Chapitre 1.
Calcul numérique

1. Comment simplifier une fraction numérique ?

Coach : Les bases, on commence par les bases, ok ?

Méthode

On simplifie petit à petit sachant qu'on peut diviser
- par 2 lorsque le nombre est pair.
- par 10 lorsque le nombre se finit par 0.
- par 3 lorsque la somme des chiffres est divisible par 3.
- par 5 lorsque le nombre se finit par 0 ou par 5.

Exemple (force 1)

Ex. 1. *Simplifier* $\frac{270}{60}$. On a : $\frac{270}{60}=\frac{27\times 10}{6\times 10}=\frac{27}{6}=\frac{3\times 9}{3\times 2}=\frac{9}{2}$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 1)

ET1. *Simplifier la fraction :* *a)* $\frac{240}{16}$ *b)* $\frac{500}{140}$ *c)* $\frac{1500}{90000}$.

2. Comment simplifier du calcul fractionnaire ?

Méthode

On applique les règles sur les fractions suivantes :

1) $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ 2) $\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{b}{a}$ 3) $\frac{\frac{a}{b}}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{a\times c}{b}$ 4) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$

Exemples (force 1)

Ex. 1. *Simplifier* $\frac{2}{3} \times \frac{5}{12}$.

> **Coach** : Applique la règle $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$!

On a : $\frac{2}{3} \times \frac{5}{12} = \frac{2 \times 5}{3 \times 12} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Ex. 2. *Simplifier* $\dfrac{1}{\frac{5}{6}}$.

> **Coach** : Applique la règle $\dfrac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$!

On a : $\dfrac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5}$.

Ex. 3. *Simplifier* $\dfrac{3}{\frac{2}{5}}$.

> **Coach** : Applique la règle $\dfrac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \frac{c}{b} = \frac{a \times c}{b}$!

On a : $\dfrac{3}{\frac{2}{5}} = 3 \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2}$.

Ex. 4. *Simplifier* $\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{3}}$.

> **Coach** : Applique la règle $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$!

$\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{6 \times 2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 1)

ET1. *Simplifier a)* $\frac{3}{8}\times\frac{5}{6}$ *b)* $\frac{\frac{1}{2}}{3}$ *c)* $\frac{7}{\frac{2}{3}}$ *d)* $\frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{5}}$.

3. Comment mettre deux fractions au même dénominateur ?

Coach : C'est un truc tout bête, mais tu l'as peut être oublié ! Regarde !

Méthode

On applique l'astuce suivante : $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\times d}{b\times d}-\frac{c\times b}{d\times b}$

Exemples (force 1)

Ex. 1. *Montrer que* $\frac{7}{6}-\frac{2}{5}=\frac{23}{30}$.

On a : $\frac{7}{6}-\frac{2}{5}=\frac{7\times 5}{6\times 5}-\frac{2\times 6}{5\times 6}=\frac{35}{30}-\frac{12}{30}=\frac{35-12}{30}=\frac{23}{30}$.

Ex. 2. *Montrer que* $3+\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$.

On a : $3+\frac{2}{5}=\frac{3}{1}+\frac{2}{5}=\frac{3\times 5}{1\times 5}+\frac{2}{5}=\frac{15}{5}+\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 1)

ET1. *Montrer que a)* $\frac{11}{6}-\frac{3}{7}=\frac{59}{42}$ *b)* $4+\frac{3}{7}=\frac{31}{7}$.

4. Comment simplifier des calculs contenant des puissances ?

Coach : ça se complique, mais courage : ça n'est pas si difficile !

Méthode

On applique les règles sur les fractions suivantes :

1) $a^0 = 1$ 2) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ 3) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 4) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

5) $\left(a^m\right)^n = a^{m\times n}$ 6) $\left(a\times b\right)^n = a^n \times b^n$ 7) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

Exemple (force 1)

Ex. 1. *Simplifier :* *1)* 3^0 *2)* 2^{-3} *3)* $3^2 \times 3^5$

4) $\dfrac{3^7}{3^2}$ *5)* $\left(2^5\right)^3$ *6)* $\left(3\times 5\right)^2$ *7)* $\left(\dfrac{5}{7}\right)^2$.

On a : 1) $3^0 = 1$ 2) $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$ 3) $3^2 \times 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$

4) $\dfrac{3^7}{3^2} = 3^{7-2} = 3^5$ 5) $\left(2^5\right)^3 = 2^{5\times 3} = 2^{15}$ 6) $\left(3\times 5\right)^2 = 3^2 \times 5^2$ 7) $\left(\dfrac{5}{7}\right)^2 = \dfrac{5^2}{7^2}$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 1)

ET1. *Simplifier :* *1)* 6^0 *2)* 5^{-2} *3)* $2^2 \times 2^3$

4) $\dfrac{3^4}{3^3}$ *5)* $\left(3^2\right)^4$ *6)* $\left(2\times 3\right)^4$ *7)* $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$.

5. Comment simplifier des calculs contenant des racines carrées ?

Coach : Il est très important de bien connaître tes carrés parfaits : 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144 qui ont pour racines carrées 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12 sans oublier que $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$!

Méthode

On applique les règles sur les fractions suivantes :

1) $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ 2) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ tout en retenant la liste des racines carrées suivantes par cœur : $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{81} = 9$, $\sqrt{100} = 10$.

Exemple (force 1)

Ex. 1. *Simplifier : 1)* $\sqrt{32}$ *2)* $\sqrt{\frac{9}{16}}$.

On a : 1) $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 1)

ET1. *Simplifier : 1)* $\sqrt{48}$ *2)* $\sqrt{\frac{25}{4}}$.

6. Comment écrire un nombre décimal positif en notation scientifique ?

Coach : La notation scientifique est très importante dans les autres disciplines scientifiques car elles sont utilisées en permanence dans les calculs !

Méthode

1) On repère la puissance de dix (...0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000, ...) à laquelle le nombre est directement supérieure.
2) On factorise par ce nombre par cette puissance de dix trouvée.
3) On se souvient que $10^n = 1\underbrace{00...0}_{n \text{ zéros}}$ et que $10^{-n} = \underbrace{0,0...0}_{n \text{ zéros}}1$.

Exemple (force 1)

Ex. 1. *Déterminer la notation scientifique de 204,3.*

$204,3 > 100$. On factorise par 100, on a $204,3 = \dfrac{204,3}{100} \times 100 = 2,043 \times 100 = 2,043 \times 10^2$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 1)

ET1. *Déterminer la notation scientifique de :*
a) 2780,6 *b)* 514,6 *c)* 0,0074 *d)* 0,15 *e)* 20000000 *f)* 12,89 *g)* 50000 .

7. Comment donner une valeur approchée d'un nombre ?

Coach : Ce paragraphe ne te sera pas utile qu'en Maths mais surtout en Physique ou les valeurs approchées sont très souvent demandées.

Méthode

Prenons un exemple : on a $\sqrt{2} = 1,41421356...$
Une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-3} près sera :
1,414 par défaut ;
1,415 par excès ;
1,414 arrondie (car 4142 est plus proche de 4140 que de 4150).

Exemple (force 1)

Ex. 1. *On a* $\sqrt{7} = 2,6457131...$ *En déterminer à* 10^{-3} *près une valeur approchée par défaut, par excès puis arrondie.*

On a : $\sqrt{7} \simeq 2,645$ par défaut ; $\sqrt{7} = 2,646$ par excès ;
$\sqrt{7} \simeq 2,646$ arrondie (car 6457 est plus proche de 6460 que de 6459).

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 1)

ET1. *On a* $\sqrt{2} = 1,41421356...$ *En déterminer à* 10^{-4} *près une valeur approchée par défaut, par excès puis arrondie.*

8. Comment développer une expression ?

Coach : Sois bien attentif, car les règles que je vais t'exposer sont vraiment très importantes. Ce sont des règles de calcul algébrique que tu dois parfaitement maîtriser en Seconde. C'est parti !

Méthode

On applique la distributivité :

1) $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$.

2) $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$.

3) $(a+b)\times(c+d)=a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$.

4) $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$.

5) $(a+b)\times(c-d)=a\times c-a\times d+b\times c-b\times d$.

6) $(a-b)\times(c+d)=a\times c+a\times d-b\times c-b\times d$.

7) $(a-b)\times(c-d)=a\times c-a\times d-b\times c+b\times d$.

Exemple (force 1)

Ex. 1. *Développer a)* $2(x+3)$ *b)* $(-x+1)\times 5$ *c)* $(x+2)(x+3)$ *d)* $3(2x-7)$ *e)* $(x+3)(x-4)$ *f)* $(x-5)(x+2)$ *g)* $(x-3)\times(x-2)$.

Coach : Applique les règles juste au-dessus !

a) $2(x+3)=2\times(x+3)=2\times x+2\times 3=2x+6$.

b) $(-x+1)\times 5=-x\times 5+1\times 5=-5x+5$.

c) $(x+2)\times(x+3)=x\times x+x\times 3+2\times x+2\times 3=x^2+3x+2x+6=x^2+5x+6$.

d) $3\times(2x-7)=3\times 2x-3\times 7=6x-21$.

e) $(x+3)\times(x-4)=x\times x-x\times 4+3\times x-3\times 4=x^2-4x+3x-12=x^2-x-12$.

f) $(x-5)\times(x+2)=x\times x+x\times 2-5\times x-5\times 2=x^2+2x-5x-10=x^2-3x-10$.

g) $(x-3)\times(x-2)=x\times x-x\times 2-3\times x+3\times 2=x^2-2x-3x+6=x^2-5x+6$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 1)

ET1. *Développer a)* $-3(2x-5)$ *b)* $(-2x-10)\times 2$ *c)* $(2x+5)(3x+1)$ *d)* $-4(10x-1)$ *e)* $(2x+1)(5x-2)$ *f)* $(2x-2)(3x+6)$ *g)* $(2x-4)\times(3x-5)$.

9. Comment développer une identité remarquable ?

Méthode

On utilise les formules :
$(m+p)^2 = m^2 + 2\times m\times p + p^2$; $(m-p)^2 = m^2 - 2\times m\times p + p^2$; $(m+p)(m-p) = m^2 - p^2$.

Coach : Normalement, tu les as vues au collège. Il faut absolument les connaître par cœur !

Exemples (force 1)

Ex. 1. *Développer* $(x+5)^2$.

Coach : C'est la 1[e] identité remarquable : $(m+p)^2 = m^2 + 2\times m\times p + p^2$.

On a : $\underbrace{(x+5)^2}_{(m+p)^2} = \underbrace{x^2 + 2\times x\times 5 + 5^2}_{m^2+2\times m\times p+p^2} = x^2 + 10x + 25$.

Ex. 2. *Développer* $(x-4)^2$.

Coach : C'est la 2[e] identité remarquable : $(m-p)^2 = m^2 - 2\times m\times p + p^2$.

On a : $\underbrace{(x-4)^2}_{(m-p)^2} = \underbrace{x^2 - 2\times x\times 4 + 4^2}_{m^2-2\times m\times p+p^2} = x^2 - 8x + 16$.

Ex. 3. *Développer* $(x+3)(x-3)$.

Coach : C'est la 3[e] identité remarquable : $(m+p)(m-p) = m^2 - p^2$.

On a : $\underbrace{(x+3)(x-3)}_{(m+p)(m-p)} = \underbrace{x^2 - 3^2}_{m^2-p^2} = x^2 - 9$.

EXERCICE-TEST

Exercice-Test (force 1)

ET1. *Développer a)* $(x+7)^2$ *b)* $(x-1)^2$ *c)* $(x+8)(x-8)$.