2$ *c)* $(5x+2)(5x-2)$.

a) On a : $\underbrace{(2x+1)^2}_{(m+p)^2}=\underbrace{(2x)^2+2\times 2x\times 1+1^2}_{m^2+2\times m\times p+p^2}=4x^2+4x+1$.

b) On a : $\underbrace{(3x-4)^2}_{(m-p)^2}=\underbrace{(3x)^2-2\times 3x\times 4+4^2}_{m^2-2\times m\times p+p^2}=9x^2-24x+16$.

c) On a : $\underbrace{(5x+2)(5x-2)}_{(m+p)(m-p)}=\underbrace{(5x)^2-2^2}_{m^2-p^2}=25x^2-4$.

EXERCICES-TESTS

Exercices-Tests (force 2)

ET1. ***QCM :*** $(2x-3)^2 = \ldots$ *a)* $4x^2+12x-9$ *b)* $4x^2-12x+9$ *c)* $4x^2-9$.

ET2. ***QCM :*** $(3x+2)^2 = \ldots$ *a)* $9x^2+4$ *b)* $3x^2+6x+4$ *c)* $4+3x(3x+4)$.

ET3. *Développer a)* $(5x+3)^2$ *b)* $(2x-2)^2$ *c)* $(7x+3)(7x-3)$.

10. Comment factoriser une expression ?

Coach : Factoriser c'est le contraire de développer. Si tu es bon dans les développements, ça sera facile car tout est jeu de reconnaissance (en cas de doute, entraîne-toi sur les deux paragraphes précédents).

Méthode

On utilise les formules : $a\times b + a\times c = a\times(b+c)$ et $a\times b - a\times c = a\times(b-c)$.

Exemple (force 2)

Ex. 1. *Factoriser : a)* $2x^2+x$ *b)* $3x^2+6x$ *c)* $6x^2-9$.

Coach : Factorise par x pour a), par 3x pour b) et par 3 pour c) !

$2x^2+x = x\times 2x + x\times 1 = x\times(2x+1)$ donc : $2x^2+x = x(2x+1)$.

b) $3x^2+6x = 3x\times x + 3x\times 2 = 3x\times(x+2)$ donc : $3x^2+6x = 3x(x+2)$.

c) $6x^2-9 = 3\times 2x^2 - 3\times 3 = 3\times(2x^2-3)$ donc : $6x^2-9 = 3(2x^2-3)$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Factoriser : a)* x^2-4x *b)* $2x^3+8x^2$ *c)* $10x^2+5x$.

11. Comment factoriser à l'aide d'une identité remarquable ?

Coach : Encore une fois, c'est le principe inverse du développement. Si tu veux être bon, il faut que saches d'abord parfaitement développer une identité remarquable (un petit tour au paragraphe 9 peut être utile !).

Méthode

On a : $m^2+2\times m\times p+p^2=(m+p)^2$; $m^2-2\times m\times p+p^2=(m-p)^2$; $m^2-p^2=(m+p)(m-p)$.

Exemples (force 2)

Ex. 1. *Factoriser* $4x^2+20x+25$.

Coach : N'oublie pas que $4x^2=(2x)^2$ *!*

On a : $4x^2+20x+25=\underbrace{(2x)^2+2\times 2x\times 5+5^2}_{m^2+2\times m\times p+p^2}=\underbrace{(2x+5)^2}_{(m+p)^2}$.

Ex. 2. *Factoriser* $9x^2-12x+4$.

Coach : N'oublie pas que $9x^2=(3x)^2$.

On a : $9x^2-12x+4=\underbrace{(3x)^2-2\times 3x\times 2+2^2}_{m^2-2\times m\times p+p^2}=\underbrace{(3x-2)^2}_{(m-p)^2}$.

Ex. 3. *Factoriser* $16x^2-100$.

Coach : N'oublie pas que $16x^2=(4x)^2$.

On a : $16x^2-100=\underbrace{(4x)^2-10^2}_{m^2-p^2}=\underbrace{(4x+10)(4x-10)}_{(m+p)(m-p)}$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Factoriser :* *a)* $9x^2+6x+1$ *b)* $25x^2-20x+4$ *c)* $\frac{1}{4}x^2-36$.

Chapitre 2.
Fonctions

1. Comment déterminer graphiquement une image ?

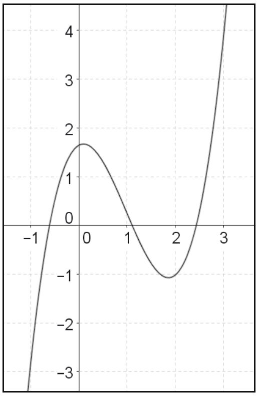
Coach : La lecture d'images se fait sur l'axe vertical. C'est facile, rassure-toi !

Méthode

Graphiquement, les images se lisent en ordonnées.

Exemple (force 2)

Ex. 1. *Soit f la fonction dont la courbe est définie ci-dessous.*



Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

a) $f(-1)<f(1)$. *b)* $f(0)<f(2)$ *c)* $f(-1)\times f(2)>0$ *d)* $\dfrac{f(3)}{f(2)}=-4$

a) L'affirmation $f(-1)<f(1)$ est vraie car $f(-1)=-3$ et $f(1)\simeq 0{,}3$.

b) L'affirmation $f(0)<f(2)$ est fausse car $f(0)\simeq 1{,}6$ et $f(2)=-1$.

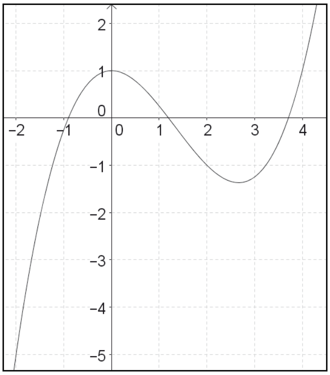
c) L'affirmation $f(-1)\times f(2)>0$ est vraie car $f(-1)\times f(2)=-3\times(-1)=3$.

d) L'affirmation $\dfrac{f(3)}{f(2)}=-4$ est vraie car $\dfrac{f(3)}{f(2)}=\dfrac{4}{-1}=-4$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 2)

ET1. *Soit f la fonction dont la courbe est définie ci-dessous*



Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

a) $f(0)=f(4)$.   *b)* $f(1)<f(3)$ *c)* $f(0)=-f(2)$ *d)* $f(-2)\times f(4)=-5$.

2. Comment déterminer algébriquement une image ?

Coach : Cette fois, il faut effectuer un calcul. Tu as juste à remplacer x, ok ?

Méthode

Algébriquement, pour trouver l'image de k par $f(x)$, on remplace x par k.

Coach : En fait, on remplace tous les x qu'on trouve par k.

Exemples (force 2)

Ex. 1. *Soit f définie par* $f(x)=-x^2+5x+1$. *Déterminer l'image de 2 et de* -3 *par f.*

Comme $f(x)=-x^2+5x+1$, on a : $f(2)=-2^2+5\times2+1=-4+10+1=7$

et $f(-3)=-(-3)^2+5\times(-3)+1=-9-15+1=-23$.

Coach : Il faut bien comprendre que dans le cas général, on a $-x^2\neq(-x)^2$.

Par exemple $-3^2=-3\times3=-9$ alors que $(-3)^2=(-3)\times(-3)=9$.