

Partie I

OUTILS DE BASE : REVISIONS

Ça y est, c'est les vacances et vous vous êtes enfin installé sur le matelas pneumatique dont vous rêviez depuis le mois de février (peut-être même depuis le mois de septembre). Bien sûr, pour que tout le monde ne vous prenne pas pour un gros paresseux, vous avez décidé d'arborer fièrement votre cahier de vacances *Method'S*, histoire de montrer à tout le monde que vous avez décidé de prendre votre destin en main, comme en témoignent les remarques du genre « oh, dis donc t'as du courage ! » ou « Tu t'y mets déjà ? ». Soudain, une angoisse : et si ce qui vous attendait était incompréhensible, inabordable, et si vous étiez obligé de reposer ce livre tout découragé, en essuyant les remarques de ceux qui vous entourent : « Eh bien ça n'aura pas duré longtemps ! »

Heureusement, nous avons pensé à vous comme le prouve la présence de cette première partie ! En effet, cette première partie, à ne pas négliger, vous rappellera en douceur ce que vous saviez faire en Terminale et que vous avez déjà oublié, ce qui vous sera utile pour la deuxième partie, nouvelle, mais du coup abordable ! Alors, heureux (ou heureuse) ?

Au programme de cette première partie donc, des révisions sur les nombres complexes, les fonctions, les suites et le calcul intégral.

Ensuite, dans la deuxième partie nous réutiliserons tout cela et surtout nous verrons de nouvelles choses !

En tête de chapitre et pour débiter l'échauffement : rappel des méthodes de *Method'S Terminale* à garder à portée de main (levez les bras), puis séance de Vrai ou Faux (levez bien la jambe droite), et enfin séance d'exercices (levez bien la gauche).

Sortez votre crayon noir (ou piquez celui de votre petite sœur qui l'utilise pour son sudoku et qui vient d'aller se baigner, ou celui de votre grand-mère qui l'utilise pour ses mots-croisés et qui est partie voir *Les feux de l'amour*), c'est parti !

Note : il n'est pas utile de vous mettre en tenue pour cet entraînement. Vous pouvez garder vos tongs et votre fauteuil favori, tout devrait se passer en douceur.



1 NOMBRES COMPLEXES

LES METHODES DE TS qu'il faut avoir en tête :

- Méthodes pour déterminer le module et l'argument d'un nombre complexe.
- Méthodes sur la forme trigonométrique d'un nombre complexe.
- Méthodes sur la forme exponentielle d'un nombre complexe.
- Méthodes pour résoudre une équation du second degré complexe $az^2+bz+c=0$.

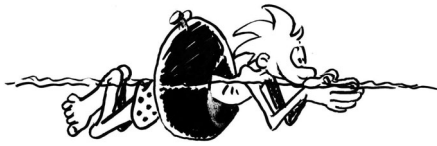
► Cf. *Méthod'S Terminale*, chapitre 5 pour le détail de ces méthodes.

VRAI OU FAUX ?



10

- | | VRAI | FAUX |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. i et $-i$ ont même partie réelle. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. $e^{\frac{i\pi}{6}}$ et $e^{\frac{5\pi i}{6}}$ ont même partie réelle. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. L'équation $z^2 + z + 1 = 0$ admet des solutions réelles. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. $e^{\frac{i\pi}{3}} + e^{\frac{5\pi i}{3}} = 1$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Les points A, B, C d'affixes $z_A = e^{\frac{i2\pi}{3}}$, $z_B = e^{-\frac{i2\pi}{3}}$ et $z_C = 1$ forment un triangle rectangle. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Soient a et b deux réels non nuls, alors : $\frac{1}{a+ib} = \frac{a}{a^2+b^2} + i\frac{b}{a^2+b^2}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. $(1-i)(1+2i)$ a pour partie imaginaire 1. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. $\frac{\sqrt{2}}{1-i} e^{\frac{i2\pi}{3}}$ a pour argument $\frac{7\pi}{12}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. $(1+i)^4 = (-1+i)^4$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. L'ensemble des nombres de module 1 est réduit à l'ensemble $\{1; -1; i; -i\}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11. Les points A, B et C d'affixes $z_A = 1+i2\sqrt{3}$, $z_B = -1+i2\sqrt{3}$ et $z_C = 3+i2\sqrt{3}$ ne sont pas alignés. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



EXERCICES

□ Exercice 1

On considère les points A, B et C d'affixes $z_A = 3 - i$, $z_B = 1 + i$ et $z_C = 2 + 2i$.

Déterminer la nature du triangle ABC.

□ Exercice 2

a) Soit $z = 1 + i$. Déterminer $|z|$ et $\arg(z)$.

b) Démontrer que $(1+i)^5 = 4\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$.

□ Exercice 3

Déterminer deux réels a et b vérifiant l'équation $a(1-i) + b = i$.

□ Exercice 4

Dans chaque cas, résoudre l'équation $z = f(z)$ avec :

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| a) $f(z) = 2z + 1$ | b) $f(z) = iz$ |
| c) $f(z) = z^2$ | d) $f(z) = -z^2$ |
| e) $f(z) = z$ | f) $f(z) = z - 1$ |
| g) $f(z) = \frac{1}{z}$ | h) $f(z) = -\frac{1}{z}$ |

□ Exercice 5

a) Démontrer que :

$$z^3 - 1 = (z - 1)(1 + z + z^2).$$

b) En déduire les solutions de l'équation $z^3 - 1 = 0$.

□ Exercice 6

Le but de l'exercice est de résoudre le système linéaire
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -3 \\ z_1 z_2 = 6 \end{cases}.$$

a) Montrer que résoudre ce système revient à résoudre le système :
$$\begin{cases} z_2 = -3 - z_1 \\ z_1^2 + 3z_1 + 6 = 0 \end{cases}.$$

b) Résoudre l'équation du second degré $z^2 + 3z + 6 = 0$.

c) En déduire les solutions z_1 et z_2 du système linéaire.

QUI A INVENTE LES MATHS ?

EPISODE 1. LES PREMIERES MATHEMATQUES (MESOPOTAMIE ET EGYPTTE)

Qui a eu l'idée d'inventer les mathématiques ? Qui est le responsable du calvaire de centaines de générations d'élèves ? Qui est donc le coupable ? Une question vaste à laquelle nous allons essayer de répondre. En plusieurs épisodes bien sûr car les mathématiques n'ont pas été créées en un jour, loin de là, leur élaboration a pris plusieurs siècles ! Les premières traces (écrites) d'activité mathématique furent trouvées dans une zone bien connue des historiens : la zone du croissant fertile. Cette région du monde (allant de l'actuel Irak jusqu'en Egypte) fut dominée par deux civilisations extrêmement brillantes (qui possèdent leur quartier au Louvre et dans d'autres musées du monde) : la civilisation mésopotamienne (et babylonienne) et la civilisation égyptienne. Toutes deux bénéficient de la présence de fleuves (le Tigre, L'Euphrate, le Nil) donc de terres très fertiles (grâce aux alluvions déposés par les fleuves). Ils inventent l'agriculture, 1000 fois plus productive que la simple chasse. Chaque récolte étant soumise à l'impôt, pour les calculer, ils inventent les équations du 1^{er} degré. A chaque crue et décrue, les terrains cultivables changent de forme, il faut donc recalculer leur superficie : pour y parvenir, ces civilisations inventent les équations du second degré. Chaque fête, chaque événement particulier qui régule la vie agricole, religieuse ou sociale nécessite un calendrier fiable. Pour le mettre au point, ces civilisations inventent l'Astronomie et par conséquent la Trigonométrie. Ces civilisations brillantes nous ont donc légué une mathématique élaborée (et une architecture sublime), ce n'est donc pas un hasard si les tout premiers mathématiciens grecs comme Thalès et Pythagore (qui étaient aussi de grands voyageurs), vinrent s'instruire directement auprès d'eux. Allez, une petite visite au Louvre s'impose... il faut voir de ses propres yeux les tablettes d'argile et les papyrus qu'ont trouvés nos archéologues, c'est tout simplement incroyable !



ENIGME DE LA PLAGE

Le panier et les cent cailloux.

Il y a un panier et cent cailloux rangés en ligne droite et à des espaces égaux d'une toise. On propose de les ramasser et les rapporter dans le panier un à un, en allant d'abord chercher le premier, ensuite le second ; et ainsi de suite jusqu'au dernier. Combien de toises doit faire celui qui entreprendra cet ouvrage ?

Jacques Ozanam, 1790.

2 FONCTIONS

LES METHODES DE TS qu'il faut avoir en tête :

- Méthodes pour étudier les variations d'une fonction (dérivation).
 - Méthodes sur la dérivabilité d'une fonction.
 - Méthodes sur la détermination de tangentes.
 - Méthodes sur les limites de fonctions.
 - Méthodes sur la fonction exponentielle.
 - Méthodes sur la fonction logarithme.
 - Méthodes sur les croissances comparées.
 - Théorème des valeurs intermédiaires.
 - Méthodes sur le calcul intégral.
- Cf. *Méthod'S Terminale*, chapitres 2, 3 et 4 pour le détail de ces méthodes.

VRAI OU FAUX ?



14

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + 6x}{2x^2} = \frac{3}{2}$.

VRAI	FAUX
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\ln(x)}$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

3. L'équation $x^3 + 6x = 20$ admet une unique solution réelle.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

4. Une fonction continue est nécessairement dérivable.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

5. La fonction $f : x \rightarrow f(x) = \sqrt{x}$ est dérivable sur $[0; +\infty[$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

6. La fonction $x \rightarrow \ln(x)$ est la primitive de la fonction $x \rightarrow \frac{1}{x}$ qui s'annule en 0.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

7. Pour tous $a > 0$ et $b > 0$, $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

8. Pour tous a et b , $e^{a+b} = e^a \times e^b$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

9. $\ln(30) = 3 \times \ln(10)$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

10. $\ln(32) = 5 \times \ln(2)$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

11. La fonction $f : x \rightarrow f(x) = e^x$ admet pour tangente au point d'abscisse 0 la droite d'équation : $y = 1 + x$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

12. Les fonctions $f : x \rightarrow f(x) = e^x$ et $g : x \rightarrow g(x) = e^{-x}$ ont des dérivées égales.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------