Partie I

OUTILS DE BASE : REVISIONS

Ça y est, c'est les vacances ! Ouf, les années collège sont maintenant derrière vous et l'univers impitoyable du lycée vous attend (n'exagérons rien tout de même). C'est vrai qu'il va y avoir du changement : du statut de « grand » du collège vous passez à celui de « petit » du lycée et vous vous posez sans doute déjà beaucoup de questions du style : « Qu'est-ce qui m'attend là bas ? »

Soyez rassuré, rien d'inhumain ne vous attend : inutile de sortir la panoplie complète du plus grand agent secret français (on avait tous pensé à OSS 117...), inutile même d'essayer de ressembler au premier de la classe (à moins que ce ne soit déjà le cas et auquel cas on vous félicite) : RASSUREZ-VOUS : TOUT VA BIEN SE PASSER ! Il n'y a aucune raison sérieuse à ce que tout se passe mal l'an prochain, surtout si vous vous préparez dès maintenant à la seconde (comme vous êtes en train de le faire) grâce à ce magnifique livre « les vacances de Method's » (restons modeste tout de même…), de la troisième à la seconde (qui vous donnera envie, on l'espère, de vous procurer dès la rentrée *Method'S Seconde*) comme tant d'élèves voulant devenir le roi (ou la reine) des Maths !).

Bravo donc, si vous êtes en train de lire ce livre, car il va vous aider à devenir meilleur, à être parmi les meilleurs, bref à être le véritable Dieu vivant du programme de seconde, le Zeus du cours de Maths, l'Achille de l'analyse et de l'algèbre, ou encore l'Atlas du cours de géométrie.

Au programme, pas de surmenage, mais une initiation en douceur aux joies et délices des maths de seconde après quelques révisions du programme de troisième.

Ces révisions peuvent se faire tranquillement à l'ombre d'un palmier (ou à défaut à l'ombre d'un parasol) en train de siroter un diabolo menthe, éventuellement sur un matelas pneumatique bien gonflé (pas trop dur non plus), les doigts de pied en éventail, près du sable chaud (s'il y en a), histoire d'oublier les chaises bien dures de l'Education nationale, et la voix monocorde de votre prof (qui s'endormait à son bureau à répéter pour la trentième fois le même et sempiternel cours…)

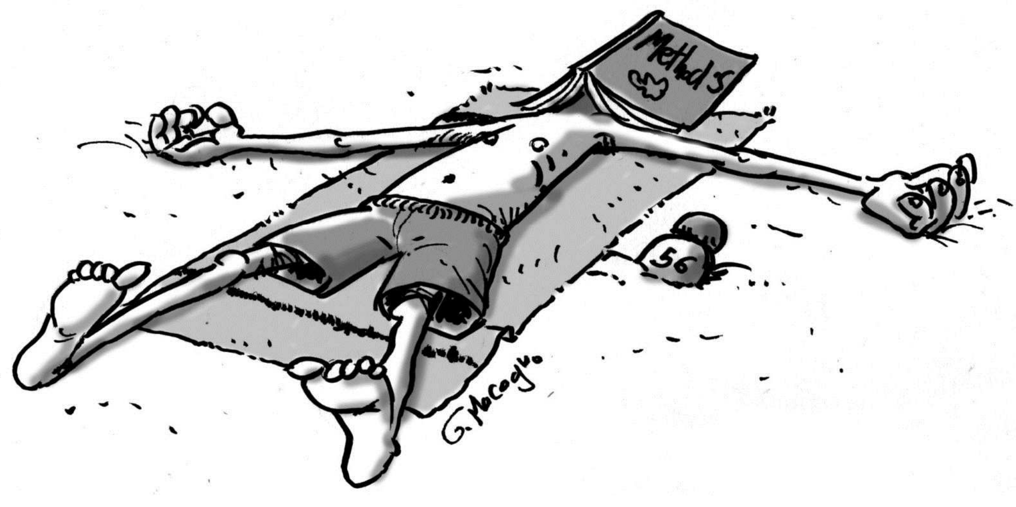
Au programme de cette première partie donc, des révisions sur le calcul numérique, les équations et inéquations et la géométrie du plan (parce que c'est hyper sympa…).

En tête de chapitre et pour débuter « le jogging » : rappel des méthodes de Troisième à garder à portée de main, puis séance de Vrai ou Faux, et enfin séance d'exercices.

Cela ressemble à une séance d'entraînement stretching, c'est pourquoi nous avons pensé à vous mettre des petits jeux mathématiques (Sudokus, carrés magiques, Kakuros, Hanjies), histoire de se détendre et d'apprendre en s'amusant : n'oublions pas que ces jeux de logique sont 100 % mathématiques, donc 100 % intelligents (même si c'est 0% scolaire) donc inconsciemment utiles (pour le calcul mental, les raisonnements, la rapidité de la réflexion etc., bref le cerveau quoi !).

Nous vous avons mis également quelques chef-d'œuvre de la géométrie : quelques polyèdres réguliers, étoilés que l'on vous a sélectionnés parmi les plus beaux et les plus spectaculaires (voir la rubrique intitulée « Merveilleux polyèdres »). L'art sert à s'évader, les maths aussi parfois…

Bon courage donc, bonnes vacances, et bravo car vous allez être vraiment parmi les meilleurs (si vous faites sérieusement, mais sans se prendre la tête tout de même, complètement ce livre)…



1 CALCUL NUMERIQUE

LES METHODES DE TROISIEME qu'il faut avoir en tête :

- ❑ Règles sur les fractions
- ❑ Règles sur les puissances
- ❑ Règles sur les radicaux
- ❑ Règles pour développer
- ❑ Les identités remarquables

▶ Tourner la page pour voir un rappel de ces règles.

- Règles sur les fractions : pour $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$:

a) $\dfrac{1}{\frac{a}{b}} = \dfrac{b}{a}$ b) $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c} = \dfrac{a \times d}{b \times c}$

c) $\dfrac{\frac{a}{b}}{c} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{1}{c} = \dfrac{a}{b \times c}$ d) $\dfrac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \dfrac{c}{b} = \dfrac{a \times c}{b}$

- Règles sur les puissances : pour n, m entiers :

a) $a^0 = 1$ b) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ c) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

d) $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $(a \neq 0)$ e) $\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$ f) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

g) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$

- Règles sur les radicaux

a) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ (pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$) b) $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (si $b \neq 0$)

- Règles pour développer

1) a) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

b) $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

c) $(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$

2) a) $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

b) $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$

c) $(a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$

d) $(a - b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d - b \cdot c - b \cdot d$

e) $(a - b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d - b \cdot c + b \cdot d$

- Les identités remarquables (il n'y en a que trois !) :

1) $(m + p)^2 = m^2 + 2mp + p^2$ 2) $(m - p)^2 = m^2 - 2mp + p^2$ 3) $(m + p)(m - p) = m^2 - p^2$

VRAI OU FAUX ?

	VRAI	FAUX
1. Pour tous a et b, $(a+b)^2 = a^2 + b^2$		
2. Pour tous a et b, $(a-b)^2 = a^2 - b^2$		
3. Pour tous a et b, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$		
4. $(3\times 5)^2 = 3^2 \times 5^2$		
5. $(5-2)\times(5+2) = 21$		
6. $(5+3)\times(5-3) = 16$		
7. $(5+1)^2 = 25+1 = 26$		
8. $(3-2)^2 = 9-4 = 5$		
9. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{6}$		
10. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$		
11. $2^3 = 6$		
12. $(3\times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$		
13. $(3+4)^2 = 9+16$		
14. $\frac{1}{\frac{5}{6}} = 1{,}2$		

	VRAI	FAUX
15. $\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = 2$		
16. $\dfrac{\frac{1}{3}}{2} = \dfrac{2}{3}$		
17. $\dfrac{1}{\frac{3}{4}} = \dfrac{4}{3}$		
18. $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2}$		
19. $\dfrac{2}{\frac{5}{6}} = 2,4$		
20. $1^0 = 1$ et $(-19)^0 = 1$		
21. $3^{-2} = \dfrac{1}{9}$		
22. $3^4 \times 2^5 = 6^9$		
23. $2^5 \times 2^3 = 2^8$		
24. $3^5 \times 2^5 = 6^5$		
25. $\sqrt{36} = \sqrt{4} \times \sqrt{9}$ et $\sqrt{\dfrac{100}{4}} = 5$		
26. $(2x+3) \cdot 4 = 8x + 12$		
27. $(2x+1) \cdot (x-3) = 2x^2 - 3$		
28. $(x-3) \cdot (x-2) = x^2 + 6$		
29. $\dfrac{2x+6}{2} = x + 6$		

EXERCICES

❐ Exercice 1

Simplifier (le plus possible) les radicaux suivants :

1) a) $\sqrt{0}$ b) $\sqrt{1}$ c) $\sqrt{4}$ d) $\sqrt{36}$ e) $\sqrt{9}$
f) $\sqrt{25}$ g) $\sqrt{64}$ h) $\sqrt{81}$ i) $\sqrt{49}$ j) $\sqrt{100}$
k) $\sqrt{10000}$

2) a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt{125}$ d) $\sqrt{300}$

❐ Exercice 2

Calculer les puissances suivantes :

1) a) 10^0 b) 10^1 c) 10^2
d) 10^5 e) 10^3 f) 10^9 g) 10^6

2) a) 10^{-1} b) 10^{-2} c) 10^{-3}
d) 10^{-4} e) 10^{-6}

❐ Exercice 3

Calculer les puissances suivantes :

1) a) 2^3 b) 3^2 c) 4^2
d) 5^3 e) 6^2 f) 6^3

2) a) 2^{-2} b) 2^{-3} c) 3^{-2}
d) 5^{-2} e) 6^{-3} f) 10^{-3}

❐ Exercice 4

Développer :

1) a) $2(x+3)$ b) $2(x-4)$
c) $3(2x+6)$ d) $-3(2x+1)$
e) $(x+3)(x-2)$ f) $(2x+1)(3x-3)$
g) $\frac{1}{2}(4x+6)$ h) $-\frac{1}{3}(3x-6)$
i) $-\frac{1}{2}(4x-2)$ j) $-\frac{1}{3}(6x-2)$

2) a) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(\frac{1}{3}x-1\right)$
b) $(2x-1)(3x-2)$
c) $\left(\frac{1}{2}x-1\right)(4x+2)$

❐ Exercice 5

Développer les identités remarquables suivantes :

a) $(x+1)^2$ b) $(x+2)^2$
c) $(x-1)^2$ d) $(x-2)^2$
e) $(x+1)(x-1)$ f) $(x+2)(x-2)$
g) $(2x+1)^2$ h) $(2x-1)^2$
i) $(-2x+1)^2$ j) $(-2x-1)^2$
k) $(2x+1)(2x-1)$ l) $(-2x+1)(-2x-1)$
m) $\left(\frac{1}{2}x+3\right)\left(\frac{1}{2}x-3\right)$
n) $\left(-\frac{1}{3}x+4\right)\left(-\frac{1}{3}x-4\right)$

❐ Exercice 6

Simplifier :

a) $\dfrac{\frac{1}{3}}{2}$ b) $\dfrac{\frac{2}{3}}{2}$ c) $\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}}$ d) $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}}$ e) $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}}$

f) $3\times\frac{1}{3}$ g) $4\times\frac{1}{8}$ h) $3\times\frac{6}{2}$

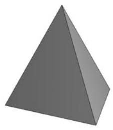
i) $(-2)\times(-3)$ j) $\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-6)$

LES MERVEILLES MATHEMATIQUES

EPISODE 1. LES SOLIDES DE PLATON

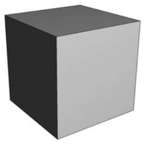
Platon est un grand philosophe de la Grèce antique (un peu comme Nikos Aliagas mais en barbu et avec une toge…) et comme beaucoup de philosophes de l'époque, il était calé en Maths (moins que Pythagore, Thalès, Euclide, et toute la clique naturellement mais quand même pas mal…). On lui doit notamment la découverte des cinq magnifiques polyèdres réguliers (convexes) ci-contre dont il donnait à chacun une interprétation mystique. En effet, il associe à chacun d'entre eux l'un des cinq éléments fondamentaux (enfin, considérés comme tels à l'époque, avant que ne vienne plus tard la compréhension de l'atome et des molécules…) :

- le Tétraèdre régulier (quatre sommets, quatre faces, six arêtes) est associé au **Feu**.



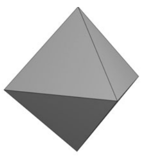
Le tétraèdre

- le Cube (huit sommets, six faces, douze arêtes) est associé à la **Terre**.



Le cube

- l'Octaèdre (six sommets, huit faces, douze arêtes) est associé à l'**Air**.

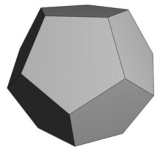


L'octaèdre

- l'Icosaèdre (douze sommets, dix-huit faces, vingt-huit arêtes) est associé à l'**Eau**.

L'icosaèdre

- le Dodécaèdre (vingt sommets, douze faces, trente arêtes) est associé à l'**Univers**.



Le dodécaèdre

Platon expliquait l'harmonie de l'univers par l'existence de ces cinq solides réguliers tous inscriptibles dans une sphère. Ils sont communément appelés solides de Platon, en hommage à leur inventeur et on peut prouver que ce sont les seuls polyèdres convexes réguliers existant (pas la peine d'en chercher d'autres, il n'y en a pas !). Magnifique, n'est-ce pas ?
Depuis la découverte de l'atome (on l'a déjà dit, vous suivez ou quoi ?), ces cinq éléments ne sont plus considérés comme fondamentaux. Cependant ces cinq solides ont traversé les âges et nous sont restés. Ils ont même joué un drôle de tour à Kepler, qui pensait avoir fait le lien entre l'harmonie de l'univers (les trajectoires des cinq planètes connues à l'époque) et « l'emboîtement » de ces cinq polyèdres (alors que maintenant on sait que c'est plus compliqué que cela). Il faut reconnaître qu'ils sont tellement beaux, qu'il était trop tentant de tomber sous leur charme…